
Christianus
L. B. de Wolff.

Der

Anfangs-Gründe aller Mathematischen Wissenschaften

Erster Theil,

Welcher

Einen Unterricht

von der

Mathematischen Lehr-Art, die Rechen-Kunst, Geometrie, Trigonometrie und Bau-Kunst in sich enthält,

Zu mehrerem Aufnehmen der Mathematick so wohl auf hohen als niedrigen Schulen aufgesetzt worden

von

Christian Freyherrn von Wolff,

Seiner Königl. Majestät in Preussen Geheimen Rathe und Cantzler der Universität Halle, wie auch Professore Juris Naturæ & Gentium ac Matheseos daselbst, Professore honorario zu St. Petersburg, der Königl. Academie der Wissenschaften zu Paris, wie auch der Königl. Groß-Brittannischen und der Königl. Preußl. Societät der Wissenschaften Mitgliede.

Neue, verbesserte und vermehrte Auflage.

Mit Käyserl. und Königl. Poln. und Chursächßl. PRIVILEGIIS.

Franckfurt und Leipzig,

Zufinden in der Rengerschen Buchhandlung.

A. MDCCL.

Dem

Hochgebornen Grafen

und Herrn,

HERRN

Ferdinand Ernst,

Grafen von Herberstein,

2c. 2c.

Seiner Kayserlichen und Catholischen, auch zu Hungarn und Böheim Königlichen Majestät Hochansehnlichen Cammerherrn, des Hohen Appellation-Gerichts im Königreiche Böheim Hochbestalltem Rathe und Referendario in Lehnsachen,

Meinem gnädigen Herrn.

Hochgeborner Graf,
Gnädiger Herr,

Die gründliche Erkenntniß der Dinge ist ein gewisses Zeichen unserer Vollkommenheit. Daher entstehet aus ihr ein süsses Vergnügen, und dieses erreget ein inniges Verlangen, daß jedermann wie unser einer werden mögte. Wie tief **Euer Hochgräfliche Gnaden** die entferneten Wahrheiten eingesehen haben, liegt schon am Tage. Wie groß Dero Vergnügen darüber sey, kann man unter andern auch daraus abnehmen, daß so viele hohe und

wich-

wichtige Geschäfte **Euer Hoch-gräfliche Gnaden** von Ersinnung neuer Wahrheiten nicht abhalten kön-nen, sondern Sie in dieser Bemühung eine angenehme Ruhe finden, wenn Sie durch jene ermüdet worden sind. Endlich, wie heftig das Verlangen nach dem Aufnehmen gründlicher Wissenschaften und nützlicher Künste sey; kann ich öffentlich zeugen, der ich bisher die Gnade gehabt habe, mehr als auf eine Art solches zuerkennen. Da ich nun unsern Teutschen in ge-genwärtigen Anfangs-Gründen aller mathematischen Wissenschaften einen ebenen und geraden Weg zu einer gründlichen Erkenntniß bahne; so tra-ge ich nicht den geringsten Zweifel, es werde niemand mehr als **Euer Hochgräflichen Gnaden** mein ge-genwärtiges Vorhaben billigen, und demselben einen erwünschten Fort-gang gönnen. Ich gedencke aber, das

letztere nicht besser zuerhalten, als wenn Dero hohes Exempel jedermann, welcher dieses Buch lesen wird, in die Augen leuchtet. Derowegen habe ich mir die Freyheit genommen, Dero **Hochgräflichen Nahmen** demselben vorzusetzen, und dadurch zugleich bezeigen sollen, daß ich sey,

Hochgeborner Graf,

Gnädiger Herr,

Ew. Hochgräfl. Gnaden

Halle, den 1. Aug.
1710.

unterthänigst-ergebenster
Christian Wolff.



Vorrede.

Der große und vielfältige Nutzen hat in unsern Tagen die mathematischen Wissenschaften so beliebt gemacht, daß sie wol niemals in so hohem Werthe gewesen, und mit solchem Eifer getrieben worden sind. Und was ist es Wunder? So jemand über die Kräfte des menschlichen Verstandes sich erfreuet, der findet hier einen unvergleichlichen Schatz der herrlichsten Proben, wie weit man durch rechten Gebrauch derselben kommen kann. Die Algebra und höhere Geometrie zeigen, daß nichts so tief verborgen sey, welches man nicht ergründen könne. Die Astronomie und Geographie überführen uns, daß nichts von uns so weit entfernet sey, welches man nicht genau erkennen und ausmessen könne. Aus den Calendern und

Ephemeridibus kann man ersehen, mit was vor Gewißheit die Stern-Kündiger die Himmels-Begebenheiten vorher verkündigen können, ohnerachtet die Gesetze der Bewegung ihnen von niemanden geoffenbaret worden sind. Die mathematische Lehr-Art giebt den rechten Gebrauch der Vernunft zuerkennen, wie man nemlich zu klaren, deutlichen und vollständigen Begriffen gelange, und daraus ohne Anstoß die übrigen Sachen herleite. Die Rechen-Kunst, Trigonometrie und Algebra halten die allgemeinen Maximen in sich, nach welchen der Verstand geleitet wird, wenn er durch eigenes Nachsinnen die verborgene Wahrheit erfinden will, und wie es anzugreifen sey, daß die Sinnen und Imagination in dem Nachdencken nicht hinderlich fallen, sondern vielmehr die saure Arbeit dem Verstande versüssen helfen. Ja die letztere giebt uns ein Muster der vollkommensten Manier, eins aus dem andern zuschliessen, zu welcher der menschliche Verstand gelangen kann, wenn er den höchsten Gipfel der Vollkommenheit erstiegen hat. Die Optick und zum Theil die Astronomie weisen einen klaren Unterscheid zwischen der Erkenntniß des Verstandes und der Vor-

Vorstellung der Dinge in den Sinnen und der Imagination. Derowegen ist kein gewisserer Weg, zur Erkenntniß der Kräfte des menschlichen Verstandes zugelangen, als wenn man mit Ernst die mathematischen Wissenschaften treibt, und weil man eine Fertigkeit nicht anders als durch stete Uebung erhalten kann, so ist dieses zugleich das sicherste Mittel, zu dem hurtigen Gebrauche der Vernunft, so wohl in Erfindung der noch verborgenen, als in Beurtheilung der bereits erfundenen Wahrheit zugelangen, und sich von der schädlichen Herrschaft der Imagination zubefreyen, das ist, alle Irrthümer und Vorurtheile glücklich zuvermeiden. Und aus dieser Absicht liessen die alten Griechen niemanden studiren, er hatte denn zuvor die Rechen-Kunst und Geometrie inne: welchem löblichen Exempel heut zu Tage die Frantzosen und Engelländer rühmlich und mit grossem Nutzen nachfolgen.

Wer die Geheimnisse der Natur zu erforschen Lust hat, und sich darüber vergnügt, wenn er die unermeßliche Weisheit und Macht des allein weisen und allmächtigen Schöpfers und Erhalters der

Welt nicht aus Unwissenheit, sondern mit Verstande in seinen herrlichen Wercken bewundern, und die Creatur so wohl sich, als andern zu seinem Dienste, nach dem Befehle des HErrn, unterthänig machen kann; der wird durch Hülfe der Mathematick in kurtzem in dieser Arbeit weiter kommen, als er jemals möglich zuseyn erachtet hätte; hingegen ohne ihren Beystand nur immer anfangen und nichts vollenden, ja wenn er es weit bringt, den Schatten für das Wesen halten, ich will sagen, mit leeren Worten der Kräfte, Seelen und Geister sich und andere Unverständige bethören, folglich so wohl von einer deutlichen Erkenntniß der Macht und Weisheit GOttes, als von der Herrschaft über die Creatur weit entfernet bleiben. Zeit und Ort wollen es nicht leiden, daß ich solches aus der Beschaffenheit der natürlichen Dinge erweisen kann. Derowegen will ich dieses bis zu anderer Gelegenheit verspahren, und begnüge mich jetzt, das Zeugniß des berühmten *Boyle* anzuführen, welcher in der experimental-Philosophie und Chymie mehr gethan hat als andere, und mehr darauf verwendet hat, als viel mit einander, selten

ver-

verwenden werden. Er schreibt aber in seinen Considerationibus circa utilitatem Philosophiæ naturalis experimentalis *Exercitat. 6. §. 2. p. m. 483.* also: Unerachtet ich mich vor diesem bemühet habe, Keplers und anderer neueren *Astronomorum* ungereimte Meinung zubehaupten, daß die Mathematick einen gar nicht geschickter mache, die Erkenntniß der natürlichen Dinge leichter zuerlangen; so muß ich doch aufrichtig gestehen, daß, nachdem mir meine Experimente, insonderheit die mechanischen, den grossen Nutzen der Mathematick in der Physick handgreiflich zuerkennen gegeben, ich schon öfters gewünscht habe, daß ich auf die Theorie in der Geometrie und auf die Algebra, welche ich noch als ein Knabe erlernet habe, den grösten Theil der Zeit und des Fleisses gewendet hätte, welchen ich mit der Planimetrie und Fortification (wovon ich einen gantzen Tractat selbst geschrieben) und mit andern practischen Theilen der Mathematick zugebracht habe. Und in der Vorrede über seine nova experimenta de vi aëris elastica lesen wir folgende Worte: Ich besorge, daß ich die

in

in der Mathematick erfahrnen Leser werde um Verzeihung bitten müssen, daß ich einige Dinge nicht so genau abgehandelt habe, als geschehen wäre, wenn ich die Mathematick besser verstanden hätte. Allein was braucht es weiter Zeugniß, da die Sachen selbst reden? Hat man nicht durch die Mathematick die Structur des großen Welt-Gebäudes, die ewigen Gesetze der Bewegung der großen Welt-Cörper, die wahre Beschaffenheit und Eigenschaften derselben und die Ursachen ihrer Bewegung in der Astronomie erfunden, und dadurch erhalten, daß sie uns zu Zeugen der unaussprechlichen Majestät des großen GOttes und untrügliche Zeichen der Zeit in der Chronologie dienen müssen, wozu sie von dem HErrn gesetzet worden sind? Hat man nicht durch die Mathematick die Natur des Lichts und der Farben, und die unveränderlichen Gesetze des Sehens in den optischen Wissenschaften heraus gebracht, und dadurch die wahre Beschaffenheit aller Empfindung deutlich erläutert, auch die Natur so glücklich beherrscht, daß sie uns muß sehen lassen, was sie vor uns versteckt hatte? Hat man nicht durch die

Mathe-

Mathematick in der Mechanick und Hydraulick die Gesetze der Bewegung; in der Hydrostatick die Gesetze der Schwehre ersonnen? Und wer ist in den Schriften der Physicorum so wenig erfahren, daß er nicht wüste, was diese Wissenschaften zu der Erkenntniß der natürlichen Dinge beytragen, und wie sie es unvermerckt lichte machen, da andere in einer Egyptischen Finsterniß sitzen? Habe ich nicht in meinen Elementis Aërometriæ gewiesen, mit was für Nutzen man die Mathematick auf die Experimente applicire, und wie daher allein die völlige Gewißheit in der Physick komme? Mit einem Worte, es wird niemand leugnen, daß die Mathematick der Schlüssel zu den fest verwahrten Schätzen der Natur sey, als welcher noch nichts damit aufgeschlossen hat.

Fragt einer nach Wissenschaften, welche in dem menschlichen Leben großen Nutzen haben; so trage ich kein Bedencken, die mathematischen zunennen. Wäre mir vergönnet, weitläuftig zuseyn, so wolte ich zeigen, wie die Rechnung haushalten hilft, und mit der Geometrie viele Vortheile zeigt, welche man in der Haushal-

haltung öfters übersehen würde; wie die Arithmetick, Geometrie, Bau-Kunst, Mechanick und Hydraulick einen jeden Haus-Vater vorsichtig macht; wie die meisten mathematischen Wissenschaften, als die Arithmetick, die Bau-Kunst, Mechanick, Hydraulick, Hydrostatick, Optick und Astronomie kein Reisender entrathen kann, wo er nicht der grösten Anmuth und des meisten Nutzens, welchen er von dem Reisen haben kann, sich unverantwortlich berauben will; was für Nutzen Cammer-Räthe grosser Herren, Juristen in den Facultäten, Personen in dem Rathe und andern Gerichten, ingleichen alle Künstler von einigen mathematischen Disciplinen zugewarten haben; mit einem Worte: wie der gröste Theil der irdischen Glückseligkeit auf die Mathematick erbauet sey, und ohne sie keine Republick wohl bestellt werden kann. Allein weil diese Dinge grösten Theils einem jeden, welcher sich umsieht, in die Augen fallen, so habe ich um so viel weniger nöthig, viel Worte davon zumachen.

Weil nun die mathematischen Wissenschaften von so vielfältigem Nutzen sind, ich

ich aber die Zeit über, da ich in Leipzig und Halle dieselben der studirenden Jugend erkläret, aus eigener Erfahrung befunden habe, daß es an einem solchen Buche fehle, durch welches man ohne Umwege allen Lernenden nach ihren gantz verschiedenen Absichten ein Gnügen thun, auch ihnen die Repetition, so viel möglich, erleichtern könnte; so habe ich desto lieber diesen Mangel durch meine Arbeit zuersetzen getrachtet, je mehr mich andere dazu aufgemuntert und sich einigen Nutzen davon versprochen haben. Damit aber dieses Werck mit rechten Augen angesehen werde, so muß ich etwas weniges von dessen Einrichtung erinnern. Denenjenigen zu Liebe, welche die Mathematick zuerlernen gedencken, wie sie in dem menschlichen Leben, und auf Reisen genutzet werden kan, habe ich alle practischen Theile ausführlicher abgehandelt, als bisher in keiner Anleitung vor Anfänger geschehen ist. Und da jeder Gedancke seinen besondern Nahmen führet; so werden diejenigen leicht sehen, was sie zuübergehen haben, welche bloß auf die Ausübung sehen. Sie werden sich nemlich in der Arithmetick mit den Erklärungen und Aufgaben, in der Geometrie

mit den Erklärungen, einigen Lehr-Sätzen und Aufgaben ohne ihren Beweiß, in der Trigonometrie mit den Erklärungen und wenigen Aufgaben begnügen können. In der Bau-Kunst und Artillerie wird nichts nöthig zuübergehen seyn. In der Fortification können sie die trigonometrischen Rechnungen weglassen. In der Mechanick und Hydrostatick den Beweiß einiger Lehrsätze. Die Aerometrie und Hydraulick enthält nichts schwehres. Aus der Optick und Astronomie, ingleichen der Geographie, erwehlen sie nur dasjenige, was ohne die Trigonometrie und geometrische Theorie erkannt werden kan. Die Chronologie und Gnomonick ist durchgehens von schwehren Beweisen frey. Die sphärische Trigonometrie und Algebra haben sie nicht nöthig. Ich rede aber jetzt nur von Leuten, welche wenige Gedult haben: denn sonst dürfen sie nichts als die Algebra und die astronomischen Rechnungen mit der sphärischen Trigometrie übergehen. Die nun aber durch die Mathematick zu hurtigem Gebrauche ihrer Vernunft gelangen wollen, und nach gründlicher Erkenntniß der Natur und Kunst trachten; werden in diesen Anfangs-Grün-

den

den einen ebenen Weg dazu finden. Nur müssen sie alles in der Ordnung durchgehen und öfters überdencken, ohne daß sie die Bau-Kunst, Artillerie und Fortification weglassen können, wenn sie dazu keine Lust haben. Absonderlich aber ist neben der Arithmetick, Geometrie und Trigonometrie, ihnen die Algebra und geometrische Astronomie nöthig. Ich habe die mathematische Lehr-Art so viel möglich observiret, und mich einig und allein an die Ordnung gebunden, wie die Sachen am leichtesten aus einander fliessen. Die Theorie ist mit der Praxi beständig verknüpft worden, damit sie nicht unangenehm würde. In der Geometrie ist der Kern von allen Lehrsätzen enthalten, damit man überall auskommen kan, wenn man es gleich weit zubringen gedencket. Die meisten Beweise sind aus den drey Lehr-Satzen von der Gleichheit der Triangel hergeleitet, daß es dannenhero denen Anfängern nicht schwehr fallen kan, derselben zugewohnen, zumal, wenn entweder der Lehrer, oder sie selbst alles durch die gebrauchten Zeichen vor sich schreiben, was in den angenommenen Bedingungen der Lehr-Sätze, oder in den Auflösungen der

Aufgaben enthalten, und woraus durch vorhergehende Lehr-Sätze geschlossen wird. In den Auflösungen habe ich alles, was zuthun ist, hinter einander gleichsam an den Fingern hergezehlet, und die Exempel in Rechnungen gantz mit hinein drucken lassen, auch durch verschiedenen Druck die verschiedenen Sachen von einander unterschieden, damit die Imagination nicht geirret, und dadurch der Verstand in dem Nachdencken gestöret werde. Ich habe diese Anfangs-Gründe Teutsch geschrieben, weil sie unsern Teutschen zu Dienste stehen sollen. Die Kunst-Wörter habe ich nach dem Exempel der Franzosen, Engelländer und anderer Ausländer behalten, und ihnen nur unserer Mund-Art gemässe Endungen gegeben. GOtt aber gebe seinen Seegen, damit man von meiner wenigen Arbeit den Nutzen habe, welchen ich jeden von Hertzen wünsche! Halle, den 1 August 1710.

Erin-



Erinnerung,

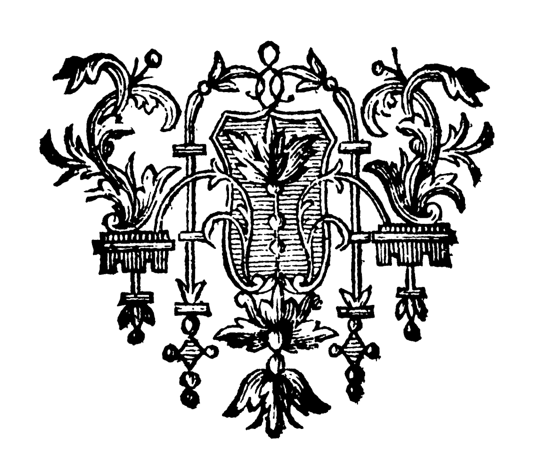
wegen der andern, dritten und vierten Auflage.

In der andern Auflage hat man sich vor allen Dingen beflissen, daß die vielen Druckfehler, welche in die erste eingeschlichen waren, vermieden würden: wie ich denn auch der Hofnung lebe, daß man keinen antreffen werde, welcher einen Ungeübten aufhalten könnte. Was aber davon noch zurücke geblieben ist, oder sich von neuem eingeschlichen hat, ist bey der dritten und vierten corrigirt worden. Nächst diesem hat man in den letztern Auflagen Sorge ge-

tragen, daß die Beweise, welche in der ersten Auflage zuweitläuftig gerahten sind, kürtzer und leichter gemacht würden. Ein merckliches Exempel findet man in den beyden schwehresten Aufgaben der Trigonometrie, wie man nemlich aus zwo Seiten eines schiefwincklichten Triangels nebst dem Winckel, welchen sie einschliessen, die übrigen Winckel, und aus dreyen Seiten alle drey Winckel finden soll. Es sind auch hin und wieder viel nützliche Sachen dazu gekommen, und einige verbessert worden: welches alles hier zu erzehlen, viel zuweitläuftig fallen würde. Absonderlich hat die Perspectiv, die sphärische Trigonometrie, die Astronomie, die Gnomonick, die Algebra und der Unterricht von den mathematischen Schriften eine große Veränderung erlitten. Die Perspectiv ist so vollständig geworden, als sie ein Anfänger verlangen kan, da in der ersten Auflage nur die ersten Linien davon zufinden waren. In der sphärischen Trigonometrie habe ich meine allgemeine Regel erkläret, und dadurch ihren Gebrauch sehr erleichtert. In dem ersten

Theile der Astronomie habe ich nicht allein bey einer jeden Aufgabe den Gebrauch der Himmels-Kugel zugleich mit gezeigt, damit diejenigen, welche zu trigonometrischen Rechnungen nicht Lust haben, keine davon übergehen dürfen; sondern auch zugleich die trigonometrischen Auflösungen durch meine universal-Regel sehr erleichtert. In dem andern Theile ist absonderlich die Rechnung der Sonn- und Mond-Finsternisse ausführlich gezeigt worden, von welcher nur etwas unvollkommenes in der ersten Auflage angetroffen wird. In der Gnomonick sind nicht allein die Beweise, sondern auch neue Aufgaben, nebst einigen andern nützlichen Erinnerungen dazu gekommen. An der allgemeinen Algebra habe ich nicht allein geschickte Constructiones der geometrischen Aufgaben hinzu gesetzt; sondern auch die Lehre von den geometrischen Oertern und ihren Gebrauch in den Constructionibus der höhern Gleichungen viel allgemeiner, leichter und gründlicher, als vorhin, gezeigt: andere Sachen zugeschweigen, welche in den letztern Auflagen noch mit ein-

gerücket worden sind. Die Nachricht von den Büchern ist viel ausführlicher als die vorige, und in der virten bis auf unsere Zeit fortgeführet worden. In den Kupfern kan man den Unterscheid gleich wahrnehmen, wenn man die neuen gegen die Alten zuhalten, sich belieben lässet. Marburg, den 30 May 1731.



PRIVILEGIUM.

Wir Carl der Siebende von GOttes Gnaden, erwehlter Römischer Käyser, zu allen Zeiten Mehrer des Reichs, in Germanien und Böheim König, in Ober- und Nieder-Bäyern, auch der Ober-Pfaltz Hertzog, Pfaltz-Graf bey Rhein, Ertzhertzog zu Oesterreich, und Landgraf zu Leuchtenberg rc. rc. Bekennen öffentlich mit diesem Briefe, und thun kund allermänniglich, daß Uns die Rengerische Erben und Vic:, Buchhändlere zu Halle im Hertzogthum Magdeburg unterthänigst zu vernehmen gegeben, was Gestalten

von Unserm nächsten Herrn Vorfahrer am Reich, weyland Kayser Carl dem Sechsten Majestät und Liebden Glorwürdigsten Gedächtnisses sie ein anderweites Käyserl. Privilegium Impressorium auf fünf Jahr unterm fünften Septembris Siebenzehen Hundert Acht und Dreißig über des Professoris, Christian Wolffens Anfangs-Gründe und dessen Auszug aus denen Anfangs-Gründen aller mathematischen Wissenschaften in Octavo erhalten hätten, mit gehorsamster Bitte, daß weilen sothanes Privilegium allgemag zu Ende zu gehen beginne,

sie

sie aber durch einen anderwärtigen Nachdruck dieses Wercks, in Schaden und Verlust, wegen ihrer darauf gewendten Mühe, Arbeit und Unkosten gerathen könten, Wir gnädigst geruheten, ihnen Unser Käyserliches Privilegium Impressorium auf andere zehen Jahre allermildest zu ertheilen. Wann nun Wir denen Supplicanten in dieser ihrer unterthänigsten Bitte, in mildester Betrachtung der zu solchem Druck erforderlichen Mühe, Arbeit und Unkosten gnädigst willfahrt haben, und dahero ihnen Rengerischen Erben und Vick

die

die Gnade gethan und Freyheit gegeben; thun auch solches hiermit in Krafft dieses Briefs also und dergestalt, daß sie vorgedachtes Werck, Christian Wolffens Anfangs-Gründe und Auszug derer mathematischen Wissenschafften in Octavo in offenen Druck ausgehen, hin und wieder ausgeben, feil haben und verkauffen lassen, auch ihnen solches niemand, ohne ihren Consens und Wissen innerhalb zehen Jahren, von Verfliessung derer dem vor in Käyserlichen Privilegio einverleibten, anzurechnen, weder im Heil. Römischen Reich,

noch

noch auch in Unsern Erblanden nach-
drucken oder verkauffen lassen solle
und möge. Als gebieten Wir darauf
allen und jeden Unsern und des Heil.
Römischen Reichs, auch Unsern Erb-
landen, Unterhanen und getreuen,
insonderheit aber allen Buchdruckern,
Buchführern und Buchhändlern,
bey Vermeidung fünf Marck löthigen
Goldes, die ein jeder, so oft er fre-
ventlich hierwieder thäte, Uns halb
in Unser Käyserl. Cammer und den
andern halben Theil vorerwehnten
Rengerischen Erben und Vick ohn-
nachläßlich zu bezahlen verfallen seyn
solle,

solle, hiermit ernstlich und wollen, daß Ihr noch einiger aus Euch selbsten, oder jemand von Eurentwegen oben geregtes Werck innerhalb denen obbestimten zehn Jahren in keinerley Format, weder mit noch ohne Kupfer, noch unter einem andern Titel nachdrucket, noch also nachgedruckter distrahiret oder feil habet, umtraget oder verkauffet, noch dieß andern zu thun gestattet, in keine Weise noch Wege, alles bey Vermeidung unserer Käyserlichen Ungnade, obbestimmter Poen und Verlierung desselben euren Druckes, den

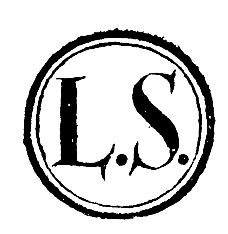
Sie

Sie Rengerische Erben und Vick, oder derer Befehlshabere mit Hülffe und Zuthun eines jeden Orts Obrigkeit, wo sie dergleichen bey einem jeden finden werden, also gleich aus eigener Gewalt, ohne Verhinderung männiglich zu sich nehmen und damit nach ihren Gefallen handlen und thun mögen und können. Jedoch sollen Sie Rengerischen Erben und Vick schuldig seyn, von diesem Werck die gewöhnlichen fünf Exemplaria zu Unserm Käyserl. Reichs-Hof-Rath, bey Verlust dieses Privilegii zu liefern, und dasselbe, andern zur Nachricht

und

und Warnung, dem Buch vordrucken zu lassen. Mit Urkund dieses Briefs besiegelt mit Unserm Kayserlichen aufgedruckten Secret-Insiegel, der geben ist zu Franckfurt am Mayn den achten Aprilis, Anno Siebenzehn Hundert Drey und Viertzig, Unserer Reiche des Römisch- und Böheimischen im Zweyten

Carl



Vt. Johann Georg Graf
von Königsfeld

ad Mandatum Sacræ Cæsareæ
Majestatis proprium.
Matth. Wilhelm Haan.

Kurtzer

Kurtzer

Unterricht,

von der

Mathematischen Methode,

oder

Lehrart.

Vorrede.

Es ist viel daran gelegen, daß man die mathematische Lehrart wohl verstehe. Denn wenn man weiß, was sie zu sagen hat; giebt man nicht allein auf die Lehren, die vorgetragen werden, genau acht, und erkennet die Ursache ihrer unwidersprechlichen Gewißheit, sondern man lernet auch dieselbe desto hurtiger in anderen Wissenschaften anbringen. Dieser Nutzen aber ist allein zulänglich, alle und jede, die sich auf das Studiren legen, zu Erlernung der Mathematick zu verbinden, wenn sie gleich sonst ihre Wahrheiten die gantze Zeit ihres Lebens zu nichts brauchen würden. Und aus dieser Absicht pflegen auch alle verständige mit sonderbarem Eifer die Mathematick den Studirenden zu recommendiren. Ich begnüge mich jetzt, nur den Locke in seinem Tractat von der Leitung des menschlichen Verstandes p. 30. (welcher nebst einigen seiner anderen Wercke nach seinem Tode zu Londen 1706. heraus kommen,) den Malebranche in seinem Wercke von der Erfindung der Wahrheit (lib. 6. c. 4. & 5.) und den Herrn von Tschirnhausen in seiner Einleitung zur Matheſi und Phyſica, darinnen er den Nutzen dieser beyden Wissenschaften vorstellet, und die Art, selbige zu studiren, beschreibet, anzuführen. Und

zwar führe ich diese drey Männer vor allen andern darum an, weil sie vor die besten Kenner des menschlichen Verstandes gehalten werden. Die mathematische Lehrart habe ich in meinem Buche von den Kräften des menschlichen Verstandes ausführlich erkläret, und ihren vielfältigen Nutzen gezeiget. Doch weil diese kürtzere Nachricht damals in diesen Anfangs-Gründen der mathematischen Wissenschaften ihren Platz gefunden, ehe jenes heraus kam; so wollen wir sie auch jetzt in dieser wiederholeten Auflage nicht daraus vertreiben. Es hat sonst der Herr von Tschirnhausen die mathematische Lehrart in vielen Stücken gar geschickt in seiner Medicina mentis erläutert: welches Buch alle mit Bedacht durchlesen sollen, die den Gebrauch der Kräfte ihres Verstandes erlernen wollen. Doch wird in diesem kurtzen Berichte der geneigte Leser vielleicht noch eines und das andere finden, welches er auch in dem angeführten vortreflichen Wercke vergebens suchet. Und darf ich ohne Scheu sagen, wer diesen kleinen Unterricht zuvor gelesen, wird des Herrn von Tschirnhausens Medicinam mentis viel besser und leichter, als sonsten, verstehen können: Welches ich einem jeden Liebhaber der Wahrheit von Hertzen wünsche.

Kurtzer



Kurtzer Unterricht, von der Mathematischen Lehrart.

§. 1.

Die **Lehrart** der Mathematicorum, das ist, die Ordnung, deren sie sich in ihrem Vortrage bedienen, fänget an von den Erklärungen, gehet fort zu den Grundsätzen, und hiervon weiter zu den Lehrsätzen und Aufgaben: überall aber werden Zusätze und Anmerckungen nach Gelegenheit angehänget.

Ordnung der mathematischen Lehrart.

§. 2. Die **Erklärungen** (*definitiones*) sind deutliche Begriffe, dadurch die Sachen von einander unterschieden werden, und daraus man das übrige herleitet, was man von ihnen erkennet. Es sind aber dieselben zweyerley: Entweder Erklärungen der Wörter

Was Erklärungen sind.

 (*defini-*

(*definitiones nominales*), oder Erklärungen der Sachen (*definitiones reales*).

Was Erklärungen der Wörter sind.

§. 3. Die **Erklärungen der Wörter** geben einige Kennzeichen an, daraus die Sache erkannt werden kan, die einen gegebenen Namen führet. Als wenn in der Geometrie gesaget wird, ein Quadrat sey eine Figur, welche vier gleiche Seiten und gleiche Winckel hat. Denn durch die Zahl der Seiten wird das Quadrat von allen übrigen Figuren, die keine Vierecke sind, durch die Gleichheit der Seiten und Winckel aber von allen übrigen Vierecken unterschieden. Und also reichen die angegebene Kennzeichen zu, diese Figur von allen übrigen zu unterscheiden.

Was Erklärungen der Sachen sind.

§. 4. Die **Erklärungen der Sachen** sind ein klarer und deutlicher Begriff von der Art und Weise, wie die Sache möglich ist, als wenn in der Geometrie gesaget wird: Ein Circul werde beschrieben, wenn sich eine gerade Linie um einen festen Punct beweget. Denn hieraus begreifet man, daß ein Circul möglich ist. Was man würcklich machen kan, muß auch möglich seyn.

Was ein Begriff ist.

§. 5. Wir nennen einen **Begriff** eine jede Vorstellung einer Sache in dem Verstande.

Was ein klarer Begriff ist.

§. 6. Es ist aber mein **Begriff klar**, wenn ich aus meinen Gedancken die Sache erkennen kan, so bald sie mir vorkommet, als z. E. daß

daß ich weiß, es sey diejenige Figur, welche man einen Triangel nennet.

§. 7. Hingegen ist der **Begriff dunckel**, wenn meine Gedancken nicht zulangen, die Sache, so mir vorkommet, zu erkennen, als wenn mir eine Pflantze gezeiget wird, und ich bin zweifelhaft, ob es eben dieselbige sey, die ich zu anderer Zeit gesehen, und die diesen oder jenen Namen führet.

Was ein danckeler Begriff ist.

§. 8. Der **klare Begriff ist deutlich**, wenn ich einem sagen kan, aus was vor Merckmahlen ich die vorkommende Sache erkenne, als wenn ich sage, ein Circul sey eine in eine in sich selbst laufende krumme Linie eingeschlossene Figur, deren jeder Punct von dem Mittelpuncte desselben gleich weit weg ist. Es gehöret auch hieher das Exempel von dem Quadrate (§. 3.).

Was ein deutlicher Begriff ist.

§. 9. Ein **klarer Begriff** aber **ist undeutlich**, wenn man einem die Merckmahle nicht sagen kan, daraus man die vorkommende Sache erkennet: dergleichen ist der Begriff, den man von der rothen Farbe hat.

Was ein undeutlicher Begriff ist.

§. 10. Es ist ein **deutlicher Begriff vollständig**, wenn man auch von den Merckmahlen, die er einschliest, deutliche Begriffe hat. Als wenn man in der angegebenen Erklärung des Circuls (§. 4.) auch einen deutlichen Begriff von der geraden Linie, von

Was ein vollständiger Begriff ist.

dem Puncte, von einem festen Puncte und von der Bewegung um denselben hat.

Was ein unvollständiger Begriff ist.

§. 11. Hingegen ist er unvollständig, wenn man von den Merckmahlen, die er in sich fasset, keine deutliche Begriffe hat.

Was vor Begriffe in der Mathematick gelten.

§. 12. In den mathematischen Wissenschaften befleissiget man sich vor allen Dingen auf deutliche und vollständige Begriffe, so wohl in den Erklärungen der Sachen, als in den Erklärungen der Wörter, so weit als es nöthig ist, wenn man die Lehrsätze völlig erweisen will.

Beschaffenheit ihrer Erklärungen.

§. 13. Daher findet man in folgenden Erklärungen keine Wörter, welche nicht entweder schon in den vorhergehenden erkläret worden, oder anders woher als bekant angenommen werden können.

Wenn man mit einem undeutlichen Begriffe zufrieden.

§. 14. Ja wenn man in einigen Fällen mit einem undeutlichen Begriffe vergnüget seyn kan, so muß er so beschaffen seyn, daß man zu ihm bald ohne Mühe gelangen kan, und dannenhero von einer Sache, um deren Gegenwart man sich nicht sonderlich zu bemühen hat.

Die erste Art Erklärungen zu finden.

§. 15. Man gelanget zu den Erklärungen der Wörter auf verschiedene Weise. Der erste Weg ist, wenn man die Sache gegenwärtig wahrnimmet. Auf solche Weise erkennet man, daß eine Monds-Finsterniß eine Beraubung des Lichts im Vollmond sey.

§. 16.

§. 16. Soll unsere Wort-Erklärung ein deutlicher Begriff werden, so müssen wir mit gutem Bedacht alles von einander unterscheiden, was sich unterscheiden läst, auf jedes anfangs ins besondere acht haben, und nach dem alles gegen einander halten.

Ausübung derselben.

§. 17. Wenn man die nach vorgeschriebener Art gefundene Erklärungen betrachtet, findet man zuweilen gewisse Umstände, die man weglassen kan; so bekommet man durch Weglassung derselben eine neue Erklärung, die mehreren Dingen, als die erste, zukommet. Z. E. Ich setze, ihr habet auf mehr gemeldte Weise den Begriff eines Dreyeckes bekommen, daß es ein Raum sey, der in drey Linien eingeschlossen ist. Lasset den besondern Umstand, daß drey derselben Linien seyn sollen, weg; so bleibet der Begriff einer Figur übrig, der in Linien eingeschlossen ist.

Die andere Art.

§. 18. Wenn man Erklärungen, sie mögen gefunden worden seyn, wie sie wollen, dergestalt überleget, daß man auf die besondern Umstände, dadurch die Sache in ihrer Art determiniret wird, acht hat; so kan man durch Nachahmung andere ähnliche Umstände erdencken, und dadurch andere Sachen in ihrer Art determiniren. Und solchergestalt findet ihr abermals neue Erklärungen. Z. E. Wenn ihr bedencket, daß eine Figur

Die dritte Art.

ein Dreyeck sey, rühre von dem besondern Umstande her, daß sie drey Seiten hat; so könnet ihr den Begriff in einen anderen verwandeln, und z. E. setzen, der Raum sey in vier, oder in fünf, oder in sechs Seiten u. s. w. eingeschlossen. Alsdenn habt ihr neue Erklärungen der Vierecke, Fünfecke, Sechsecke u. s. w.

Die vierte Art.

§. 19. Ja, wie ihr in der andern Art einige Umstände weglasset, so könnet ihr im Gegentheile auch neue hinzusetzen, welche die Sache in denen Dingen determiniren, so in der vorigen Sache noch undeterminiret sind. Z. E. Wenn ihr die Erklärung eines Dreyeckes überdencket, so findet ihr, daß in demselben nicht determiniret worden, ob die Linien gerade oder krumm, noch auch, ob sie gleich, oder ungleich seyn sollen. Setzet demnach erstlich, sie sollen gerade seyn: so habet ihr die Erklärung eines geradelinichten Dreyeckes. Setzet ferner, sie sollen alle drey einander gleich seyn: so habet ihr die Erklärung eines gleichseitigen Dreyeckes, u. s. w.

Die Möglichkeit der Erklärungen.

§. 20. Wenn ihr die **Erklärungen** auf die **erste Weise** gefunden, so seyd ihr gewiß, daß sie möglich sind. Denn, wer wolte zweifelen, daß dieses seyn könte, welches ihr würcklich antreffet? Eben so sind diejenigen möglich, welche ihr nach der anderen Art von möglichen absondert. Hingegen wenn

wenn ihr sie von den Erklärungen abson-dert, deren Möglichkeit ihr noch nicht er-kannt habt; so wisset ihr auch nicht, ob dieselben möglich sind, oder nicht. Z. E. Wenn ihr würcklich wahrgenommen, daß ein Raum in drey gerade Linien eingeschlos-sen sey, so habt ihr keinen Zweifel darüber, ob ein Raum in drey gerade Linien könne eingeschlossen werden, oder nicht, das ist, ob die Erklärung des geradelinichten Drey-eckes möglich sey, oder nicht. Wenn ihr nun den Begriff einer Figur davon abson-dert, daß sie ein Raum sey, der in Linien eingeschlossen ist; so ist gleichfalls gewiß ge-nug, daß ein Raum in Linien eingeschlos-sen werden kan. Derowegen könnet ihr diese Erklärungen als unwiedersprechliche Gründe der Erkenntniß annehmen, und ver-sichert seyn, alles dasjenige, was durch richtige Schlüsse aus ihnen hergeleitet wird, sey gleichfalls möglich.

Wenn sie untersu-chet wer-den muß.

§. 21. Hingegen verhält es sich gantz an-ders mit den Erklärungen, welche nach der dritten und vierten Manier ausgesonnen werden. Denn wenn ihr nach der dritten Manier (§. 18.) die besonderen Umstände, dadurch die Sache in ihrer Art determiniret wird, in andere ähnliche verwandelt: so könnet ihr nicht wissen, ob es möglich sey, daß durch die willkührlich angenommene Um-

Umstände eine Sache determiniret werden kan. Z. E. Wenn ihr wisset, ein Raum kan in drey Linien eingeschlossen werden; so ist daraus noch nicht klar, daß er auch in vier, in fünf und in sechs Linien eingeschlossen werden kan. Eben so ist euch in der vierten Manier unbekant, ob die willkührlich hinzugesetzten Umstände, dadurch ihr eine Sache genauer zu determiniren gesucht, möglich sind. Denn, wenn gleich ein Raum z. E. in drey gerade Linien eingeschlossen werden kan; so folget daraus noch nicht, daß alle drey Linien einander gleich seyn können. Denn in beyden Fällen kan euer Willkühr nichts möglich machen; sondern die Möglichkeit beruhet auf der Natur und Beschaffenheit der Sachen. Und derowegen müsset ihr aus dieser dieselbe zu erweisen euch bemühen, woferne ihr auch diese Erklärungen als unwidersprechliche Gründe der Erkenntniß annehmen wollet. Dannenhero als *Euclides* die Erklärung des gleichseitigen Dreyeckes nach der vierten Manier gefunden hatte; zeigte er bald in der ersten Aufgabe, wie ein gleichseitiges Dreyecke auf einer jeden angegebenen Linie construiret werde, um die Möglichkeit desselben unter andern mit darzuthun.

Was bey den Erklärungen der

§. 22. Was die Erklärungen der Sachen betrift, so zeigen dieselbigen, wie eine Sache möglich ist, das ist, auf was für Art und

Weise

Weise sie entstehen kan (§. 4.). Und derowegen hat man bey ihnen auf zweyerley zu sehen, nemlich auf diejenigen Dinge, welche zu ihrer Möglichkeit etwas beytragen. Z. E. Wenn ein Circul erkläret wird, daß er entstehe, wenn sich eine gerade Linie um einen festen Punct herum beweget; so erfordert man zu seiner Möglichkeit einen Punct und eine gerade Linie, der Punct soll unbeweglich seyn, und also die Bewegung der Linie reguliren, die gerade Linie aber soll sich dergestalt bewegen, daß sie wieder an den Ort kommet, wo die Bewegung sich angefangen.

Sachen zu bedencken.

§. 23. Es werden aber die Erklärungen der Sache auf viererley Weise gefunden. Einmahl geschichet solches, wenn man viele mögliche Dinge, die man erkannt hat, mit einander verknüpfet, und dadurch was neues heraus bringet, als wenn man die einfachen Maschinen mit einander verknüpfet, damit eine andere zusammengesetzte heraus kommet, davon man zuvor gar keinen Begriff hatte. Und hier hat man öfters dem blinden Glücke vieles zu dancken.

Erster Weg, Erklärungen der Sachen zu finden.

§. 24. Es gehet schwehrer her, wenn man aus der Wort-Erklärung die Erklärung der Sache finden soll: in welchem Falle man vonnöthen hat, von allem demjenigen deutliche Begriffe zu suchen, was in der Wort-

Der andere Weg.

Erklärung enthalten ist, und sich auf alles zu besinnen, was man sonst von diesen Dingen erkannt hat. Als wenn in der Astronomie gesagt wird, die Mond-Finsterniß sey eine Beraubung des Lichtes im Vollmond; so hat man zu überlegen, was man von dem Lichte und dem Monden weiß. Wenn man sich nun erinnert, daß das Licht nach geraden Linien fortgehet, und zur Zeit des Vollmonds, da eine Finsterniß geschiehet, die Erde zwischen der Sonne und dem Mond stehet, und das Licht, welches in den Mond fallen soll, auffänget; so wird man ohne Mühe erkennen, daß die Monds-Finsterniß entstehe, wenn der Mond in den Schatten der Erde kommet. Nemlich hier wird aus demjenigen, was in der Wort-Erklärung angenommen wird, vermittelst anderer erkannten Wahrheiten durch Vernunft-Schlüsse herausgebracht, wie sie möglich ist, auf eben die Art und Weise, wie man in dem Beweise eines Lehrsatzes, durch Vernunft-Schlüsse aus dem, was man von ihr annimmet, vermittelst dessen, was man vorhin erkannt, herausbringet, was in dem Satze unter der angenommenen Bedingung der Sache beygeleget wird.

Der dritte und vierte Weg.

§. 25. Viel leichter kan man zu den Erklärungen der Sachen gelangen, wenn man entweder gegenwärtig ist, und acht giebet, indem eine Sache formiret wird. Z. E. Wenn ein

ein Circul beschrieben wird: oder wenn man zusammengesetzte Dinge in ihre Theile zergliedert, z. E. eine Uhr zerleget.

Wie ihre Möglichkeit zu untersuchen.

§. 26. Wenn nun die Erklärungen der Sachen ihre Richtigkeit haben, oder möglich seyn sollen, so muß man versichert seyn, daß dergleichen Dinge seyn können, als darzu erfordert werden, und daß auch von ihnen herrühren kan, was ihnen beygeleget wird. Z. E. Will man versichert seyn, daß ein Circul durch die Bewegung um einen festen Punct könne beschrieben werden; so muß man gewiß seyn, daß eine Linie in einem unbeweglichen Puncte könne befestiget und doch um denselben beweget werden.

Weitere Ausführung des vorigen.

§. 27. Zu dieser Gewißheit gelanget man entweder durch die Erfahrung, oder durch die Erinnerung desjenigen, was man vorhin durch richtige Schlüsse gefunden. Z. E. Aus der Erfahrung ist ohne vieles Nachsinnen klar, daß eine Linie an einem Puncte dergestalt befestiget werden kan, daß sie sich um ihn bewegen läst. Hingegen, wenn ich ein dreyeckichtes Prisma beschreibe, daß es entstehe, wenn sich ein Dreyecke an einer Linie herunter bewegt; wird durch richtige Schlüsse ausgemacht, daß drey Linien einen Raum einschliessen können. Denn weil man von jedem Puncte zu jedem Puncte eine gerade Linie ziehen kan, so kan ein jeder Winckel durch eine gerade Linie geschlossen werden. Nun

hat

hat der Winckel zwey gerade Linien zu seinen Schenckeln: wenn er nun noch durch eine geschlossen wird, so ist der Raum nothwendig von drey geraden Linien eingeschlossen.

Wie sie in der Geometrie zu finden.

§. 28. In der Geometrie fället es nicht schwehr, die Erklärung der Sachen zu finden. Denn die Bewegung der Puncte geben Linien; die Bewegung der Linien Flächen; die Bewegung der Flächen Cörper. Wenn man also die Puncte, Linien und Flächen auf alle ersinnliche Art combiniret, und ihnen nach und nach alle mögliche Arten der Bewegung zueignet, so kommen die verlangten Erklärungen heraus, wie *Barrow* in seinen Lectionibus geometricis zeiget.

Was Grundsätze sind.

§. 29. Die Erklärungen so wohl der Wörter, als der Sachen, können entweder vor sich insbesondere erwogen, oder mit andern verglichen werden. Betrachtet ihr dasjenige, was in den Erklärungen enthalten ist, und schliesset etwas unmittelbar daraus; so nennen wir solches einen **Grundsatz**. Z. E. Wenn ihr bey der Erklärung des Circuls bedencket, daß die Linie, welche sich um den Mittelpunct herum beweget, immer einerley Länge behält; so werdet ihr bald begreifen, daß alle Linien, welche aus dem Mittelpuncte an die Peripherie gezogen werden, einander gleich sind. Diese Wahrheit nun ist ein Grundsatz.

§. 30.

§. 30. Diese Grundsätze zeigen entweder, daß etwas sey, oder daß etwas könne gethan werden. Ein Grundsatz von der erstern Art ist, den wir erst aus der Erklärung des Circuls hergeleitet, daß nemlich alle Linien, die aus dem Mittelpuncte an die Peripherie gezogen werden, einander gleich sind. Hingegen ein Grundsatz von der andern Art ist, der aus der Erklärung der geraden Linie fliesset, daß nemlich von einem jeden Puncte zu jedem Puncte eine gerade Linie könne gezogen werden. Im Lateinischen nennet man die Grundsätze der erstern Art *Axiomata*; die Grundsätze aber der andern Art *Postulata*.

Ihr Unterscheid.

§. 31. Weil nun die Grundsätze unmittelbahr aus den Erklärungen gezogen werden, haben sie keines Beweises nöthig, sondern ihre Wahrheit erhellet, so bald man die Erklärungen ansiehet, daraus sie fliessen. Man kan demnach nicht eher versichert seyn, ob der Grundsatz wahr sey oder nicht, bis man die Möglichkeit der Erklärungen untersuchet hat. Sonst weiß man nichts, als daß die Grundsätze richtig sind, wofern die Erklärungen möglich sind.

Warum sie keinen Beweiß erfordern.

§. 32. Weil die Grundsätze keinen besondern Beweiß erfordern; so pfleget man insgemein Grundsätze zn nennen, was so klar zu seyn scheinet, daß man es ohne Beweiß annehmen kan. Und in diesem Verstande

Mißbrauch der Grundsätze.

muß man das Wort nehmen, wenn man von den Grundsätzen *Euclidis* und anderer Geometrarum urtheilen will. Es entstehet aber daher ein großer Mißbrauch der Grundsätze, von welchem sich alle Ungewißheit in alle übrige Erkenntniß einschleichet. Jedoch wenn man die Sache genauer ansiehet, so nennet *Euclides* solche Sätze Axiomata, denen ein gemeiner Begriff zukommet, welcher dadurch deutlich ausgesprochen wird. Dergleichen sind in der Arithmethick der andere, siebente und achte (§. 28. 35. 36. *Arithm.*).

Was Erfahrungen sind. §. 33. Mit den Grundsätzen werden auch unterweilen die Erfahrungen vermenget. Man nennet aber eine **Erfahrung**, was man erkennet, wenn man auf seine Empfindungen acht hat. Z. E. Ich sehe, daß, wenn ein Licht angezündet wird, alle Dinge um mich sichtbahr werden: diese Erkenntniß wird eine Erfahrung genennet.

Von was vor Sachen sie handeln. §. 34 Die Erfahrungen sind demnach Sätze von einzelnen Dingen, weil man nichts als eintzelne Dinge empfinden kan. Dannenhero wer sich auf die Erfahrung berufet, ist verbunden, einen besonderen Fall anzuführen, wenn sie nicht so beschaffen ist, daß man entweder dieselbe bald haben kan, wenn man sie verlanget, oder sich bald darauf besinnet, weil man sie schon öfters gehabt.

Dieses

Dieses nimmet man in der Mathematick genau in acht. Denn wenn man z. E. in der Astronomie von der Bewegung der Sonne redet, führet man keinen besonderen Fall an, daß die Sonne auf- und untergehet, indem es ein jeder alle Tage siehet. Hingegen, wenn man von der scheinbahren Grösse der Sonne redet, führet man besondere Fälle an, wie groß nemlich ihr Diameter zu dieser und einer anderen Zeit von diesem und jenem Astronomo durch Hülfe der dazu gehörigen Instrumente sey gefunden worden, weil diese Erfahrung nicht ein jeder haben kan, noch zu aller Zeit, wenn er sie verlanget.

Wie sie genau zu unterscheiden.

§. 35. Auch findet man, daß die Mathematici die Erfahrung von demjenigen, was daraus geschlossen wird, genau nnterscheiden: welches hingegen von anderen nicht geschiehet. Z. E. Es wird ein Licht angezündet, so fange ich an, um mich zu sehen, was für meinen Augen vorher gantz verdeckt und verborgen war. Dieses ist die Erfahrung. Hingegen, wenn ich bedencke, daß das Licht die Ursache sey, warum die Sachen gesehen werden, die im Finstern unsichtbahr waren, und dabey überlege, daß die natürlichen Dinge unter einerley Umständen immer einerley Würckung haben; so ist bey mir kein Zweifel übrig, daß, wenn auch

zu anderer Zeit an einem anderen Orte im Finstern ein anderes Licht werde aufgesteckt werden, man gleichfalls sehen werde, was im Finstern verborgen lag. Und dannenhero schliesse ich: Das Licht macht alles sichtbahr, was es erleuchtet. Dieser allgemeine Satz ist nicht die Erfahrung selbst, sondern durch einen richtigen Schluß aus der Erfahrung hergeleitet worden.

Wenn man die Erfahrung selbst nicht anführen darf.

§. 36. Wenn die Art und Weise bekant ist, nach welcher aus der Erfahrung dergleichen Sätze hergeleitet worden, kan man diese ohne jene beybringen. Z. E. den grösten Abstand der Sonne von dem Æquatore kan man nicht unmittelbahr selbst messen, sondern man leitet ihn her aus der vorher gefundenen Höhe des Æquatoris und der im Mittage des Solstitii observirten Höhe der Sonne. Wenn ich nun hiervon meine Erfahrung beybringen will, so ist eben nicht nöthig, daß ich die Mittags-Höhe der Sonne, die ich observiret, mit angebe; sondern wenn bekannt ist, wie groß ich des Æquatoris Höhe annehme, darf ich nur bald sagen, wie groß ich den gemeldeten Abstand der Sonne von dem Æquatore gefunden. Alsdenn weiß auch ein jeder, wie groß die Mittags-Höhe der Sonne gewesen. Kan man aber nicht aus dem angeführten Satze errathen, wie ihn einer aus seiner Erfah-

rung hergeleitet; so ist er allerdings schuldig, dieselbe in ihrem besonderen Falle anzuführen, damit man urtheilen kan, ob er durch richtige Schlüsse auf seinen Satz kommen sey, oder nicht. Denn daß einer etwas durch den Einfall der äusserlichen Dinge in unsere Sinnen empfunden, kan er nicht erweisen, sondern er fordert mit Recht, daß man es ihm glaube. Hingegen wie er geschlossen, muß durch den Verstand beurtheilet werden, und demnach kan keiner mit Recht fordern, daß man ihm dieses glaube.

Was ein Lehrsatz ist.

§. 37. Wenn man verschiedene Erklärungen gegen einander hält und daraus schliest, was durch eintzele Betrachtung zu erkennen, unmöglich war, so nennet man solches **einen Lehrsatz** (Theorema). Z. E. Wenn man in der Geometrie einen Triangel mit einem Parallelogrammo vergleichet, welches mit ihm einerley Grund-Linie und Höhe hat, und in dieser Vergleichung theils unmittelbahr aus den Erklärungen dieser beyden Flächen, theils aus andern Eigenschaften derselben, die aus ihren Erklärungen schon vorher gefunden worden, schliest, daß der Triangel nur halb so groß ist, als das Parallelogrammum: wird dieser Satz, **der Triangel ist die Helfte eines *Parallelogrammi*, welches mit ihm einer-**

ley **Grund-Linie und Höhe hat**, ein Lehr-Satz genennet.

Was bey einem Lehrsatze zu bedencken.

§. 38. Es ist aber bey jedem Lehr-Satze auf zweyerley zu sehen, nemlich einmal auf den **Satz**, darnach auf den **Beweiß**. Jener saget aus, was einer Sache unter gewissen Bedingungen oder demjenigen, was von ihr angenommen wird, zukommen könne, oder nicht: dieser aber zeiget, wie unser Verstand dazu gebracht wird, daß er sich solches von der Sache gedencken kan.

Theile des Satzes.

§. 39. Nichts ist schlechterdinges möglich, ausser das Selbst-ständige Wesen; sondern alles hat seinen Grund, warum es ist. Derowegen muß ein richtiger Satz keinen von den Umständen auslassen, unter welchen dasjenige möglich ist, was in ihm bekräftiget wird, das ist, man muß von der Sache, von welcher man etwas bekräftiget, dasjenige annehmen, um deswillen von ihr dieses bekräftiget werden muß. Z. E. Der Triangel ist die Helfte eines Parallelogrammi, wenn beyde Figuren einerley Höhe und Grund-Linien haben. Soll nun der Satz richtig seyn, so muß er die Bedingung von der Gleichheit so wohl der Grund-Linien, als der Höhen, nothwendig in sich fassen. Und solchergestalt kan man jeden Satz in zwey Theile

zertheilen, nemlich in die **Bedingung**, unter welcher etwas bekräftiget oder verneinet wird, und in die **Aussage**, welche dasjenige in sich begreift, so bekräftiget oder verneinet wird. Jene pflegen wir im Lateinischen Hypothesin; diese aber Thesin zu nennen. Z. E. In dem angezogenen Satze ist die Bedingung, wenn ein Triangel und Parallelogrammum einerley Grund-Linie und Höhe haben; die Aussage aber, so ist der Triangel die Helfte des Parallelogrammi.

Nutzen der Bedingung, so in jedem Satze enthalten.

§. 40. Demnach zeiget mir jederzeit die Bedingung, in welchem Falle die Aussage statt findet, und machet, daß ich niemals den Satz unrecht anbringen kan. Und dannenhero hat man einen jeden Satz in diese zwey Theile zu zerlegen. Es ist aber zu mercken, daß zuweilen die Bedingung nicht deutlich ausgedruckt wird, wenn sie nemlich in der Erklärung der Sache enthalten ist. Z. E. Wenn ich sage: Alle drey Winckel in einem Triangel zusammen genommen, machen 180 Grad: so scheinet keine dergleichen Bedingung in dem Satze enthalten zu seyn. Setzet aber anstatt des Wortes Triangel nur seine Erklärung hin; so werdet ihr bald die Bedingung wahrnehmen. Der Satz wird also lauten: Wenn eine Figur in drey gerade Linien eingeschlos-

sen ist, so machen ihre drey Winckel zusammen genommen, 180 Grad. Hier ist also die Bedingung, unter welcher etwas ausgesaget wird, diese, daß der Raum in drey gerade Linien eingeschlossen seyn soll. Nemlich alsdann wird von der Sache angenommen, was in ihrer Erklärung enthalten ist.

Beschaffenheit der Aussage.

§. 41. Die Aussage nun findet unter der Bedingung, so im Satze enthalten, bey der Sache bloß statt. Denn, weil bey einer Sache dasjenige anzutreffen ist, was die Bedingung in sich fasset; so kommet ihr auch das andere zu, welches die Aussage von ihr bekräftiget, oder es kan ihr nicht zugeeignet werden, was dieselbe von ihr verneinet. Solchergestalt ist klar, daß man bey jedem Lehr-Satze sich zweyerley von einer Sache gedencket, und zwar das andere um des ersteren willen, oder auch, daß man sich das andere von einer Sache nicht gedencken kan, gesetzt, man dencke sich das erste von ihr. Z. E. Wenn ich den Lehr-Satz vor mir habe, ein Triangel, der mit einem Parallelogrammo einerley Grund-Linie und Höhe hat, ist die Helfte desselben; so gedencke ich mir erstlich von dem Triangel, er habe einerley Grund-Linie und Höhe mit einem Parallelogrammo: darnach, er sey die Helfte desselben. Das letztere gedencke ich mir um des ersten willen.

§. 42.

Beschaffenheit des Beweises.

§. 42. Soll nun der Satz richtig seyn, so muß sich eine nothwendige Verknüpfung meiner Gedancken finden, so daß, wenn ich mir gedencke, was die Bedingung in der Sache erfordert, es mir unmöglich fället, das Gegentheil dessen von ihr zu gedencken, was in der Aussage bekräftiget wird. Oder auch, wenn ich mir gedencke, was die Bedingung in der Sache setzet, muß ich mir unmöglich von ihr gedencken können, was in der Aussage von ihr verneinet wird. Der Beweiß nun entdecket in dem erstern Falle die nothwendige, in dem andern aber die unmögliche Verknüpfung meiner Gedancken.

Gründe des Beweises.

§. 43. Solchergestalt sind die Gründe des Beweises theils die Erklärungen derjenigen Wörter und Sachen, die so wohl in der Bedingung als in der Aussage enthalten sind, theils die aus gedachten Erklärungen von eben diesen Sachen schon vorhin hergeleitete, oder durch die Erfahrung bekante Sätze. Weil man nun in der Mathematick nichts zu Gründen annehmen läßt, als was entweder in den vorhergesetzten Erklärungen, oder daher geleiteten Grund- und Lehr-Sätzen enthalten; so pfleget man die Erklärungen und Lehr-Sätze jederzeit anzuführen, auf welche man den Beweiß gründet, theils, damit ein je-

der siehet, daß die angenommene Gründe des Beweises ihre Richtigkeit haben; theils damit diejenigen, welche die Gründe noch nicht erkannt oder auch wol wieder vergessen haben, nachschlagen und sich ihrer Gewißheit versichern können.

Nutzen der citationum.

§. 44. Es hat aber die Anführung der Erklärungen, Grund- und Lehr-Sätze, aus welchen der Beweiß geführet wird, grossen Nutzen, und geschiehet dannenhero nicht ohne Ursache, daß man in der Mathematick jedem Gedancken seinen besonderen Nahmen giebet, diesen eine Erklärung, einen andern einen Grund- und Lehr-Satz, noch einen andern eine Zugabe nennet. Denn, wenn mich der Beweiß von der Richtigkeit des Satzes völlig überzeugen soll, so darf ich keinen Zweifel an seinen Gründen haben, sondern muß vielmehr von ihrer Richtigkeit völlig überführet seyn. Dannenhero zeigen mir die citationes, was man bey demjenigen als bekant voraussetzen muß, den ich von der Richtigkeit eines jeden Lehrsatzes überführen will. Und weil die Erklärungen die ersten Gedancken sind, die Grund-Sätze aus ihnen unmittelbahr fliessen, hingegen die Lehr-Sätze entweder unmittelbahr oder mittelbahr aus ihnen hergeleitet werden; so siehet man bald aus der Anführung der Nahmen von jeder Wahrheit,

heit, die zum Grunde des Beweises geleget wird, ob man viel oder wenig voraus setzen muß, und in was für einer Ordnung man es anfänget, damit die Ueberführung statt finden kann. Ja, weil auch besondere Kunst-Griffe sind, dadurch man einen von der Richtigkeit der Erklärungen; besondere, wodurch man ihn von der Richtigkeit der Grundsätze, und besondere, wodurch man ihn von der Richtigkeit der Lehrsätze überführet; so geben mir die angeführte Nahmen der Gründe des Beweises zugleich Gelegenheit, an die gehörige Manier zu gedencken, dadurch ich einen von der Richtigkeit der angenommenen Gründe des Beweises überzeugen kan.

Art aus den Gründen zu schliessen.

§. 45. Die Art und Weise, aus den gesetzten Gründen zu schliessen, ist keine andere, als die längst in allen Büchern von der Logica oder Vernunft-Kunst beschrieben worden. Es sind die Beweise oder Demonstrationes der Mathematicorum nichts anders, als ein Haufen nach den Regeln der Vernunft-Kunst zusammengesetzter Schlüsse. Daß demnach in denselben alles durch die so genannten Syllogismos geschlossen wird, nur, daß man zuweilen, oder wol meistens, einen von den Fördersätzen weglässet, weil er entweder dem Leser, der sich den Beweiß zu gedencken bemühet, vor

sich

sich einfället, oder aus der beygefügten Citation sich leichte errathen lässet.

Erläuterung des vorigen.

§. 46. Unerachtet es mir nicht schwehr fallen würde, zu behaupten, daß kein überführender Beweiß anders geführet werden kan, als wenn unsere Gedancken nach den syllogistischen Regeln auf einander folgen; so ist doch hier diese Weitläuftigkeit unnöthig: denn, da die Frage allein von dem ist, was geschiehet; dörfen wir uns nur auf Exempel berufen. Es hat aber nicht allein *Clavius* solches an dem Beweise des ersten Lehrsatzes in denen Elementis *Euclidis*; sondern auch *Herlinus* und *Dasipodius* durch einige Bücher dieser Elementorum, und *Henischius* durch die gantze Rechenkunst gewiesen.

Was Aufgaben sind.

§. 47. Die Aufgaben handeln von etwas, so gethan oder gemacht werden soll, und werden in drey Theile eingetheilet, in den Satz, die Auflösung und den Beweiß. In dem Satze geschiehet der Vortrag von dem, was gemacht werden soll. Die Auflösung erzehlet alles, was man thun muß, und wie man eines nach dem anderen zu verrichten hat, damit geschehe, was man verlanget. Endlich der Beweiß führet aus, wenn das geschiehet, was in der Auflösung vorgeschrieben wird; so müsse man auch nothwendig erhalten, was man in dem Satze

Satze verlangte. Solchergestalt wird jede Aufgabe in einen Lehrsatz verwandelt, wenn sie bewiesen werden soll, in welchem die Auflösung die Bedingung, der Satz aber die Aussage giebet. Es heisset nemlich überhaupt: wenn man alles thut, wie es die Auflösung erfordert, so geschiehet, was man thun solte. Dannenhero ist nicht nöthig, von den Aufgaben besonders weitläuftig zu handeln.

§. 48. Zuweilen geschiehet es, daß man um besonderer Ursachen willen einen Satz auf einen besonderen Fall appliciret, oder auch aus ihm durch Schlüsse einen anderen Satz herleitet, indem man um deswillen, was in dem Satze der Sache beygeleget wird, ihr noch weiter etwas zueignet. Dergleichen Arten der Wahrheiten werden Zusätze (corollaria) genennet.

Was Zusätze sind.

§. 49. Die erstere Art der Zusätze erfordert keinen Beweiß. Denn was überhaupt von allen Fällen erwiesen worden, darf nicht insbesondere von einem von neuem dargethan werden. Z. E. Wenn man von einem jeden Triangel erwiesen, daß alle drey Winckel zusammen genommen, zwey rechten Winckeln gleich seyn: so darf man nicht erst besonders von einem rechtwinckelichten Triangel erweisen, daß auch seine drey Winckel zusammen genommen, zweyen rechten Winckeln gleich sind. Hingegen die andere

Unterscheid der Zusätze.

Art

Art der Zusätze hat einen Beweiß nöthig. Denn, wenn etwas aus anderen Sätzen hergeleitet wird, so muß man zeigen, auf was für Art eines aus dem anderen geschlossen wird. Z. E. Wenn einer zu dem gemeldeten Lehrsatze diesen Zusatz setzet: In einem rechtwinckelichten Triangel kan nicht mehr als ein Winckel ein rechter Winckel seyn; so hat er nöthig zu zeigen, wie dieser Zusatz aus dem Lehrsatze fliesset. Nemlich weil die drey Winckel zusammen zwey rechte Winckel sind, so bliebe vor den dritten nichts übrig, wenn zwey würcklich rechte Winckel wären.

Was Anmerckungen sind.

§. 50. Endlich in den **Anmerckungen**, die so wohl den Erklärungen, als Grund- und Lehr-Sätzen, ingleichen den Aufgaben beygefüget werden, pfleget man dasjenige, was noch dunckel seyn mögte, zu erläutern, den Nutzen der vorgetragenen Lehren anzudeuten, die Historie der Erfindung beyzubringen, und was etwan sonst nützlich zu wissen vorfället.

Die mathematische Lehrart ist allgemein.

§. 51. Wer die bisher erläuterte Methode oder Lehrart betrachtet, wird ohne Mühe inne werden, daß sie allgemein ist, und in allen Wissenschaften gebraucht werden soll, wenn man anders richtige Erkenntniß der Dinge verlanget. Man nennet sie aber die **mathematische**, zuweilen auch gar die **geometri-**

metrische Methode oder Lehrart, weil bis-her fast die Mathematici allein, sonderlich in der Geometrie, sich derselben in allem auf das genaueste bedienet.

§. 52. Und darum, weil in der Mathematick diese Lehrart auf das allergenaueste in acht genommen wird, rühmet man von ihr, daß sie den Verstand des Menschen schärfe, das ist, geschickt mache, alle Dinge, die er erkennen lernet, tiefer und richtiger einzusehen, als ein anderer. Denn unerachtet eine richtige Logick oder Vernunft-Kunst keine andere Regeln mittheilet, als die in der mathematischen Lehrart beobachtet werden, wie man aus meinen Gedancken von den Kräften des Verstandes ersehen kan; so kan uns doch dieselbe nicht den Nutzen gewehren, den wir von der Mathematick haben, wenn wir sie mit Ernst treiben. Denn diese gewehret uns das Vermögen, die Regeln einer richtigen Logick auszuüben, als welches nicht anders als durch viele Uebung, wie alle Fertigkeit des Verstandes, erreichet wird.

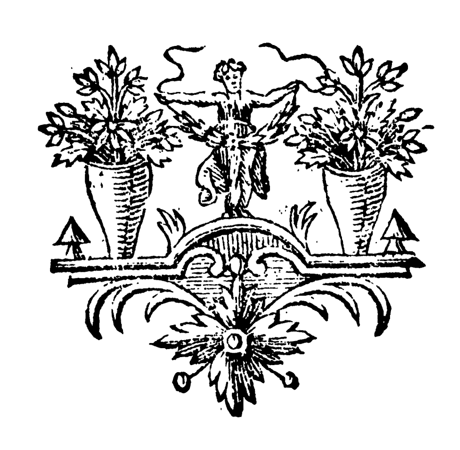
Nutzen der Mathematick.

§. 53. Es werden also dieses vortreflichen Nutzens diejenigen nicht theilhaftig, welche bloß einige mathematische Aufgaben und andere im menschlichen Leben zwar nützliche, aber vor und an sich selbst zur Mathe-

Wer desselben nicht theilhaftig wird.

Mathematick eigentlich nicht gehörige Sachen lernen, oder auch von den mathematischen Wahrheiten nur eine gemeine Erkenntniß erlangen. Wie man aber die Mathematick tractiren müsse, damit man diesen Nutzen gewiß erreichet, habe ich in meiner Ratione Prælectionum und noch ausführlicher in dem fünften Theile meiner Elementorum Matheseos gezeiget.

E N D E des Unterrichts von der Lehrart.



Anfangs-Gründe

der

Rechen-Kunst.



Vorrede.

Geehrter Leser,

Die meisten, welche von der Rechen-Kunst geschrieben, haben den Beweiß der Regeln weggelassen. Einige, als *Dechales* in seinem Mundo Mathematico, und *Tacquet* in seiner Theoria & Praxi Arithmeticæ, haben die Regeln zwar richtig erwiesen: allein sie sind unterweilen durch Umwege gegangen, und haben in der Weite gesucht, was sie in der Nähe viel leichter hätten haben können. Ich habe mich bemühet, den wahren Grund zu zeigen, indem ich alles aus dem wesentlichen Begriffe der Sachen hergeleitet, welcher ihre Möglichkeit deutlich vor Augen leget, und bringe dannenhero die Liebhaber

der Wahrheit auf die rechte Spur, welcher die ersten Erfinder gefolget sind. Ob ich gleich aber nur auf die Dinge gedacht, welche ihren gewissen Nutzen haben; so zweifele ich doch nicht, es werden einige vermeinen, als wenn ich zuweilen etwas unnöthiges mit eingerückt hätte. Diese aber will ich freundlich gebeten haben, sie wollen nicht eher ihr Urtheil fällen, bis sie darthun können, daß etwas vorkomme, welches in den folgenden Theilen der Mathematick nicht wieder angewendet wird. Denn solchergestalt bin ich versichert, sie werden dergleichen Urtheil gar unterlassen. Von dem Nutzen der Rechen-Kunst ist nicht nöthig zu reden. Jedermann empfindet denselben, und wird ihn noch mehr verspüren, wenn er die mathematischen Wissenschaften studiret. Daß aber die Rechen-Kunst auch einige Regeln, zu Leitung des Verstandes in Erfindung und Untersuchung der Wahrheit, an die Hand gebe, ist in dem Wercke selbst erinnert worden. Ich mache von ihr den Anfang, weil alle übrigen Theile der Mathematick ihre Erkenntniß voraus setzen.

An-

Anfangs-Gründe der Rechen-Kunst.

Die 1. Erklärung.

1.

Die Rechen-Kunst ist *eine Wissenschaft zu rechnen, das ist, aus einigen gegebenen Zahlen andere zu finden, von denen eine Eigenschaft, in Ansehung der gegebenen Zahlen, bekant gemacht wird.* Z. E. Man soll eine Zahl finden, die so groß ist, wie 6 und 8 zusammen genommen

Der 1. Zusatz.

2. Weil die Wissenschaft eine Fertigkeit andeutet, alles dasjenige, was man von einer Sache behauptet, aus unumstößlichen Gründen unwiedersprechlich darzuthun; so muß man nicht allein in Erklärung der Rechen-Kunst die Regeln zeigen, nach welchen man die verlangten Zahlen finden kan, sondern man muß auch deutlich begreifen, warum durch dieselben Regeln die verlangten Zahlen können gefunden werden.

Der 2. Zusatz.

3. Die Rechen-Kunst ist ein besonderer Theil der Erfindungs-Kunst, und kan man demnach durch reifes Ueberlegen von ihren

Regeln die allgemeinen Maximen der Kunst, verborgene Dinge zu erfinden, absondern.

Anmerckung.

4. Dergleichen haben in etwas gethan *des Cartes* in seinem Buche de Methodo, und *Malebranche* in seinem Wercke von Erfindung der Wahrheit, so er in Frantzösischer Sprache unter dem Titul: la Recherche de la Verité, herausgegeben. Auch gehöret hieher meistentheils, was der erstere von Leitung des Gemüths in Erfindung der Wahrheit, geschrieben, so unter seinen Wercken, die nach seinem Tode herauskommen, befindlich. Etwas umständlicher zeige ich solches in den Lateinischen Elementis Arithmeticæ §. 125.

Die 2. Erklärung.

5. **Wenn man viele eintzelne Dinge von einer Art zusammen nimmet, entstehet daraus eine Zahl.** Und daher erkläret *Euclides* die Zahl durch **eine Menge der Einheiten.** Z. E. Wenn man zu einer Kugel noch eine andere leget, so hat man zwo Kugeln. Leget man noch eine dazu, so hat man derselben drey, u. s. w.

Der 1. Zusatz.

6. Zehlen heisset demnach so viel, als andeuten, wie viel Sachen von einer Art beysammen sind.

Der 2. Zusatz.

7. Jede Sache, in so weit sie vor sich angesehen wird, macht Eines aus, und in so weit sie zu einer Zahl Anlaß geben soll, muß sie durch gewisse Eigenschaften dem Verstande vor-

vorgestellet werden. Denn alle diese Dinge, bey denen man solche Merckmahle findet, machen gleichfalls Eines aus, und diese Einheiten zusammen genommen, geben eine Zahl. Z. E. Eine Kugel hat diese Eigenschaft, daraus sie erkannt wird, daß alle Puncte in ihrer Fläche von dem innern Mittelpuncte gleich weit abstehen. Wenn man nun diese Eigenschaft zum Merckmahle der Eines machet, so werden alle Cörper, die eben dergleichen Eigenschaft haben, zu einer solchen Eines. Und eben diese Eigenschaft dienet mir zum Merckmahle, daraus ich erkennen kan, wie viel dergleichen Einheiten in einem gegebenen Orte anzutreffen, das ist, wie viel Kugeln vorhanden sind.

Der 3. Zusatz.

8. Also erfordert jede Zahl eine gewisse Einheit, und lassen sich keine Zahlen mit einander vergleichen, noch zusammensetzen, welche nicht aus einerley Einheiten entstanden.

Der 4. Zusatz.

9. Doch, weil das Wesen der Zahl bloß darinnen bestehet, daß man einerley Einheiten etliche mal zusammen nimmet (§. 5.); so hat man in Erwegung der Zahlen überhaupt, keinesweges auf die Merckmahle der Einheiten zu sehen, die sich das Gemüthe in Zehlung gewisser Dinge vorstellet: denn man stellet sich alsdenn dieselben bloß vor als Dinge von einer Art.

Der 5. Zusatz.

10. Eine Zahl wird grösser gemacht oder vermehret, wenn man andere Zahlen von ihrer Art hinzusetzet. Hingegen wird sie vermindert, wenn man eine oder mehrere Zahlen von ihrer Art wegnimmet. Und weiter kan man keine Veränderung mit den Zahlen vornehmen (§. 5.).

Der 6. Zusatz.

11. Wenn eine Zahl vermehret wird, sind die Zahlen, so zu ihr gesetzet werden, entweder alle vor sich, derselben gleich, oder sie sind grösser und kleiner als dieselbe. Und dannenhero sind zwey verschiedene Arten, eine Zahl zu vermehren.

Der 7. Zusatz.

12. Eben so ist klar, daß, wenn eine Zahl vermindert wird, man entweder eine, oder mehrere kleinere Zahlen nach einander von ihr wegnimmet, oder auch nur eine Zahl so viel mal von ihr wegthut, als man kan. Und demnach sind zwo verschiedene Arten, eine Zahl zu vermindern.

Der 8. Zusatz.

13. Da nun keine andere Veränderung mit den Zahlen vorgenommen werden kan, als daß sie vermehret oder vermindert werden (§. 10.); nicht aber mehr als zwo Arten der Vermehrung (§. 11.) und zwo Arten der Verminderung (§. 12.) möglich sind; so kön-

können auch aus gegebenen Zahlen keine andere gefunden werden, als durch diese Arten der Vermehrung und Verminderung. Nemlich, man kan eine Zahl finden, die so groß ist, wie verschiedene andere zusammen genommen, oder wie eine Zahl etliche mal genommen (§. 11.): ingleichen eine Zahl, welche mit einer gegebenen Zahl eine andere gegebene ausmacht, oder auch eine Zahl, welche andeutet, wie viel mal man eine gegebene Zahl von einer andern wegnehmen kan (§. 12.).

Anmerckung.

14. Diese vier Rechnungs-Arten werden mit besondern Nahmen **Addiren**, **Subtrahiren**, **Multipliciren** und **Dividiren** genennet, um eine von der andern zu unterscheiden: Welche Nahmen hier ferner zu erklären sind, damit wir nicht allein kurtz von ihnen reden können, sondern auch gewisse Merckmahle haben, daraus wir zu urtheilen vermögend sind, welcher man sich in jedem vorkommenden Falle zu bedienen hat.

Die 3. Erklärung.

15. Addiren **heisset eine Zahl finden, welche verschiedenen Zahlen zusammen genommen, gleich ist.** Die gegebenen Zahlen werden **die Summirenden**; die gefundene aber wird **die Summe oder das Aggregat** genennet.

Zusatz.

16. Weil eine jede Zahl von vielen Einheiten zusammengesetzt ist (§. 5.), so geschie-

het das Addiren, wenn man zu der einen gegebenen Zahl die Einheiten der andern nach und nach zehlet

Anmerckung.

17. Die Einheiten der Zahlen stellet man sich anfangs durch die Finger vor, und verrichtet das zum Addiren nöthige Zehlen so lange durch die Finger, bis man in dem Gedächtnisse behalten, wie viel eine jede kleine Zahl, zu einer anderen Zahl genommen, ausmachet, z. E. daß zwey und drey fünfe; sechs und achte aber vierzehen ist

Die 4. Erklärung.

18. Subtrahiren oder Abziehen **ist so viel, als eine Zahl finden, welche, mit einer gegebenen Zahl zusammen genommen, einer anderen gegebenen Zahl gleich ist.** Die Zahl, welche durch Subtrahiren gefunden wird, heisset die **Differentz** oder der **Unterscheid** der gegebenen Zahlen.

Zusatz.

19. Weil eine jede Zahl aus **vielen Einheiten** bestehet (§. 5.); so geschiehet das **Subtrahiren**, wenn man von der einen gegebenen Zahl die **Einheiten** der **anderen** nach und nach wegnimmet.

Anmerckung.

20. Was in der Anmerckung über die vorhergehende Erklärung von dem Addiren (§. 17.) erinnert worden, findet auch hier bey dem Subtrahiren statt.

Die 5. Erklärung.

21. Multipliciren ist eine **Zahl finden aus zwey gegebenen Zahlen, in welcher**

die

die eine von den gegebenen so viel mal enthalten ist, als die andere von ihnen eines in sich begreift. Die Zahl, so gefunden wird, heisset das Product, oder *FACTUM:* Die gegebenen Zahlen werden die *FACTORES* genennet.

Anmerckung.

22. Wenn man multipliciret, findet man eine Zahl, die so groß ist, wie eine andere etliche mal genommen (§. 13.). Also muß nothwendig die Zahl, welche etliche mal genommen werden soll, so viel mal in der gefundenen Zahl enthalten seyn, als diejenige, welche andeutet, wie viel mal man die eine gegebene nehmen soll, Eines in sich begreift.

Zusatz.

23. Multipliciren ist also nichts anders, als eine Zahl etliche mal zu sich selbst addiren (§. 15.).

Die 6. Erklärung.

24. Dividiren ist eine Zahl finden aus zwo gegebenen Zahlen, welche andeutet, wie viel mal die eine von den gegebenen in der andern enthalten ist, und dannenhero Quotus oder der Quotient genennet wird.

Der 1. Zusatz.

25. Also ist Dividiren nichts anders, als eine Zahl von einer andern so viel mal subtrahiren, als möglich ist (§. 18.).

Der 2. Zusatz.

26. Und wie viel mal die eine gegebene Zahl

Zahl (welche *Divisor* genennet wird) in der andern (die man den *Dividendum* nennet) enthalten ist, so viel mal muß Eines in dem Quotienten enthalten seyn.

Der 1. Grundsatz.

27. **Eine jede Zahl und Grösse ist ihr selber gleich.**

Anmerckung.

28. Man saget, daß zwo Zahlen einander gleich sind, wenn eine so viel Einheiten in sich hält, als die andere. Derowegen, weil jede Zahl aus ihren gehörigen Einheiten bestehet (§. 5. 8.), und nicht mehr dieselbe Zahl bleibet, wenn man eine hinzuthut, oder davon nimmet (§. 10. 13.); so ist nothwendig jede Zahl ihr selber gleich. Es hat aber dieser Grundsatz seinen Nutzen, weil man eine Zahl ansehen kan, wie sie durch verschiedene Zusammensetzungen oder Veränderungen anderer Zahlen heraus kommet. Z. E. Sechs entstehet, wenn ich 4 und 2 addire; wenn ich 3 durch 2 multiplicire; wenn ich 2 von 8 subtrahire; wenn ich 12 durch 2 dividire. Also sind vermöge unseres Grundsatzes die Summe von 4 und 2, das Product aus 3 in 2, die Differentz zwischen 2 und 8, der Quotient aus 12 und 2, einander gleich. Anfänger verstehen diesen Nutzen nicht, der sich hauptsächlich im Erfinden und dahero auch in der Algebra zeiget.

Der 2. Grundsatz.

29. **Wenn zwo Zahlen oder Grössen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.**

Anmerckung.

30. Ich habe z. E. drey Haufen Geld. In dem ersten sind so viel Thaler, als wie in dem anderen; in dem dritten gleichfalls so viel, als in dem andern.

Also

Also müssen auch so viel in dem dritten, als in dem ersten, seyn.

Der 3. Grundsatz.

31 Wenn man gleiches zu gleichem addiret, so kommen gleiche Summen heraus. Wenn man aber gleiches zu dem grösseren und zu dem kleineren addiret, so ist die Summe in dem erstern Falle grösser, als in dem anderen (§. 15.).

Der 4. Grundsatz.

32. Wenn man gleiches von gleichem subtrahiret, so bleibet gleiches übrig. Wenn man aber gleiches von dem grösseren und kleineren subtrahiret, so bleiben in dem erstern Falle mehr übrig, als in dem anderen (§. 18.).

Der 5. Grundsatz.

33. Wenn man gleiches durch gleiches multipliciret, so kommen gleiche Producte heraus. Wenn man aber das grössere und das kleinere durch gleiches multipliciret; so ist das Product in dem erstern Falle grösser, als in dem anderen (§. 21.).

Der 6. Grundsatz.

34. Wenn man gleiches durch gleiches dividiret, so sind die Quotienten einander gleich. Wenn man aber das grössere und das kleinere durch gleiches dividiret; so ist der Quotient in dem erstern Falle grösser, als in dem andern (§. 24.).

Zusatz.

35. Daher, wenn zween ein Exempel rechnen, und keiner von beyden fehlet; muß einerley herauskommen; so sie aber verschiedenes herausbringen, muß wenigstens einer von beyden gefehlet haben.

Der 7. Grundsatz.

36. *Was grösser ist als eine von zwo gleichen Grössen, das ist auch grösser als die andere von ihnen.*

Der 8. Grundsatz.

37. *Das Gantze ist seinen Theilen zusammen genommen gleich, und daher grösser, als ein jeder von seinen Theilen.*

Der 1. willkührliche Satz.

38. *Man gehe im Zehlen nicht weiter fort, als bis zehen. Wenn man bis zehen gezehlet, so fange man wieder von neuem an, nur daß man jederzeit darzu setze, wie viel mal man schon zehen gezehlet.*

Anmerckung.

39. Dieses ist das allgemeine Gesetz, darnach man sich im Zehlen richtet: und weil wir desselben von Jugend auf so gewohnet sind, scheinet es eine Nothwendigkeit zu haben. Allein es hat nicht allein Weigelius in seiner *Arithmetica Tetractica* gewiesen, daß man nur bis auf viere zehlen könne; sondern der vortrefliche Leibnitz hat auch eine *Arithmeticam binariam* oder *dyadicam* erfunden, welche nicht über zwey zehlet, und den Gelehrten, die verborgene Eigenschaften der Zahlen zu untersuchen, dienen kan, indem sie dieselbe in ihre erste Elemente 0 und 1 auflöset (§. 5.). *Vid. Memoires*

moires de l'Academie Royale des Sciences A. 1703. p. 105. & seqq. Die Ursache aber, warum man nur biß auf zehen zehlet, ist sonder Zweifel daher zu holen, weil die Menschen die Sachen an ihren Fingern zu zehlen pflegen, ehe sie sich im Rechnen geübet (§. 17.).

Zusatz.

40. Also hat man vor jede von den zehen Zahlen einen besonderen Nahmen vonnöthen, und wiederum andere Nahmen, dadurch die Vielheit der Zehener bemercket wird. Jene sind *eines, zwey, drey, vier, fünf, sechs, sieben, acht, neun, zehen;* diese aber *zwantzig, dreyßig, viertzig, funftzig, sechtzig, siebentzig, achtzig, neuntzig, hundert.*

Der 2. willkührliche Satz.

41. Gleichwie man *zehen mal zehen hundert* nennet; also nenne man ferner *zehen mal hundert tausend; tausend mal tausend eine Million; tausend mal tausend Millionen eine Billion, oder Doppel-Million; tausend mal tausend Billionen eine Trillion, oder dreyfache Million,* u. s. w.

Anmerckung.

42. Diese Benennung geschiehet bloß zu dem Ende, damit man sich in grossen Zahlen nicht verwirret; sondern von jedem Theile derselben einen deutlichen Begriff formiren kan: woraus der Nutzen der Kunstwörter erhellet.

Der 3. willkührliche Satz.

43. Die neun Zahlen bemercke man mit

fol-

folgenden Zeichen: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. damit man aber auch die Zehener, Hunderte, Tausende, u. s. w. dadurch andeuten kan, so gebe man ihnen ihre Bedeutung von der Stelle, in welcher sie stehen. Nemlich wenn sie entweder allein, oder in der ersten Stelle zur Rechten anzutreffen sind, sollen sie Einer bedeuten; in der anderen Zehener, in der dritten Hunderte, in der vierten Tausende, u. s. w. Die leeren Stellen werden mit der Nulle (0) vollgefüllet, welche nemlich andeutet, daß in denselben keine Zahl anzutreffen.

Die 1. Aufgabe.

44. Eine geschriebene Zahl auszusprechen, das ist, einem jeden Zeichen in derselben seinen Werth zuzueignen.

Auflösung.

1. Theilet die gegebene Zahl in Classen von der Rechten an gegen die Lincke zu, vermittelst kleiner Strichlein, und eignet jeder Classe drey Stellen zu. Am Ende gegen die Lincke mögen drey oder weniger übrig bleiben.
2. Ueber die Zahl, welche nach dem andern Strichlein kommet, machet einen Punct, und über die, so nach dem vierten folget, zween Puncte, u. s. w.
3. Sprechet ein blosses Strichlein durch Tausend aus, einen Punct durch Million, zween Puncte durch Billion, u. s. w. Hingegen die erste Zahl gegen die Lincke in einer

Classe

Classe durch Hunderte, die mittlere durch Zehener, und die letzte durch Einer. So ist geschehen, was man verlangte. Z. E. wenn ihr folgende Zahl aussprechen wollet: 2''', 125, 473'', 613, 578', 432, 597. so saget: Zwo Trillionen, hundert und fünf und zwantzig tausend, vierhundert und drey und siebentzig Billionen, sechs hundert und dreyzehen tausend, fünfhundert und acht und siebentzig Millionen, vierhundert und zwey und dreissig tausend, fünfhundert und sieben und neuntzig.

Beweiß.

Es ist alles klar aus den vorhergesetzten willkührlichen Sätzen (§. 38. 41. 43.).

Die 2. Aufgabe.

45. **Verschiedene Zahlen zu addiren.**

Auflösung.

1. Schreibet die gegebenen Zahlen dergestalt unter einander, daß die einfachen unter die einfachen, die Zehener unter die Zehener, die Hunderte unter die Hunderte, u. s. w. zu stehen kommen (§. 8.).
2. Ziehet unter den geschriebenen Zahlen einen Strich, und
3. Zehlet besonders zusammen die Einer, (§. 17.) und schreibet unter sie ihre Summe. Enthält die etliche Zehener in sich, so zehlet dieselben zugleich mit den gegebenen Zehenern zusammen, und setzet ihre

Summe gleichfalls unter die Reihe der Zehener. Wenn ihr so fortfahret, werdet ihr endlich die verlangte Summe aller Zahlen heraus bekommen.

Oder: Streichet in jeder Reihe so viel mal zehen weg, als ihr könnet, und zehlet stets so viel Einheiten zu der folgenden, wie viel mal ihr zehen weggestrichen. Was übrig bleibet, setzet unter den Strich an seinen gehörigen Ort, wie vorhin.

Z.E. wenn ihr folgende Zahlen addiren sollet,

$$\begin{array}{r} 3578 \\ 524 \\ 63 \\ \hline 4165 \end{array}$$

so sprechet: 3 und 4 sind 7, noch 8 darzu sind 15. Setzet 5 unter die **Einer**; den 1 **Zehener** aber zehlet zu den gegebenen **Zehenern**, und sprechet ferner: 1 (nemlich **Zehener**) und 6 sind 7 (**Zehener**), noch 2 dazu sind 9, noch 7 dazu sind 16 (**Zehener**). Setzet die 6 **Zehener** unter die **Zehener** der gegebenen Zahlen und die übrigen 10 **Zehener**, das ist 1 **Hundert** zehlet zu den **Hunderten** der gegebenen Zahlen. Sprechet demnach: 1 und 5 sind 6, noch 5 dazu sind 11 (nemlich **Hunderte**). Setzet 1 unter die **Hunderte** der gegebenen Zahlen, und die übrigen 10 **Hunderte**, das ist 1 **Tausend** zehlet zu den **Tausenden** der gegebenen Zahlen. Sprechet also endlich: 1 und

3 sind

3 sind 4 (nemlich Tausend) und setzet die 4 unter die Tausende der gegebenen Zahlen; so habet ihr die verlangte Summe 4165. Oder sprechet: 8 und 2 ist 10, so gehet 1 hinüber 2 und 3 sind 5. Setzet 5 unter die Einer, und den 1 Zehener zehlet zu der folgenden Reihe. Saget nemlich: 7 und 1 sind 8, noch 2 dazu sind 10. Setzet die übrigen 6 unter die Zehener, und 1 zehlet zu den Hunderten. Saget ferner: 5 und 5 ist 10, und zehlet davor 1 zu den 3 Tausenden; so bekommet ihr endlich 4 in die Stelle der Tausende.

Beweiß.

Vermöge der geschehenen Rechnung enthält die gefundene Zahl in sich alle Einer, alle Zehener, alle Hunderte, alle Tausende u.s.w. der vorgegebenen Zahlen, das ist, alle ihre Theile (§. 38. 41. 43.). Und also ist sie so groß, wie alle gegebenen zusammen genommen (§. 37.): folgends sind die gegebenen Zahlen zusammen addiret worden. (§. 15.). W. Z. E.

Die 1. Anmerckung.

46. Wenn ihr alle Theile der gegebenen Zahlen als lauter Einer ansehet, so werdet ihr wahrnehmen, daß ihr in die Summe nur allezeit den Ueberschuß der summirten Zahlen über 9 schreibet. Denn an statt funfzehen schreibet ihr die Zahlen 1 und 5, welche 6 machen, wenn man sie beyde für Einer hält, und also der Ueberschuß der Zahl funfzehen über neune sind. Eben so schreibet ihr an statt sechzehen, unter die Reihe der Zehener 6, und unter die Hunderte 1, welche beyde Zahlen zusammen genommen, 7 ausmachen, wenn man sie für Einer ansiehet, und demnach

der Ueberschuß von sechzehen über neune sind. u.s.w. Hieraus ist klar, daß man bey Summirung der Zahlen bey jeder Reihe so viel Neunen weglässet, als man Einheiten zu der folgenden Reihe zehlet.

Die 2. Anmerckung.

48. Wollet ihr demnach wissen, ob die gefundene Zahl so groß sey, wie die gegebenen zusammen genommen, so (1.) mercket die besagten Einheiten auf der Seite, und nach vollbrachter Rechnung zehlet sie zusammen, damit ihr sehet, wie vielmal 9 im Summiren weggelassen worden. (2.) Werfet über dieses noch aus der Summe so vielmal 9 weg, als ihr könnet, und zehlet die im Summiren weggelassenen mit darzu: die Zahl aber, so übrig bleibet, mercket so wohl, als die Anzahl der weggeworfenen Neunen. (3.) Endlich gebet auch acht, wie viel mal ihr aus den gegebenen Zahlen 9 wegwerfen könnet, und was zuletzt vor eine Zahl übrig bleibt. Denn, so die Anzahl der weggeworfenen Neunen beyderseits gleich ist, auch einerley Zahl beyderseits übrig bleibet; so ist die gefundene Zahl so groß, wie die gegebenen zusammen genommen. (§. 32.). Und ihr seyd daher gewiß, daß ihr nach der Regel richtig verfahren. Als in dem vorigen Exempel sind wehrend der Rechnung drey Neunen weggelassen worden, und eine läßt sich noch von der gefundenen Summe wegwerfen, worauf 7 übrig bleiben. Wenn man aber aus den gegebenen Zahlen, die über der Linie stehen, gleichfalls 4 mal 9 ausstreichet, so bleiben auch 7 übrig. Demnach ist recht addiret worden. Diese Probe kan niemals trügen, ausser, wenn man in einer Stelle eben so viel zu viel zehlet, als man in einer andern zu wenig gezehlet: welchen Fehler man im Rechnen nicht leicht begehet. Man kan sich auch der Richtigkeit im Rechnen versichern, wenn man ein Exempel auf verschiedene Art rechnet, entweder auf beyde vorgeschriebene Manieren, oder, daß man einmal

von

von unten hinauf, das andere mal von oben herunter die Zahlen in einer Reihe zusammen zehlet.

Die 3. Anmerckung.

48. Die Mathematici haben ein besonderes Zeichen, womit sie die Addition andeuten, nemlich das Zeichen +, welches sie durch mehr aussprechen. Demnach schreiben sie die Summe zwoer Zahlen, als 3 und 7 also: 3 + 7.

Die 4. Anmerckung.

49. In genannten Zahlen streichet man, wie in der andern Art zu addiren (§.45.), so viele aus, als zusammen ein gantzes von der grösseren Art ausmachen, und setzet davor eins zu der folgenden Reihe, z. E. von den Pfennigen streichet man so viel mal 12 aus, als man kan, und setzet davor jedesmal 1 zu den Groschen, weil 12 Pfennige einen Groschen machen. Von den Groschen wirft man auf einmal 24 weg, und schreibet davor 1 zu den Thalern, weil 24 Groschen einen Thaler machen. Und auf eine gleiche Art verfähret man in andern Fällen. Als:

15 Thl.	20 gl.	10 pf.
28	14	2
30	16	6
75 Thl.	3 gl.	6 pf.

Und diese Manier zu addiren zeiget, daß das Addiren eine Aehnlichkeit mit dem Geld-Zehlen hat, und daher dieses zu der Erfindung des andern Anlaß gegeben, oder wenigstens geben kan. Und dieser Nutzen bleibet noch einem jeden übrig, wenn er die Regeln der Addition vergessen hat, und sie vor sich wieder finden will.

Die 3. Aufgabe.

50. **Eine kleinere Zahl von einer grössern zu subtrahiren.**

Auflösung.

1. Schreibet die kleinere Zahl unter die grössere auf die Art, wie im Addiren geschehen (§. 45.).
2. Ziehet unter die geschriebenen Zahlen einen Strich.
3. Subtrahiret besonders die Einer von den Einern, die Zehener von den Zehenern, die Hunderte von den Hunderten, u. s. w. (§. 20.) und setzet allezeit die Zahl, so übrig bleibet, an ihren gehörigen Ort unter den Strich: nemlich was bey den Einern übrig bleibet, unter die Einer, was bey den Zehenern übrig bleibet, unter die Zehener, u. s. w.
4. Geschiehet es aber, daß eine grössere Zahl von der kleineren weggenommen werden soll, so nehmet aus der folgenden Reihe eins weg, und setzet es in die vorhergehende, wo es zehen gilt (§. 43.). Also kan von der um zehen vermehrten Zahl die Subtraction geschehen; die Zahl aber in der folgenden Stelle ist um eins kleiner worden, welches durch einen Punct bemercket wird.
5. Endlich, wenn in der folgenden Stelle zur Lincken o stehet, so gehet so weit fort gegen die Lincke, bis ihr eine Zahl antreffet, und nehmet von ihr 1 weg, so ist es eben so viel, als wenn ihr in alle leeren Stellen 9, und in die, wo man nicht subtrahiren konte, 10 setzet (§. 43.).

Nach

Nach diesen Regeln kan man eine jede gegebene Zahl subtrahiren. W. Z. E.

Z. E. Wenn ihr folgende Zahlen von einander subtrahiren sollet,

9 8.0.0.4.0.3 4.5 9
4 7 4 3 8 6 5 2 6 3

5 0 5 6 5 3 8 1 9 6

so sprechet: 3 von 9 lässet 6, und schreibet 6 unter den Strich in die Stelle der **Einer**. Sprechet ferner: 6 (nemlich **Zehener**) von 5 kan ich nicht (wegnehmen). Borget demnach 1 von 4 in der folgenden Stelle, so bleiben in derselben 3, und ihr habt 15 an statt der 5 (§. 43.). Nehmet 6 von 15, so bleiben 9 übrig, welche ihr wiederum unter den Strich, in die Stelle der **Zehener**, schreibet. Hierauf fahret fort und sprechet: 2 von 3 lässet 1, 5 von 3 kan ich nicht (*subtrahiren*), derowegen borge ich 1 von 4 und setze es in die leere Stelle, so habe ich in derselben 10. Davon nehme ich 1 weg, so bleiben daselbst 9, und an statt 3 bekomme ich 13. Nun nehmet 5 von 13, so bleiben 8 übrig, und 6 von 9 lässet 3. Weil 8 von 3 wieder nicht angehet, so nehmet 1 von 8 und setzet es in die erste leere Stelle, so habt ihr daselbst 10, und dorten noch 7. Von den 10 nehmet 1 weg, und setzet es in die andere leere Stelle gegen die rechte, so bleiben an statt 10 noch 9, und in dieser habt ihr 10. Davon nehmet wieder

1 weg, so bleiben in derselben noch 9, und an statt 3 bekommt ihr 13. Sprechet nun: 8 von 13 lässet 5; 3 von 9 lässet 6; 4 von 9 lässet 5; 7 von 7 lässet 0; 4 von 9 lässet 5. Wenn ihr nun das übrige allezeit unter den Strich an seinen gehörigen Ort schreibet; so habt ihr die verlangte Zahl gefunden.

Beweiß.

Vermöge der geschehenen Rechnung hält die gefundene Zahl in sich den Rest aller **Einer**, aller **Zehener**, aller **Hunderte**, aller **Tausende**, u. s. w. das ist, den Rest aller Theile. Da nun der Rest aller Theile zusammen dem gantzen Reste gleich ist (§. 37.); so ist die gefundene Zahl der Rest, welcher übrig bleibet, wenn man eine Zahl von der andern wegnimmt, und folgends mit der weggenommenen Zahl zusammen, der anderen gegebenen Zahl gleich. Derowegen geschiehet durch die gegebenen Regeln die **Subtraction**, (§. 18.). W. Z. E.

Die 1. Anmerckung.

51. Wollet ihr wissen, ob ihr recht gerechnet habt, so addiret nach der 2 Aufgabe (§. 45.) die gefundene Zahl zu der kleinern von den gegebenen. Die Summe ist die grössere (§. 18.).

```
 9 8.0.0.4.0.3 4.5 9
 4 7 4 3 8 6 5 2 6 3
 -------------------
 5 0 5 6 5 3 8 1 9 6
 -------------------
 8 8 0 0 4 0 3 4 5 9.
```

Die

Die 2. Anmerckung.

52. Das Zeichen der Subtraction ist —, welches man durch weniger ausspricht; daher schreibt man den Unterscheid zwoer Zahlen, als 8 und 5 also: 8 — 5: hingegen den Unterscheid zwischen 5 und 8 also 5 — 8, oder — 3.

Die 3. Anmerckung.

53. In genannten Zahlen ist die Subtraction von der vorigen nur darinnen unterschieden, daß die von einer grössern Art geborgte Zahl nicht 10, sondern so viel gilt, als die grössere die kleinere in sich begreiffet, z. E. 1 von denen Groschen geborget, gilt in der Stelle der Pfennige 12; hingen 1 von den Thalern geborget, in der Stelle der Groschen 24; 1 von den Pfunden geborgt in der Stelle der Lothe 32, als:

von	12 Thl.	18 gl.	4 pf.
abgezogen	8	20	6
bleiben	3 Thl.	21 gl.	10 pf.

Und hieraus siehet man, daß das Subtrahiren eine Verwandniß mit dem Geld-Ausgeben hat, wo man eine grössere Sorte wechselt, wenn man nicht so viel kleine Müntze hat, als man ausgeben soll. Es gilt auch hier von Erfindung der Subtraction, was vorhin (§. 49.) von Erfindung der Addition erinnert worden.

Die 4. Aufgabe.

54. **Das Ein mal Eins aufsetzen, das ist, eine Tabelle verfertigen, in welcher alle Producte zu finden sind, die heraus kommen, wenn man die Einer durcheinander multipliciret.**

Auflösung.

1. Theilet die Seite eines Quadrats in 9

gleiche Theile, und zerschneidet es durch Querstriche in lauter kleine Fächer.

2. Oben in der ersten Reihe und zur Lincken schreibet die Zahlen von 1 bis 9 in ihrer natürlichen Ordnung.

3. Addiret 2 zu sich selbst, und setzet das Product 4 unter die 2: dazu addiret noch 2, so ist 6 das Product aus 3 in 2: zu 6 addiret noch einmal 2, so habt ihr 8 das Product aus 2 in 4.

4. Wenn ihr nun auf gleiche Weise die übrigen Zahlen findet, und in ihre gehörigen Fächer einschreibet; so ist das **Ein mal Eins** fertig, welches man machen solte.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Anmerckung.

55. Das Ein mal Eins muß man auswendig lernen, wenn man im multipliciren und dividiren hurtig fortkommen will. So lange man es aber noch

noch nicht inne hat, muß es iederzeit, wenn man multipliciret, oder dividiret, bey der Hand seyn.

Die 5. Aufgabe.

56. Eine gegebene Zahl durch eine andere Zahl zu multipliciren.

Auflösung.

1. Schreibet die eine Zahl dergestalt unter die andere, wie in der Addition geschehen (§. 45.).
2. Unter die geschriebenen Zahlen ziehet einen Strich.
3. Schreibet aus dem Ein mal Eins darunter alle Producte aus jedem Theile der untern Zahl in jeden von der oberen, und zwar, der Kürtze halber, dergestalt, daß ihr allezeit die Zehener von einem Producte zum folgenden Producte um eine Stelle weiter hinein rücket (§. 43.).
4. Endlich addiret (§. 45.) diese Producte zusammen; so ist ihre Summe das Product, welches man finden solte.

Z. E. wenn ihr 38476 durch 35 multipliciret, so schreibet die Zahlen folgender gestalt unter einander,

```
    38476
       35
  -------
   192380
  115428
  -------
  1346660,
```

und sprechet: 5 mal 6 sind 30. Schreibet die 0 un-

0 unter die 5 und sprechet weiter: 5 mal 7 sind 35, 3 darzu (so euch zuvor überblieben) sind 38. Schreibet 8 neben 0 gegen die Lincke, und sprechet ferner: 4 mal 5 sind 20, und 3 dazu 23. Schreibet 3 neben 8 und saget: 5 mal 8 sind 40, 2 dazu sind 42. Schreibet 2 neben 3 und saget abermal: 5 mal 3 sind 15, und 4 dazu 19. Schreibet 19 neben 2, so habt ihr die obere Zahl 5 mal genommen (§. 42. 54.). Verfahret nun auf gleiche Weise mit 3, und saget: 3 mal 6 sind 18. Schreibet 8 um eine Stelle weiter hinein gegen die Lincke (§. 43.), und sprechet ferner: 3 mal 7 sind 21, und 1 dazu 22. Schreibet 2 neben die 8 gegen die Lincke, u. s. w. so bekommet ihr die obere Zahl 30 mal. Endlich **addiret** die beyden gefundenen Zahlen: so ist die Summe 1346660 das gesuchte Product.

Beweiß.

Vermöge der geschehenen Rechnung und des *Ein mal Eins* (§. 54.) begreiffet die erste Reihe der Zahlen, die addiret werden, die obere Zahl so viel mal in sich, als die erstere von der unteren gegen die Rechte **Eins** in sich enthält. Und weil die folgenden Reihen immer um eine Stelle weiter hineingerücket werden, so begreift jede von ihnen die obere Zahl so viel mal in sich, als jede von den folgenden der unteren **Eins** in sich enthält (§. 43.). Derowegen, wenn man alle Reihen zusammen **addiret**; so muß die Sum-

Summe die obere Zahl so viel mal in sich enthalten, als die untere Eins in sich begreift (§. 15.). Folglich hat man die obere Zahl durch die untere multipliciret (§. 21.) W. Z. E.

Anmerckung.

57. Wenn an einer Zahl Nullen hangen, so darf man sie nur hinten an das Product der übrigen Zahlen nach einander anhängen (§. 43.), wie aus beygesetztem Exempel zu ersehen:

```
  368          4750
    200            300
  -------      ---------
  73600,      1425000.
```

Sonst ist noch zu mercken, daß das Zeichen der Multiplication ein bloßes (.) ist. Z. E. wenn ich bloß andeuten will, daß 3 durch 4 multipliciret werden soll; so schreibe ich: 3. 4, welches so viel heisset, als 3 durch 4 multipliciret.

Die 6. Aufgabe

58. **Ohne das Einmal Eins zu multipliciren.**

Auflösung.

Wenn ihr nur dupliren und halbiren könnet, so könnet ihr das übrige ohne das Ein mal Eins multipliciren. Denn, addiret das Einfache und Zweyfache, so habt ihr das Dreyfache. Dupliret das Zweyfache, so habt ihr das Vierfache. Halbiret das Zehenfache, das ist, die zu multiplicirende Zahl an welcher eine Nulle hänget; so habt ihr das Fünffache. Addiret

diret dazu das Einfache, so habt ihr das Sechsfache. Addiret zum halben Zehenfachen das Zweyfache, so habt ihr das Siebenfache. Ziehet ab vom Zehenfachen das Zweyfache, so habt ihr das Achtfache. Endlich, ziehet das Einfache von dem Zehenfachen ab, so habet ihr das Neunfache.

NOMENCLATVRA

1. Simplum.	1 Simplum.
2. Duplum.	2 Duplum.
3. Triplum.	1 + 2 Duplum & Simplum.
4. Quadruplum.	2. 2 Dupli duplum.
5. Quintuplum.	$\frac{10}{2}$ Decupli dimidium.
6. Sextuplum.	$\frac{10}{2}$ + 1 Decupli dimidium & Simplum.
7. Septuplum	$\frac{10}{2}$ + 2 Decupli dimidium & duplum.
8. Octuplum.	$\frac{10}{2}$ + 2 + 1 Decupli dimidium, duplum & simplum, seu decuplum sine duplo.
9. Noncuplum.	10 — 1 Decuplum sine simplo.

Exempel.

3) 3894 — 7788 — 11682,

4) 3894 — 7788 — 15576,

5) 3894 — 19470,

3894

6) 3894 × 5

19470

23364,

7) 3894 × 7

19470
7788

27258,

8) 3894 × 8

7788
19470

31152,

9) 3894 × 9

35046.

3789296	
673	
7578592	duplum,
18946480	deculpi dimidium.
11367888	duplum & ſimplum.
26525072	dec. dim. & duplum.
22735776	dec. dim. & ſimpl.
2550196208.	

5832794	
472589	
11665588	duplum
29163970	decupli dimidium
52495146	dec. ſine ſimplo ſ. noncuplum.
46662352	dec. ſine duplo. ſ. octuplum.
29163970	decupli dimid. ſ. quintuplum.
11665588	duplum.
40829558	duplum & quintuplum.
23331176	octupli dimidium.
2756514283666.	

```
  472836
     356
--------
  945672  duplum.
 2364180  decupli dimidium.
--------
 2837016
2364180
1418508
--------
168329616.

  472836
     467
--------
  945672  duplum.
 2364180  decupli dimid. s. quintuplum.
--------
 3309852
2837016
1891344
--------
220814412.
```

Die 7. Aufgabe.

59. **Eine gegebene Zahl durch eine andere kleinere Zahl zu dividiren.**

Auflösung.

Der erstere Fall. Wenn der Divisor oder Theiler nur *eine einzelne Ziffer* ist, so

1. Setzet ihn unter die erste Zahl zur Lincken, und fraget, wie vielmal er in derselben enthalten sey? Die Zahl, so solches andeutet, setzet an statt des Quotienten hinter den zur Rechten gemachten Strich.
2. Mit diesem Quotienten multipliciret den

den Divisorem, und ziehet das Product von der Zahl ab, die ihr dividiret, streichet dieselbe aus, und setzet, was überbleibet, darüber.

4. Rücket den Divisorem um eine Stelle fort, und fraget abermals, wie vielmal derselbe in der zur Lincken übergebliebenen und zur Rechten über ihm stehenden Zahl zusammen, enthalten sey? Und verfahret im übrigen, wie vorhin.

Wenn ihr dieses durch alle Zahlen fortführet; so werdet ihr den verlangten Quotienten finden.

Z. E. Man soll 7856 durch 3 dividiren.

```
1 22 |
7856 | 2618
3333 |
```

Setzet 3 unter 7 und sprechet: 3 in 7 habe ich 2 mal. Schreibet 2 hinter den zur Rechten gemachten Strich, und sprechet ferner: 2 mal 3 sind 6: 6 von 7 lässet 1. Rücket 3 unter 8 und saget: 3 in 18 habe ich 6 mal. Setzet 6 zu dem ersten Theile des Quotienten und sprechet: 3 mal 6 sind 18, 18 von 18 hebt sich auf. Wenn ihr nun auf gleiche Weise fortfahret; so findet ihr den gantzen Quotienten 2618 und bleiben 2 übrig. Daraus zu ersehen ist, daß die vorgegebene Zahl sich nicht völlig in 3 gleiche Theile theilen lässet.

Beweiß.

Weil man aus dem **Ein mal Eins** wissen kan, wie vielmal eine Zahl aus

der Classe der **Einer** in einer andern Zahl enthalten ist, welche aus der **Multiplication** der **Einer** durch einander entstanden, (§. 54.); so ist klar, daß die gefundene Zahl andeutet, wie viel mal der Divisor in den **Tausenden, Hunderten, Zehenern** und **Einern**, das ist, in der vorgegebenen Zahl (§. 37), enthalten sey. Derowegen ist sie der gesuchte Quotient, und man hat die vorgegebene Zahl durch die andere dividiret (§. 24.). W. Z. E.

Der andere Fall. Wenn der Divisor aus mehr, als einem Theile bestehet, so

1. Fanget ihn an unter der ersten Zahl zur Lincken, und so fort gegen die Rechte zu schreiben, und machet, wie vorhin, hinter die Zahl einen Strich.
2. Untersuchet durch Hülfe des **Ein mal Eins**, wie viel mal die erste Zahl des Divisoris in der ersten Zahl des Dividendi enthalten sey?
3. Multipliciret durch diesen Quotienten den gantzen Divisorem, und gebet acht, ob sich das Product von den Zahlen, die darüber stehen, abziehen läßt.
4. Wenn es angehet, so schreibet die vorhin gefundene Zahl in die Stelle des Quotienten hinter den Strich, und ziehes das Product würcklich ab. Die Zahlen, von welchen ihr abziehet, streichet aus, und was übrig bleibet, setzet darüber. Gehet es aber

nicht

nicht an, so nehmet zum Quotienten eines oder auch mehrere weniger, bis ihr das Product abziehen könnet.

5. Rücket euren Divisorem um eine Stelle fort gegen die Rechte, und verfahret, wie vorhin, bis endlich der Divisor nicht weiter fortgerücket werden kan. So ist geschehen, was man verlangte.

Z. E. Man soll 7856 durch 32 dividiren. Setzet 32 unter 78 und sprechet: 3 in 7 habe ich 2 mal. Multipliciret 2 mit 32, so kommen 64. Weil nun dieses Product sich von 78 abziehen lässet; so schreibet 2 an statt des Quotienten, und was nach geschehener Subtraction übrig bleibet, 14 schreibet über 78. Rücket euren Divisorem um eine Stelle fort, und sprechet: 3 in 14 habe ich 4 mal. Multipliciret 4 mit 32, so kommen heraus 128. Weil nun dieses Product sich von 145 abziehen läßt; so schreibet 4 in die Stelle des Quotienten, und was nach geschehener Subtraction übrig bleibet, 17 schreibet über die ausgestrichenen Zahlen darüber. Rücket euren Divisorem abermal um eine Stelle fort und sprechet: 3 in 17 habe ich 5 mal. Multipliciret 32 mit 5. Weil das Product 160 sich von 176 abziehen läßt; so schreibet 5 zu dem Quotienten, und was nach

```
 11
 147
 7856 | 245
 3222
  33
```

geschehener Subtraction übrig bleibet, 16 schreibet über die ausgestrichenen Zahlen darüber. Die gefundene Zahl 245 ist der verlangte Quotient.

Beweiß.

Der Beweiß ist fast eben, wie in dem erstern Falle. Nur ist zu mercken, daß, weil man vermöge des Ein mal Eins nicht wissen kan, wie vielmal der gantze Divisor in denen darüber geschriebenen Zahlen enthalten ist, man setze, er stecke so viel mal darinnen, als die erste Zahl des Divisoris zur Lincken in der über ihr geschriebenen Zahl. Denn, ob dieses gleich nicht jederzeit eintrift; so kan es einen doch nicht in Irrthum verleiten, weil die Probe gleich angestellet wird, wenn man den Divisorem durch den angenommenen Quotienten multipliciret und ihn, also vermittelst derselben, so lange um eins vermindert, bis man den rechten Quotienten erhält.

Anmerckung.

60. Es scheinet zwar diese Manier verdrießlich zu seyn, weil man erst suchen muß. Allein die Erfahrung lehret, daß man die Probe in den Gedancken sehr geschwinde anstellen kan, wenn man sich erst eine Weile geübt hat.

Die 8. Aufgabe.

61. **Ohne das Ein mal Eins zu dividiren.**

Auf-

Auflösung.

1. Schreibet die Zahl, welche dividiret werden soll, gewöhnlicher maßen vor euch, machet darhinter einen Vertical Strich, und unter die Stelle des Quotienten einen Horizontal-Strich.
2. Unter diesen andern Strich schreibet den Divisorem, und darneben zur Rechten 1, des Divisoris Zwiefaches und darneben 2, endlich die Helfte des Zehenfachen und darneben 5: so könnet ihr daraus alle vielfachen Zahlen des Divisoris haben (§. 58).
3. Nehmet so viel Zahlen der zu dividirenden Zahl, als der Divisor Theile hat, und vergleichet sie mit seinen vielfachen; so werdet ihr den Quotienten finden.
4. Diesen schreibet gewöhnlicher maßen an seinen Ort, das dazu gehörige vielfache aber des Divisoris unter die gemeldeten Theile der zu dividirenden Zahl, und ziehet jenes von diesen ab.
5. Zu dem überbliebenen setzet zur Rechten die nächst folgende Ziffer von der zu dividirenden Zahl und verfahret wie vorhin.

Wenn ihr nun so fortfahret, so werdet ihr ohne das **Ein mal Eins**, und ohne beschwehrliches Nachdencken den völligen Quotienten finden.

Z. E. Ihr sollet 385724615 durch 175 dividiren; so schreibet die Zahl folgender gestalt nieder mit den benöthigten vielfachen Zahlen des Divisoris:

385724615	2204140.	
350	175	1
357	350	2
350	875	5
724		
700		
246		
175		
711		
700		
115.		

Vergleichet mit diesen 385, so sehet ihr, daß 350 ihnen am nächsten kommt und demnach 2 der Quotient ist. Diesen schreibet an seinen gehörigen Ort, setzet 350 unter 385, und ziehet die erstere Zahl von der anderen ab. Zu den überbliebenen 35 setzet aus der zu dividirenden Zahl noch die 7 herunter. Vergleichet die Zahl 357 mit den vielfachen Zahlen des Divisoris, so werdet ihr finden, daß ihr 350 am nächsten kommt, und also 2 abermal der Quotient sey. Subtrahiret 350 gehöriger maßen von 357, so bleiben 7 übrig. Dazu setzet die 2 herunter, so werdet ihr wahrnehmen, daß 72 kleiner als der Divisor und also für die Stelle der Quotient 0 sey. Rücket demnach mit der 4 herunter, so sehet ihr bald, daß 724 zwischen **das Zweyfache** 350 und **Fünffache** 875 fällt, und zwar

zwar des zweyfachen zweyfaches, das ist, das Vierfache 700 derselben Zahl am nächsten kommt, folgends der Quotient 4 sey. Wenn ihr nun solchergestalt eure Arbeit fortsetzet; so werdet ihr den völligen Quotienten 220,140 finden, und werden euch noch 115 übrig bleiben.

Die 1. Anmerckung.

62. Ein jeder wird verspüren, daß diese Manier zu dividiren der gewöhnlichen, die in der vorhergehenden Aufgabe erkläret worden, in großen Zahlen unstreitig weit vorzuziehen sey, nicht allein, weil das verdrießliche Nachsinnen, welches mit der gewöhnlichen Art verknüpfet ist (§. 59.), völlig gehoben wird: sondern auch, weil man hier nicht so leicht fehlen kan, ingleichen in den größten Exempeln sich nicht abmattet. Sonst kan man auch in dem gewöhnlichen Dividiren, absonderlich, wenn der Divisor groß ist, die Producte so unter den Dividendum schreiben, nnd das überbliebene darunter setzen, wie hier geschehen: welches den Nutzen hat, daß man den Fehler leichter finden kan, ohne das Exempel gantz von neuem zu rechnen; wenn ein Quotient mehr als einmal vorkommt, nicht erst von neuem multipliciren darf; wenn man die folgenden Theile des Dividendi mit den vorhergehenden Producten vergleichet, den Quotienten leichte findet; wenn man die Producte, so man nach und nach abgezogen, zu dem überbliebenen addiret, um zu sehen, ob die dividirte Zahl heraus kommt, so gleich die Probe anstellet, und was dergleichen Vortheile mehr sind.

Die 2. Anmerckung.

63. Es hat diese Art, ohne das Ein mal Eins zu rechnen, schon vor langer Zeit Herr Ludolph, unlängst Professor Mathematum zu Erfurt, ersonnen, als einem seiner Zuhörer das Ein mal Eins nicht

in den Kopf wolte, und sie nach der Zeit mit gutem Fortgange in den Erfurtischen Schulen als Inspector über dieselben einführen lassen. Als er sie mir mündlich communiciret, hat er mich versichert, daß Hugenius sie selbst gebilliget, als er bey dessen Leben in Haage unter andern Mathematischen Discursen auch von dieser seiner Rechnungs-Art mit ihm gesprochen.

Die 3. Anmerckung.

64. Unerachtet ich aber dieselbe, sonderlich im Dividiren, allen mit Ernst recommendiret, so wolte ich doch auch nicht gern, daß man das Ein mal Eins gantz verwürfe, weil gewisse Fälle vorkommen können, da man es, ohne sich eines Vortheiles zu begeben, nicht wohl entrahten kan. Wir werden bald ein klares Exempel in der Reduction der Brüche sehen. Endlich ist auch noch dieses zu mercken, daß das Zeichen der Division zween Puncte (:) sind. Z. E. wenn ich bloß andeuten will, daß 4 durch 3 dividiret werden sollen, so schreibe ich 4 : 3, welches so viel heisset, als 4 durch 3 dividiret.

Die 7. Erklärung.

65. **Wenn man zwo Zahlen (4 und 12) dergestalt mit einander vergleichet, daß man auf ihren Unterscheid (8), der durch die Subtraction gefunden wird, acht hat, so nennet man ihre Relation, die sie gegen einander haben, eine Arithmetische Verhältniß: siehet man aber auf den Quotienten (3), der durch die Division gefunden wird, eine Geometrische Verhältniß, oder auch schlechter Dinges eine Verhältniß. Der Quotient, welcher andeutet,**

tet, wie viel mal die kleinere Zahl in der grösseren enthalten ist, heisset der Nahme der Verhältniß (*Nomen* sive *Exponens rationis*). In jener nemlich entstehet die kleinere aus der grösseren durch die Subtraction, die grössere aber aus der kleinern durch die Addition; in dieser hingegen die kleinere aus der grössern durch die Division, die grössere aber aus der kleinern durch die Multiplication.

Die 8. Erklärung.

66. **Wenn in zwoen oder mehreren Arithmetischen Verhältnissen (3. 5. und 6. 8.) der Unterscheid der Glieder (2); in Geometrischen (3. 12. und 5. 20.) der Nahme der Verhältniß (4) einerley ist, so nennet man sie ähnlich, und ihre Aehnlichkeit eine Proportion. Die ähnlichen Verhältnisse werden auch gleiche Verhältnisse genennet.**

Anmerckung.

67. Die Zahlen, so eine Arithmetische Proportion mit einander machen, schreibet man also: 3. 5. ∵ 6. 8, oder besser nach meiner Art 3 — 5 = 6 — 8; die in einer Geometrischen neben einander stehen, dergestalt 3. 12 :: 5. 20. Oder auch mit dem Herrn von Leibniz; 3 : 12 = 5 : 20. In beyden spricht man: Wie sich verhält die erste Zahl zu der andern, so die dritte zu der vierdten. Diese Redens-Art hat in dem erstern Falle den Verstand:

stand: Um wie viel die erste Zahl grösser oder kleiner als die andere ist, um eben so viel ist die dritte Zahl grösser oder kleiner als die vierdte. Hingegen in dem andern Falle muß man sie dergestalt erklären: Wie vielmal die erste Zahl die andere in sich enthält, oder in ihr enthalten ist; eben so vielmal enthält die dritte Zahl die vierdte in sich, oder ist in ihr enthalten.

Die 9. Erklärung.

68. Zuweilen vertritt das andere Glied zugleich die Stelle des dritten, und dann nennet man es PROPORTIONEM *continuam*, eine stete Proportion. Ist nun dieselbe Arithmetisch, so schreibet man sie also: ∸ 3. 6. 9; ist sie Geometrisch, folgender maßen: ∺ 3. 6. 12.

Die 10. Erklärung.

69. Eine Progression wird genennet eine Reihe Zahlen, die in einer Arithmetischen, oder auch Geometrischen Verhältniß fortgehen, als im erstern Falle 3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24. 27: im andern 3. 6. 12. 24. 48. 96. Und zwar nennet man die erstere eine Arithmetische; die andere aber eine Geometrische Progression.

Der 9. Grundsatz.

70. Wenn zwo Verhältnisse einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich. Z. E. $1:4 = 3:12$ und $1:4 = 5:20$. Derowegen ist $3:12 = 5:20$.

Der

Der 10. Grundsatz.

71. Gleiche Grössen oder Zahlen haben zu einer oder gleichen Grössen einerley Verhältniß, das ist, wenn sie grösser sind, als die dritte, begreifen sie dieselbe gleich viel mal in sich; wenn sie kleiner sind, so sind sie gleich große Stücke von ihr (§. 67).

Der 11. Grundsatz.

72. Eine Grösse oder Zahl hat zu gleichen einerley Verhältniß, das ist, wenn sie grösser ist, begreifet sie dieselben gleich viel mal in sich; wenn sie kleiner ist, so ist sie ein gleich großes Stück von ihnen (§. 67).

Der 12. Grundsatz.

73. Die Grössen oder Zahlen sind einander gleich, zu welchen eine einerley Verhältniß hat, das ist, wenn sie grösser sind, in welchen sie gleich viel mal enthalten ist; wenn sie aber kleiner sind, welche sie gleich viel mal begreifet (§. 67).

Der 1. Lehrsatz.

74. Wenn man zwo Zahlen (3 und 6) durch eine Zahl (4) multiplicieret; so verhalten sich die Producte (12 und 24) wie die multiplicirten Zahlen (3 und 6).

Be-

Beweiß.

4	4=	4
3	6=	3+3
12,	24=	12+12

Denn, wenn ich eine Zahl (4) durch zwo andere (3 und 6) multiplicire, so ist dieselbe in dem andern Producte um so viel mal mehr enthalten, als in dem erstern, als die erstere Zahl (3) in der andern (6) enthalten ist. Als weil in unserm Exempel 6 zweymal so groß ist, als 3, so nehme ich auch 4 zweymal so viel, wenn ich durch 6 multiplicire, als wenn ich durch 3 multiplicire, maßen das Dreyfache zwey mal genommen, das sechsfache ausmachet. Derowegen ist klar, daß das erstere Product (12) in dem andern (24) so viel mal enthalten ist, als die erstere multiplicirte Zahl (3) in der anderen (6). W. Z. E.

Zusatz.

75. Wenn man zwo Zahlen durch eine dritte dividiret, so müssen sich die Quotienten wie die dividirten Zahlen verhalten: denn man kan sie ansehen, als wären sie durch Multiplication der Quotienten mit dem Divisore entstanden (§. 21. 24.).

Die 11. Erklärung.

76. **Wenn man ein ganzes in gleiche Theile eintheilet, z. E. in sechse und nimt einen oder etliche Theile derselben, so nennet man es einen Bruch.**

Der

Der 4. willkührliche Satz.

77. Man schreibet ihn aber mit zwo Zahlen, welche unter einander gesetzet und durch einen Strich von einander unterschieden werden: Von denen die untere andeutet, in wie viel gleiche Theile das gantze eingetheilet worden; die obere aber, wie viel solcher Theile mir zugehören. Jene wird der Nenner, diese der Zehler genennet. Z. E. der Thaler soll in 3 gleiche Theile getheilet werden, und ich soll 2 derselben bekommen, so schreibe ich den Bruch also: $\frac{2}{3}$.

Der 1. Zusatz.

78. Daher urtheilet man die Grösse des Bruches aus dem Verhältniß des Zehlers zu dem Nenner, als des Theiles zu dem Gantzen. Denn stecket jener in diesem viel mal, so ist der Bruch klein, als $\frac{3}{38}$; stecket er wenig mal darinnen, so ist er groß, als $\frac{2}{3}$. Hingegen, wenn die Zehler in ihren Nennern gleich viel mal enthalten sind, so sind die Brüche einander gleich, als $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{25}{50}$. Wenn Zehler und Nenner einander gleich sind, als $\frac{24}{24}$, so bedeutet es ein gantzes und daher ist der Bruch mehr als ein gantzes, wenn der Zehler grösser ist, als der Nenner, als $\frac{35}{24}$.

Der 2. Zusatz.

79. Wenn man demnach den Nenner

und Zehler eines Bruches ($\frac{4}{6}$) durch eine Zahl (2) multipliciret oder dividiret; so sind die Brüche, so heraus kommen ($\frac{8}{12}$) und ($\frac{2}{3}$) dem gegebenen ($\frac{4}{6}$) gleich. (§. 74, 75).

Die 9. Aufgabe.

80. **Einen Bruch aufheben, das ist, an statt eines gegebenen Bruches ($\frac{20}{48}$) einen andern finden, der mit kleinern Zahlen geschrieben wird, aber dem gegebenen, dem Werthe nach, gleich ist.**

Auflösung.

Dividiret den Nenner (48) und den Zehler (20) des gegebenen Bruches ($\frac{20}{48}$) durch eine Zahl (4), so formiren (§. 79) die herauskommenden Zahlen (5 und 12) den neuen Bruch ($\frac{5}{12}$).

Die 10. Aufgabe.

81. **Verschiedene Brüche unter einerley Benennung zu bringen, das ist, an statt einiger Brüche, die verschiedene Nenner haben, andere zu finden, die einerley Nenner haben, und den gegebenen gleich sind.**

Auflösung.

1. Wenn 2 Brüche gegeben sind, so multipliciret jeden Bruch durch den Nenner des andern.
2. Sind aber mehrere gegeben, so wird der

Zeh-

Zehler und Nenner eines jeden Bruches durch das Product aus den Nennern der übrigen multipliciret (§. 79).

Exempel.

$5)\ \frac{2}{3}.\ 3)\ \frac{4}{5} = \frac{10}{15}.\ \frac{12}{15}.$

$24)\ \frac{2}{3}.\ 12)\ \frac{1}{6}.\ 18)\ \frac{3}{4} = \frac{48}{72}.\ \frac{12}{72}.\ \frac{54}{72}.$

Die 11. Aufgabe.

82. **Brüche zu addiren.**

Auflösung und Beweiß.

Weil die Nenner die Nahmen sind (§ 77), so dürfet ihr nur die Zehler **addiren.** Da man aber nur Zahlen von einer Art zusammen setzen kan (§. 8.); so müsset ihr erst die Brüche unter eine Benennung bringen (§. 81), wenn sie verschiedene Nenner haben. W. Z. E.

Exempel.

$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{22}{15} = 1\,\frac{7}{15}$ (§. 80.).

$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{48}{72} + \frac{12}{72} + \frac{54}{72} = \frac{114}{72} = 1\frac{42}{72} = 1\frac{7}{12}.$

Die 12. Aufgabe.

83. **Einen Bruch von dem andern zu subtrahiren.**

Auflösung.

1. Bringet die Brüche unter eine Benennung (§. 81.), wenn sie verschiedene Nenner haben.
2. **Subtrahiret** den Zehler des einen von dem Zehler des andern, und lasset den Nenner unverändert.

Z. E. $\frac{2}{3} - \frac{3}{7} = \frac{14}{21} - \frac{9}{21} = \frac{5}{21}.$

Be-

Beweiß.

Der Beweiß ist wie in der vorhergehenden Aufgabe.

Die 13. Aufgabe.

84. *Einen Bruch durch einen Bruch zu multipliciren.*

Auflösung.

Multiplicirt durch einander die Nenner, ingleichen die Zehler; so formiren die beyden Producte das verlangte Facit.

Z. E. $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{12}{35}$.

Beweiß.

Wenn man einen Bruch durch einen Bruch multipliciren soll; so soll man ein Stück von ihm geben (§. 22, 76). Z. E. $\frac{2}{3}$ durch $\frac{1}{2}$ multipliciren heisset, $\frac{2}{3}$ ein halb mal nehmen, oder einem $\frac{1}{2}$ von $\frac{2}{3}$ geben und $\frac{4}{5}$ durch $\frac{3}{7}$ multipliciren, ist eben so viel, als $\frac{4}{5}$ in 7 Theile eintheilen, und 3 solcher Theile davon nehmen (§ 77), das ist, $\frac{4}{5}$ durch 7 dividiren und den Quotienten durch 3 multipliciren. Weil nun der Nenner der bloße Nahme ist (§. 77); so muß eigentlich der Zehler des zu multiplicirenden Bruches durch den Nenner des andern dividiret werden, als der Zehler 4 des Bruches $\frac{4}{5}$ durch den Nenner 7 des Bruches $\frac{3}{7}$. Damit

mit er sich nun dividiren lässet, so muß der zu multiplicirende Bruch in einen andern verwandelt werden, welches geschiehet, wenn man ihn durch den Nenner des Multiplicanten 7 multipliciret, damit man $\frac{28}{35}$ an statt $\frac{4}{5}$ erhält. Der siebente Theil hiervon ist $\frac{4}{35}$. Wenn man nun diesen Bruch 3 mal nimmt; so bekommt man $\frac{12}{35}$. Da es aber eine vergebliche Arbeit wäre, wenn man den Zehler 4 erst durch den Nenner 7 multipliciren, und darnach das Product wieder dividiren wolte; so multipliciret man bloß den Nenner 5 durch 7 und gleich den Zehler 4 durch 3. W. Z. E.

Die 1. Anmerckung.

85. Es ist dannenhero nicht wunder, daß in der Multiplication immer weniger heraus kommt, als ein jeder von den Brüchen, die man durch einander multipliciret, indem es in der That eine Division ist: wie der Beweiß klärlich zeiget. Woraus man zugleich ersiehet, wie die ersten Erfinder auf die Multiplication der Brüche gekommen sind.

Die 2. Anmerckung.

86. Wenn man einen Bruch durch eine gantze Zahl multipliciren soll, so ist nicht nöthig, erst zu erinnern, daß man nur den Zehler multipliciren darf, indem der Nenner der bloße Nahme ist (§. 77). Z. E. $\frac{4}{35}$ mit 3 multipliciret, bringen $\frac{12}{35}$, wie wir im Beweise angenommen haben.

Die 14. Aufgabe.

87 **Einen Bruch ($\frac{4}{5}$) durch einen anderen ($\frac{2}{3}$) zu dividiren.**

Auflösung.

1. Kehret den Bruch, durch den man dividiren soll, um, z. E. an statt $\frac{2}{3}$ schreibet $\frac{3}{2}$.
2. **Multipliciret** hierauf, wie in der vorhergehenden Aufgabe (§. 84.); so kommt der Quotient ($\frac{12}{10} = 1\frac{2}{10} = 1\frac{1}{5}$) heraus.

Beweiß.

Wenn man einen Bruch durch einen andern dividiret, so frägt man, wie viel mal der eine in dem andern enthalten sey (§. 24)? Wenn man nun die Brüche zu gleichen Nennern bringet, so muß einer so viel mal in dem andern enthalten seyn, als der Zehler des einen in dem Zehler des andern, weil in dieser Vergleichung der gemeine Nenner als der gemeine Nahme derer Dinge, die gezehlet werden, nicht anzusehen ist (§. 77). Allein, indem zween Brüche zu einer Benennung gebracht werden, so erwächst der Zehler des erstern, wenn man seinen Zehler durch den Nenner des andern **multipliciret**; hingegen der Zehler des andern, wenn man seinen Zehler durch den Nenner des erstern **multipliciret** (§. 81). Also bekommt man die beyden Zahlen, so durch einander zu divi-

dividiren sind, wenn man den Divisorem umkehret, und hernach die Brüche in einander multipliciret. W. Z. E.

Die 12. Erklärung.

88. **Wenn man eine Zahl (2) durch sich selbst multipliciret, so nennet man das Product (4) das Quadrat derselben Zahl: Sie aber die Quadrat-Wurtzel in Ansehung dieses Quadrates.**

Die 13. Erklärung.

89. **Multipliciret man die Quadrat-Zahl (4) ferner durch ihre Wurtzel (2); so heisset das neue Product (8) eine Cubic-Zahl, und, in Ansehung derselben, die Wurtzel (2) nunmehro die Cubic-Wurtzel.**

Die 14. Erklärung.

90. **Die Quadrat-Wurtzel aus einer gegebenen Zahl ausziehen, ist diejenige Zahl finden, die durch sich selbst multipliciret, die gegebene Zahl hervorbringet; als die Quadrat-Wurtzel aus 4 ausziehen heisset, die Zahl finden, die durch sich selbst multipliciret, 4 bringet.**

Die 15. Erklärung.

91. **Hingegen, die Cubic-Wurtzel aus einer gegebenen Zahl ausziehen, heisset diejenige Zahl finden, die durch ihre**

Quadrat-Zahl multipliciret, die gegebene Zahl hervor bringet, als die Cubic-Wurtzel aus 8 ziehen, heisset die Zahl finden, die durch ihr Quadrat 4 multipliciret, 8 bringet.

Anmerckung.

92. Wenn man die Quadrat- und Cubic-Wurtzel ausziehen will, so muß man die Quadrat- und Cubic-Zahlen aller Zahlen von 1 bis 9 wissen. Dazu dienet folgendes Täflein.

Wurtzeln	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrat.	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubic-Zahl	1	8	27	64	125	216	343	512	729

Der 2. Lehrsatz.

93. **Die Quadrat-Zahl, deren Wurtzel aus zween Theilen bestehet, enthält in sich das Quadrat des erstern Theils, ein Product aus dem erstern Theile zwey mal genommen, in den andern Theil, und das Quadrat des andern Theils.**

Beweiß.

Es sey die Wurtzel 23, oder 20 + 3. Ihre Quadrat-Zahl kommt heraus, wenn man sie durch sich selbst multipliciret (§. 88.). Nun multipliciret man jeden Theil durch beyde (§. 56.), und also bekommt man in dem Producte das Quadrat des erstern Theils (400), das Product aus dem erstern Thei-

Theile zwey mal genommen in den andern (120), und das Quadrat des andern Theiles (9). W. Z. E.

23	
23	
9	Quadrat des andern Theils.
60	Product aus einem Theile in den andern.
60	
400	Quadrat des erstern Theils.
529	Quadrat der gantzen Wurtzel.

Der 1. Zusatz.

94. Es endiget sich aber das Quadrat des andern Theils in der ersten Stelle zur Rechten, weil keine Nulle daran hänget; das Product aus dem erstern Theile in den andern zwey mal genommen, oder welches gleich viel ist, aus dem einen Theile zwey mal genommen in den andern, in der andern Stelle, weil eine Nulle daran hänget; endlich das Quadrat des erstern Theils in der dritten Stelle, weil es zwo Nullen hat.

Der 2. Zusatz.

95. Wenn die Wurtzel aus mehr als zwo Zahlen bestehet, so darf man nur die ersten zwo oder mehrere derselben als eine ansehen, und es wird bald klar, daß jedes Quadrat in sich enthalte die Quadrate aller Theile der Wurtzel und die Producte aus jedem Theile

zwey mal genommen in alle die übrigen, so vor ihm gegen die Lincke stehen.

Der 3. Zusatz.

96. In welchen Stellen aber des gantzen Quadrates das Quadrat eines jeden Theils, und jedes von gedachten Producten zu suchen sey, ist aus dem ersten Zusatze (§. 94) abzunehmen.

Die 15. Aufgabe.

97. *Aus einer gegebenen Zahl die Quadrat-Wurtzel auszuziehen.*

Auflösung und Beweiß.

1. Theilet die gegebene Zahl in Classen von der Rechten gegen die Lincke zu, und gebet jeder zwo Ziffern: denn so viel Theile hat die Wurtzel, als Classen heraus kommen. In der letzten Classe aber zur Lincken kan auch eine Ziffer stehen (§. 94. 96.).
2. Da nun in der ersten Classe zur Lincken das Quadrat des ersten Theils der Wurtzel zu finden ist (§. 94, 96); so suchet in dem *Wurtzel-Täflein* (§. 92.) das Quadrat auf, welches der Zahl in der ersten Classe am nächsten kommt, und ziehet es von ihr ab. Die dazu gehörige *Wurtzel* aber setzet in die Stelle des Quotienten.
3. Hierauf dupliret den gefundenen Quotienten, und schreibet das Product unter die lincke Zahl der folgenden Classe, und weiter fort zurücke gegen die Lincke, wenn

es

es aus viel Ziffern bestehet: dividiret auf gewöhnliche Weise, und setzet den Quotienten an gehörigen Ort, so habt ihr (§. 94.) den andern Theil der Wurtzel.

4. Eben diesen Quotienten setzet unter die rechte Zahl derselben Classe, und denn multipliciret mit dem gefundenen Quotienten die untergeschriebenen Zahlen, und ziehet das Product von den obern Zahlen des Quadrats ab (§. 94).

5. Wenn ihr nun die dritte und vierte Regel bey allen Classen anbringet; so kommt (§. 95) die verlangte Quadrat-Wurtzel heraus.

```
1 | 79 | 56 (134.
1 |
----
    79 |
    23 |
    69 |
---- ----
    10 | 56
     2 | 64
    10 | 56
  ------
     0.
```

Anmerckung.

98. Wenn die vorgegebene Zahl kein vollkommenes Quadrat ist, so kan man 10 Theilgen, 100 Theilgen u. s. w. haben, wenn man 2, 4 u. s. w. Nullen hinten anhänget, und die Rechnung fortsetzet. Denn, wenn man die Einheit in der Quadrat-Zahl in 100 gleiche Theile theilet, (welches geschie-

het, wenn man sie durch 100 multipliciret; so wird die Wurtzel in zehen Theile getheilet (§. 88): z. E. wenn man aus 345 die Wurtzel ziehen soll, so geschiehet solches folgender maßen:

```
3|45   18 57/100.
1|
-----
2|45
 28
2 24
------
 2100
  368
 1825
-------
  27500
   3707
  25949
---------
   1551.
```

Will man die Probe anstellen, ob man recht gerechnet habe; so multipliciret man die gefundene Zahl durch sich selbst, und addiret zu dem Producte, was übrig geblieben war. Wenn nun die vorgegebene Zahl mit so viel Nullen, als man angehänget hat, heraus kommt; so ist die Rechnung richtig (§. 90). Will man aus einem Bruche die Quadrat-Wurtzel ziehen; so ist klar (§. 84), daß man sie so wohl aus dem Zehler als Nenner besonders ziehen muß. Z. E. Die Quadrat-Wurtzel aus $\frac{25}{49}$ ist $\frac{5}{7}$.

Die 3. Lehrsatz.

99. **Wenn die Cubic-Wurtzel aus zween Theilen bestehet, so begreift die Cubic-**

Cubic-Zahl in sich die Cubic-Zahlen beyder Theile, und über dieses zwey Producte aus den Quadrat-Zahlen jedes Theils in den andern Theil dreymal genommen.

Beweiß.

Die Cubic-Zahl kommt heraus, wenn man die Quadrat-Zahl durch die Wurtzel multipliciret (§. 88.). Nun bestehet die Quadrat-Zahl der zweytheiligen Wurtzel aus den Quadrat-Zahlen der beyden Theile und dem Producte aus dem einen Theile zwey mal genommen in den andern (§. 93). Derowegen bestehet die Cubic-Zahl derselben Wurtzel aus den Cubic-Zahlen der beyden Theile, einem Producte aus dem Quadrate des erstern Theils drey mal genommen in den andern, und einem Producte aus dem Quadrat des andern Theils drey mal genommen in den erstern. W. Z. E.

400+120+9 Quadrat-Zahl von 23 (§. 93).
23

27	Cubus des andern Theils.
360	Product aus dem Quadrate des andern Theils 9 in den erstern 20 zwey mal genommen.
1200	Product aus dem Quadrate des erstern Theils 400 in den andern 3.

180	Product aus dem Quadrate des andern Theils 9 in den erstern 20.
2400	Product aus dem Quadrate des erstern Theils 400 in den andern 3 zwey mal genommen.
8000	Cubus des erstern Theils.
12167	Cubus der gantzen Zahl.

Der 1. Zusatz.

100. Es endiget sich die Cubic-Zahl des andern Theils in der ersten Stelle zur Rechten, weil keine Nulle daran hänget. In der andern Stelle höret das Product aus dem Quadrate des andern Theils, drey mal genommen in den erstern Theil, auf; in der dritten Stelle aber ein gleiches Product aus dem Quadrate des erstern Theils drey mal genommen in den andern; und endlich in den übrigen Stellen zur Lincken findet sich die Cubic-Zahl des erstern Theils der Wurtzel.

Der 2. Zusatz.

101. Wenn die Wurtzel aus mehr als zwo Ziffern bestehet, so darf man nur die erstern zwo, oder mehrere derselben, als eine ansehen, und alsdenn ist klar, daß jede Cubic-Zahl in sich enthält die Cubic-Zahlen aller Theile der Wurtzel, und die Producte aus den Quadraten der vorhergehenden Theile zusam-

zusammen drey mal genommen in den nächstfolgenden, und dem Quadrate eines jeden nächstfolgenden drey mal genommen in alle vorhergehende zusammen.

Der 3. Zusatz.

102. In welchen Stellen aber der gantzen Cubic-Zahl, jede Cubic-Zahl der Theile und jedes von gedachten Producten aufhöre, ist aus dem ersten Zusatze (§. 100) abzunehmen.

Die 16. Aufgabe.

103. *Aus einer gegebenen Zahl die Cubic-Wurtzel auszuziehen.*

Auflösung und Beweiß.

1. Theilet die gegebene Zahl in Classen von der Rechten gegen die Lincke, und gebet jeder Classe drey Ziffern. Denn so viel Theile hat die Wurtzel, als Classen heraus kommen (§. 100).
2. Suchet in dem Wurtzel-Täflein (§. 92) die Cubic-Zahl, welche derjenigen, so in der letzten Classe zur Lincken stehet, am nächsten kommt, ziehet sie davon ab, und setzet die dazu gehörige Wurtzel in die Stelle des Quotienten. Sochergestalt habt ihr den ersten Theil der Wurtzel (§. 100).

3. Die-

3. Diesen multipliciret mit sich selbst, und das herauskommende Quadrat (§. 88) mit drey, setzet das Product unter die Cubic-Zahl an statt des Divisoris dergestalt, daß dessen letzte Ziffer zur Rechten unter die erste zur Lincken in der folgenden Classe zu stehen kommt, und dividiret gewöhnlicher maßen: so kommt der andere Theil der Wurtzel heraus (§. 100).

4. Alsdenn multipliciret den Divisorem in den neuen Quotienten, und schreibet das Product darunter. Unter der mittleren Zahl derselben Classe fahet an von der Rechten gegen die Lincke zu schreiben, das Product von dem Quadrate des neuen Quotienten drey mal genommen in den vorhergehenden, und endlich unter der dritten die Cubic-Zahl des neuen Quotienten.

5. Addiret diese drey Producte, und ziehet die Summe ab von den in der gegebenen Zahl noch übrigen Ziffern (§. 100).

6. Wenn man nun nach der dritten und vierten Regel bey den übrigen Classen fortfähret, so kommt endlich die verlangte Cubic-Wurtzel heraus (§. 100, 101).

```
                         47 |437 |928 (362.
                         27 | ::: | :::
                         ---------
                         20 |437 | :::
          Divisor.     (2 7): :  | :::
Fact ex Div. in N. Q.  1 6 2 : : | :::
— ex tr. □ N. Q in P.  3 2 4 :   | :::
Cubus Novi Quoti         2 1 6   | :::
---------------------------------
   Sum. Factorum       1 9 6 5 6 | :::
---------------------------------
                           7 8 1 | 928
          Divisor         (3 8 8 | 8): :
Fact. ex Div. in N. Q.     7 7 7 | 6 : :
— ex tr. □ N. Q in P.          4 | 3 2 :
     Cubus Novi Quoti            |     8
                         ---------------
                           781 928
                         ---------------
                           000 000.
```

Anmerckung.

104. Wenn man die Einheit in der Cubic-Zahl in 1000 gleiche Theile theilet (welches geschiehet, wenn man sie durch 1000 multipliciret); so wird die Wurtzel in zehen Theile getheilet (§. 89). Dannenhero, wenn eine gegebene Zahl keine vollkommene Cubic-Zahl ist, darf man nur 3 Nullen für die zehen Theilgen, drey für die hundert Theilgen u. s. w. anhängen, und die Rechnung nach der ordentlichen Regel fortsetzen. Z. E. Es sey aus 3 die Cubic-Zahl zu ziehen.

```
3|000|000 (1 44/100.
1|: : :
------
 2000
  (3): :
 1 2 : :
   4 8 :
     6 4
------
 1 7 4 4
-----------
   2 5 6 0 0 0
    (5 8 8): :
   2 3 5 2 : :
       6 7 2 :
           6 4
-----------
   2 4 1 9 8 4
-----------
     1 4 0 1 6.
```

Will man wissen, ob man recht gerechnet habe, oder nicht; so muß man die gefundene Zahl in sich selbst, und das heraus kommende Product noch einmal in dieselbe multipliciren, und was in der Rechnung übrig geblieben, dazu addiren. Denn, wenn die vorgegebene Zahl mit so viel Nullen heraus kommt, als man angehänget hat; so ist die Rechnung richtig (§. 91). Will man die Cubic-Wurzel aus einem Bruche haben; so muß man sie aus dem Zehler und Nenner ins besondere ziehen.

Der 4. Lehrsatz.

105. **In einer arithmetischen Proportion ist die Summe der beyden äussersten Glieder gleich der Summe der beyden mittlern.**

3 . 5 ∵ 8 . 10
8 3
13 = 13.

Beweiß.

Das andre Glied ist die Summe aus dem erstern, und dem Unterscheide der Glieder in beyden Verhältnissen; das vierte aber die Summe aus dem dritten und gedachtem Unterscheide (§. 66). Derowegen, wenn man das erste und vierte addiret; so kommt die Summe des erstern und dritten Gliedes, und des erwehnten Unterscheides heraus. Addiret man aber das andre und dritte; so kommt gleichfalls die Summe von dem ersten und dritten Gliede und dem mehrgedachten Unterscheide heraus. Derowegen müssen die beyden Summen einander gleich seyn (§. 31). W. Z. E.

Zusatz.

106. Wenn das andere Glied mit dem dritten überein kommt; so ist die Summe der beyden äussersten von drey arithmetischen Proportional-Zahlen der mittlern zwey mal genommen, gleich.

∸ 3 . 5 . 7
5 3
10 = 10.

Die

Die 17. Aufgabe.

107. **Zwischen zwo gegebenen Zahlen die mittlere arithmetische Proportional-Zahl zu finden.**

Auflösung.

1. Addiret die beyden gegebenen Zahlen (z. E. 9 und 13).
2. Die Summa (22) halbiret, so kommt (§. 106) die gesuchte Zahl (11) heraus.

Die 18. Aufgabe.

108. **Zu drey gegebenen Zahlen die vierte arithmetische Proportional-Zahl zu finden.**

Auflösung.

1. Addiret die andere und dritte Zahl (5 und 9).
2. Von der Summe (14) ziehet die erste (8) ab, so bleibet die vierte (6) übrig (§. 105).

Der 5. Lehrsatz.

109. **In einer geometrischen Proportion ist das Product des ersten Gliedes in das vierte gleich dem Producte aus dem andern in das dritte.**

$$\begin{array}{r} 3 : 6 = 4 : 8 \\ 4 \quad\quad 3 \\ \hline 24 = \quad 24. \end{array}$$

Be-

Beweiß.

6=3.2.	8=2.4.	
4 4	3 3	
24=3.2.4,	24=3.2.4.	

Das andere Glied entstehet, wenn man das erste, und das vierdte, wenn man das dritte durch den Nahmen der Verhältniß multipliciret (§. 66). Derowegen, wenn man das erste Glied durch das vierdte multipliciret, so ist das Product aus dem ersten und dritten Gliede, und dem Nahmen der Verhältniß erwachsen. Multipliciret man das andere Glied durch das dritte, so ist das Product gleichfalls aus dem ersten und dritten Gliede durch den Nahmen der Verhältniß erwachsen. Derowegen müssen die beyden Producte gleich seyn (§. 33). W. Z. E.

Zusatz.

110. Wenn demnach drey Zahlen Proportional sind, daß die mittlere zwo Stellen vertritt (§. 68); so ist das Product aus den beyden äussersten der Quadrat-Zahl der mittleren gleich (§. 88).

Der 6. Lehrsatz.

111. **Wenn vier Zahlen oder Grössen Proportional sind, so verhält sich auch wechselsweise, wie die erste zu der dritten, so die andere zu der vierdten.**

Beweiß.

Das andere Glied kommt heraus, wenn

man das erste durch den Exponenten oder den Nahmen der Verhältniß multipliciret; das vierdte aber, wenn man das dritte durch eben denselben Exponenten multipliciret (§. 66). Derowegen verhält sich das andere Glied zu dem vierdten, wie das erste zu dem dritten (§. 74). W. Z. E.

Die 19. Aufgabe.

112. *Zwischen zwo gegebenen Zahlen die mittlere Geometrische Proportional-Zahl zu finden.*

Auflösung.

1. Multipliciret die beyden gegebener Zahlen (8 und 72) durch einander.
2. Aus dem Producte (576) ziehet die Quadrat Wurtzel (24) (§. 97); so habt ihr die verlangte Zahl (§. 110.).

Die 20. Aufgabe.

113. *Zu drey gegebenen Zahlen die vierdte, oder auch zu zwoen die dritte Geometrische Proportional-Zahl zu finden.*

Auflösung.

1. Multipliciret die andere durch die dritte (5), oder in dem andern Falle, die andere durch sich selbst.
2. Das Product (60) dividiret durch die erste (3), so ist der Quotient (20) die vierdte (§. 109); oder in dem anderen Falle die dritte (§. 110).

Die

Die 1. Anmerckung.

114. Die Auflösung dieser Aufgabe nennet man insgemein die Regel Detri, weil aus drey Zahlen die vierdte gefunden wird. Und hat dieselbe einen unaussprechlichen Nutzen, so wohl in dem gemeinen Leben, als in allen Wissenschaften. Es ist aber aus der Aufgabe leicht zu ersehen, daß man die Regel Detri nirgens anbringen kan, als wo man vorher aus der Beschaffenheit der Sachen versichert ist, daß eine Geometrische Proportion unter ihnen anzutreffen ist. Z. E. Es ist ein großes Gefäß mit Wasser angefüllet; unten an dem Boden ein enges Löchlein, dadurch es heraus lauffen kan. Man hat befunden, daß in 2 Minuten 3 Kannen heraus gelauffen sind. Die Frage ist, wenn hundert Kannen heraus lauffen werden? Hier sind drey Zahlen gegeben: die vierdte soll man finden. Allein es ist bekant, daß das Wasser anfangs geschwinde, hernachmals langsam lauffet, und also die Zahl der ausgelaufenen Kannen der Zeit, in welcher sie heraus lauffen, keines weges proportional ist. Derowegen kan man auch diese Frage durch die Regel Detri nicht auflösen.

Die 2. Anmerckung.

115. Im Handel ist der Werth der Waare jederzeit ihrer Grösse gleich. Denn, wenn einer zweymal so viel nimt, zahlet er doppelt; nimt er dreymal so viel als ein anderer, so zahlet er dreyfach Geld. Daher kan man aus dem gegebenen Werthe von einer gewissen Grösse einer Waare den Werth einer andern Grösse, oder auch die Grösse der Waare von einem gegebenen Werthe finden. Z. E. 3 Pf. kommen 4 Thlr.: wie viel kommen 17 Pf.? Hier ist klar, daß, wie viel mal 3 Pf. in 17 Pf. enthalten sind, eben so viel mal die 4 Thlr. als der Werth von 3 Pf. in dem Werthe der 17 Pf. enthalten seyn

müssen, den ich suche, und nach der Regel Detri also finde:

3 Pf. — 17 Pf. — 4 Thlr.

4

————

68   2

68 | $22\frac{2}{3}$ Thlr.

33 |

Oder für 4 Thlr. bekommt man 3 Pf.: wie viel wird man vor $22\frac{2}{3}$ Thlr. bekommen? Hier ist abermal klar, daß, wie viel mal der Werth von 3 Pf. nemlich 4 Thlr. in dem Werthe der gesuchten Pf. nemlich $22\frac{2}{3}$ Thlr. enthalten ist, eben so vielmal die 3 Pfunde in den gesuchten enthalten seyn müssen; die man durch die Regel Detri solchergestalt findet:

4 Thlr. — $22\frac{2}{3}$ Thlr. — 3 Pf.

3

————

68   4

68 | 17 Pf.

44 |

Woraus zugleich zu ersehen ist, wie man in der Regel Detri die Probe anstellen kan, ob man recht gerechnet habe oder nicht: nemlich wenn man, wie hier geschehen, das Exempel umkehret.

Die 3. Anmerckung.

116. Eben so verhält sich der Lohn der Arbeiter, wie die Zahl der Zeiten, in welcher sie gearbeitet haben, wenn man auf Tage oder Stunden mit ihnen gedungen. Ingleichen die Grösse der verrichteten Arbeit ist der Zeit proportional, wenn man eine Stunde so viel arbeitet, als wie die andere; ingleichen der Zahl der Arbeiter, wenn einer so viel arbeitet, als der andere, u. s. w. Z. E. in einer Stunde lieset einer 6 Blätter in einem Buche.

Die

Die Frage ist, in wie viel Stunden er 360 Blätter lesen werde? Die verlangte Zahl findet man nach der Regel Detri also:

6 Bl. — 360 Bl. — 1 St.

1

360 | 60 St.
6 |

Die 4. Anmerckung.

117. Unterweilen geschiehet es, daß zwischen den Zahlen keine solche Proportion zufinden ist, dergleichen zwischen den Sachen, die gezehlet werden, anzutreffen ist, wenn nemlich nicht alle Zahlen von einerley Art sind. Da denn nöthig ist, daß sie zu einerley Art gebracht werden, ehe man die Regel Detri anbringen kan, als wenn man die Thaler in Groschen, die Groschen in Pfennige, die Pfunde in Lothe, die Stunden in Minuten u. s. w. verwandelt. Z. E. 3 Pf. und 4 L. kosten 2 Thlr. 4 gr. was kommen 2 Pf.? die Rechnung geschiehet also:

3 Pf. 4 L. — 2 Pf. — 2 Thl. 4 gr.
32 32 24

100 L. — 64 L. — 52 gr.
52

128
320

3328 | 3328 | 1100 | $33\frac{28}{100}$ gr. oder $33\frac{7}{25}$ gr.

Die 5. Anmerckung.

118. Es geschiehet meistentheils, daß die übrigen Brüche eine gantz andere Eintheilung des Gan-

tzen erfordern, als insgemein gebräuchlich ist. Als in dem vorhergehenden Exempel soll der Groschen in 25 Theile getheilet werden; wir aber theilen ihn in 12 ein. Derowegen muß man einen andern Bruch finden, der so viel gilt, wie der gegebene $\frac{7}{25}$, und zum Nenner 12 hat. Da nun der gesuchte Zehler des Bruches in 12 so viel mal enthalten seyn muß, als der gegebene Zehler 7 in seinem Nenner 25 (§. 78); so kan auch diese Verwandlung durch die Regel Detri folgendergestalt geschehen:

$$25 - 7 - 12$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \hline 84 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 29 \\ 84 \mid 3\tfrac{9}{25}\ \text{pf.} \\ 28 \end{array}$$

Weil der Pfennig nicht weiter eingetheilet wird, so muß man die $\frac{9}{25}$, welche etwas mehr als $\frac{1}{3}$ von von einem Pfennige sind, weg lassen: sonst könte man ihren Werth gleichfalls nach der Regel Detri finden.

Die 6. Anmerckung.

119. Man findet in den Arithmetischen Schriften auch eine verkehrte Regel Detri, die man aber nicht nöthig hat, wenn man die Zahlen dergestalt neben einander setzet, wie es die Proportion erfordert. Z. E. 125 Soldaten werden mit einem Festungs-Bau innerhalb 6 Monaten fertig. Es ist aber die Frage, wie viel Soldaten muß man haben, daß der Bau innerhalb 2 Monaten fertig werde? Hier ist klar, daß, wie viel mal 2 Monate in 6 Monaten enthalten sind, eben so viel mal die Zahl der Soldaten, welche 6 Monate mit der Arbeit zubringen, in der Zahl derer enthalten sey, welche in 2 Monaten fertig werden sollen. Denn, je geschwinder die Arbeit fort-

fortgehen soll, je mehr Soldaten muß man dazu haben. Die Rechnung geschiehet demnach also:

2 M. — 6 M. — 125 S.
6
―――
750

11
750 | 375 S.
222 |

Die 7. Anmerckung.

120. Unterweilen muß man die Regel Detri zwey mal anbringen, ehe man die verlangte Zahl finden kan: woraus einige ohne Noth eine besondere Regel gemacht, und sie die Regel de quinque, ingleichen Regulam compositam genennet haben. Z. E. 300 Thlr. bringen in 2 Jahren 36 Thlr. Interesse: wie viel tragen 20000 Thlr. in 12 Jahren? Hier suchet man erstlich durch die Regel Detri, wie viel 20000 Thlr. in 2 Jahren bringen; darnach durch eben dieselbe, wie viel sie in 12 Jahren tragen, folgendergestalt:

300 Thl. — 20000 Thl. — 36 Inter.
36
―――
720000

1
720000 | 2400 Thl.
333300 |

2 J. — 12 J. — 2400 Thl.
12
―――
4800
24
―――
28800.

28800 | 14400 Thl.
22222 |

Die 8. Anmerckung.

121. Es lassen sich dergleichen Exempel auch durch eine Anwendung der Regel Detri rechnen. Denn, weil 2 mal 300 Thl. so viel in einem Jahre Interesse bringen, als 300 in zweyen, und 12 mal 20000 in einem Jahre so viel geben, als 20000 in 12 Jahren; so darf ich nur die Umstände der Zeit weglassen und sagen: 2 mal 300, das ist 600 Thl. geben (nemlich in einem Jahre) 36 Thl. Interesse: was geben 12 mal 20000, das ist 240000 Thl. (nemlich wiederum in einem Jahre)?

```
600 Thl. — 240000 Thl. — 36 Inter.
           36
           ─────────
           1440000
           72               22
           ─────────  8640000 | 14400 Thl.
           8640000    6666600 |
```

Und diese letztere Manier ist rahtsamer, als die erstere, weil in der erstern öfters verdrießliche Bruch-Rechnungen vorkommen.

Die 2. Anmerckung.

122. Bey einigen Exempeln muß man die Regel Detri nothwendig etliche mal anbringen, als in den Gesellschafts-Rechnungen so viel mal, als Personen sind, die an dem Gewinn oder Verlust in der Handlung Antheil haben. Denn, weil derjenige doppelt Geld gewinnet und verlieret, der doppelte Zulage giebt, u. s. w.; so verhält sich jederzeit die gantze Zulage zu eines jeden Zulage ins besondere, wie der gantze Gewinn oder Verlust zu eines jeden Gewinn oder Verlust ins besondere. Z. E. Es haben drey Personen in einer Handlung 2000 Thl. gewonnen.

wonnen. Der erste hat gegeben 1000 Thl. Der andere 500 Thl. Der dritte 300 Thl. Man soll finden, wie viel jedem von dem Gewinn gebühre? Dieses geschiehet folgender gestalt?

Zulage des Ersten	1000 Thlr.
des andern	500 —
des dritten	300 —
Gantze Zulage	1800,

1800 Thl. — 1000 Thl. — 2000 Thl.

2 000

2000000

```
   111
 12222
 2000000 | 1111 2/18 Thl. Gewinn des ersten.
 1888800 |
   111
```

1800 Thl. — 500 Thl. — 2000 Thl.

1 000

1000000

```
   111
   888
 1000000 | 555 10/18 Thl. Gewinn des andern.
  188800 |
    11
```

1800 Thl. — 300 Thl. — 2000 Thl.
2 000

600000

33
3666
600000 | $333\frac{6}{18}$ Thl. Gewinn des dritten.
1888-0 |
11

Probe.

$1111\frac{2}{18}$ Gewinn des ersten.
$555\frac{10}{18}$ Gewinn des andern.
$333\frac{6}{18}$ Gewinn des dritten.

2000 Thlr. gantzer Gewinn.

Die 10. Anmerckung.

123. Es giebt auch viel andere Exempel, die auf eine gleiche Weise gerechnet werden. Als wenn man nicht allein in der Medicin, sondern auch in andern Künsten und Wissenschaften das Gewicht der Ingredientien weiß, die man mit einander in Zubereitung eines Dinges vermischen soll, und man will wissen, wie viel von jedem zu nehmen ist, damit das Vermischte ein verlangtes Gewicht habe. Z. E. eine Medicin hat 3 Ingredientien, von dem einen kommen dazu 4 Loth, von dem andern 5 Loth, von dem dritten 2 Loth. Die Frage ist, wie viel man von jedem nehmen müsse, daß man von der Medicin 8 Pf. habe? Die Rechnung geschichet folgender maßen:

Gewichte

Gewicht	des ersten des andern des dritten	Ingred.	4 Loth. 5 — 2 —
	Summe		11 L.

11 L. — 8 Pf. — 4 L.
32
256 L.
4
1024

1024 : 11 = $93\frac{1}{11}$ L. Gewicht des ersten Ing.

11 L. — 8 Pf. — 5 L.
32
256 L.
5
1280

1280 : 11 = $116\frac{4}{11}$ L. Gewicht des andern Ing.

11 L.

11 L. — 8 Pf. — 2 L.

$$
\begin{array}{r}
32 \\
\hline
256 \text{ L.} \\
2 \\
\hline
512
\end{array}
$$

1
176
512 | $46\frac{6}{11}$ L. Gewicht des dritten Jngr.
111
1

Probe.

Gewicht	des ersten	Jngr.	$93\frac{1}{11}$ L.
	des andern		$116\frac{4}{11}$ L.
	des dritten		$46\frac{6}{11}$ L.
Summe			256 L.
			oder 8 Pf.

Die 11. Anmerckung.

124. Man hat in verschiedenen Fällen einige Vortheile in der Regel Detri, welche insgemein die Welsche Practica genennet werden. Uns begnüget, die nützlichsten davon zu erzehlen. Weil die Regel Detri zu drey gegebenen Zahlen die vierdte Proportional-Zahl suchet (§. 113, 114), wenn man aber zwo Zahlen durch eine Zahl dividiret, die heraus kommenden Quotienten mit ihnen einerley Verhältniß haben (§. 75); so dividiret die erste und andere, oder auch (§. 111) die erste und dritte Zahl (wenn sie

sie sich genau dividiren lassen), durch eine Zahl, und brauchet die herauskommenden Quotienten an statt derselben in der Rechnung; wie aus beygefügten Exempeln zu ersehen ist.

3 Pf. kosten 9 Thl. wie viel 7 Pf.?
3) 1 3 3

Fac. 21 Thl.

14 Pf. kosten 26 Thl. wie viel 7 Pf.?
7) 2 2) — 1
Fac. 13 Thl.

Die 12. Anmerckung.

125. Wenn entweder die erste oder dritte Zahl 1, und die andere von beyden nicht allzu groß, die mittlere aber aus Zahlen von vielerley Arten zusammen gesetzt ist; so hat man nicht nöthig, die in der vierdten Anmerckung (§. 117) vorgeschriebene Reduction anzustellen, wie folgendes Exempel ausweist:

1 Pf. kostet 3 Thl. 8 gr. 6 pf. wie viel 5 Pf.?
5

Fac. 16 Thl. 18 gr. 6 pf.

Nemlich ich sehe hier bald, daß 2 mal 6 pf. einen Groschen machen, und also 5 mal 6 pf. 2 gr. 6 pf.: wiederum 3 mal 8 gr. einen Thaler und also noch 2 mal 8 darüber 16 gr. Dannenhero addire ich den Thaler

Thaler zu den übrigen 15 Thl. und die 2 gr. zu den 16 gr. So ist das verlangte Facit 16 Thl. 18 gr. 6 pf.

Die 13. Anmerckung.

126. Wenn entweder die erste oder dritte Zahl 1 ist, und in dem erstern Falle eine von denen übrigen beyden, in dem anderen aber die erste sich in Factores zerfällen lassen; so kan man die Rechnung öfters im Kopfe verrichten: wie sichs aus beygefügtem Exempeln abnehmen läßt.

1 Pf. kostet 24 Thl. wie viel 20 Pf.?

```
              4            4
              6          ----
                          80
                           6
                         ----
                      Fac. 480.
```

12 Pf. kosten 18 Rthlr. wie viel 1 Pf.?

```
 3             2
 4          18( 6( 1 2/4 oder 1 1/2 Thl.
             3  4
```

Die 14. Anmerckung.

127. Wenn eine von den gegebenen Zahlen 1 ist, lassen sich verschiedene Vortheile im Kopfe zu rechnen,

nen, aus der Rechnung, ohne das Einmal Eins nehmen (§. 58, 61). Z. E. Es kosten 9 Pf. 20 Thl. Die Frage ist: wie hoch 1 kommt? Ich sehe hier gleich, wenn ich den zehenden Theil nehme, nemlich 2 Thl., daß ich noch den 9ten Theil davon, nemlich $\frac{2}{9}$ Thl. dazu addiren muß. Und also das Facit $2\frac{2}{9}$ Thl. sey. Item 5 Pf. kommen 54 Thl.: was 1 Pf.? Weil 5 die Helfte von 10 ist, duplire ich nur den zehenden Theil von 54 Thl. nemlich 5 Thl. $\frac{4}{10}$, so kommt das Facit $10\frac{4}{5}$ Thl. Item: 1 Pf. kostet 18 gr.: wie viel 19 Pf.? Weil 19 zwantzig weniger eins sind, so duplire ich nur 18, und hänge an das Product eine Nulle. Von dieser Zahl 360 ziehe ich 18 ab, so bleibt das Facit 342 gr. übrig.

Die 15. Anmerckung.

128. Wenn die zwo gleichnahmigen Zahlen von einander um 1 unterschieden sind, kan man einen besondern Vortheil brauchen, der sich durch Exempel am bequemsten zeigen läßt. Z. E. 5 Pf. kosten 30 Thl.: wie viel 4 Pf.? Weil 4 Pf um den fünften Theil weniger kosten müssen, als 5 Pf., so dividire ich nur 30 durch 5 und den Quotienten 6 ziehe ich von 30 ab, so bleibet das Facit 24 Thl. übrig. Item: 8 Pf. kommen 24 Thl.: wie viel 9 Pf.? Weil 9 Pf. um $\frac{1}{8}$ mehr als 8 kosten, so darf ich nur den achten Theil von 24, nemlich 3 Thl. zu 24 Thl. addiren, so kommt das Facit 27 Thl.

Die 16. Anmerckung.

129. Unterweilen kan man verschiedene Vortheile bey einem Exempel anbringen. Als

100 Pf. kosten 30 Thlr. 4 gr. wie viel 50 Pf.?
50) 2 2) ——— 1
Fac. 15 Thl. 2 gr.

Item: 60 Pf. kosten 80 Thl. was 2520 Pf.?
6) ———
60) 1 480 42
7) ——— ———
3360 Thl. Fac. 6
7

ENDE
der
Rechen-Kunst.



Anfangs-Gründe

der

Geometrie.



Vorrede.

Geehrter Leser,

Die wenigsten sehen die Geometrie mit rechten Augen an, und können dannenhero nicht begreifen, warum *Plato* diejenigen, welche in derselben unerfahren waren, aus seinem Auditorio zurücke wieß, und zum Studiren, nach unserer Mundart, für untüchtig erklärete. Man bildet sich ein, es komme in ihr auf das bloße Feldmessen an: da sie doch den Grund zu aller genauen Erkenntniß in allen natürlichen Wissenschaften leget, und ohne sie durch die Kunst wenig ausgerichtet werden kan. Ich habe demnach die nützlichsten Lehrsätze derselben auf gehörige Weise erwiesen, und damit sie nicht verdrießlich fielen, ihren Nutzen jederzeit in Auflösung verschiedener Aufgaben gezeiget. Ungeachtet aber dieselben im bloßen Feldmessen und Ausrechnung des cörperlichen Inhalts zu bestehen scheinen: so wird doch im folgenden das Gegentheil klärlich erhellen, wenn wir in den übrigen Theilen der Mathematick die

Geometrie anbringen werden. Ich hatte mir zwar vorgenommen, die Application der geometrischen Sätze in der Natur und Kunst hin und wieder zu zeigen; allein, weil dieses für einen kurtzen Begriff, den ich bey-zubringen, Vorhabens bin, zu weitläuftig fallen würde, auch nicht allen einerley Exempel nöthig und angenehm sind; so habe solches im Wercke selbst unterlassen wollen, und behalte mir die völlige Freyheit, in meinen Discursen, nach der Beschaffenheit meiner Zuhörer, Exempel zu erwehlen. Hier habe ich nur erinnern wollen, daß man durch geometrische Auflösungen verschiedener Aufgaben öfters leichte finden kan, was man durch Rechnung weitläuftig und nicht ohne Verdruß suchen müste. Und das war die Absicht der Alten, die zuerst auf die geometrischen Auflösungen gedacht haben, welche Unverständige heute zu Tage für ein leeres Spielwerck ansehen. Ich wünsche allen, die dieses lesen werden, Lust zur Geometrie; so werden sie erfahren, daß ich mir nicht im geringsten vorgenommen habe, ihr eine Lobrede zu halten.

An-

Anfangs-Gründe der Geometrie.

Die 1. Erklärung.

1.

Die Geometrie ist eine Wissenschaft des Raums, den die cörperlichen Dinge nach ihrer Länge, Breite und Dicke einnehmen.

Die 2. Erklärung.

2. Wenn man die Länge ohne die Breite und Dicke betrachtet, so nennet man sie eine Linie; ihren Anfang und Ende aber einen Punct, den man sich also ohne alle Theile gedencken muß, maßen er sonst eine Linie wäre, und wieder seinen Anfang und Ende haben müste. Wenn sich nun ein Punct von einem Orte gegen den andern bewegt; so wird eine Linie beschrieben.

Die 1. Anmerckung.

3. Schwenter in seiner *Geometria practica p. 2.* erkläret gar deutlich die Beschaffenheit eines mathematischen Puncts durch folgendes Exempel. „Wenn eine Linie, spricht er, in zwey gleiche Theile getheilet werden soll, geschiehet solches durch „ein Zeichen nur mit dem Sinne begriffen. Das „ist der Punct. Dieser weiset nur den Ort, da „die

„ die zwey Linien sich scheiden, benimt aber beyden
„ Linien nichts, dann sie beyde zusammen der er-
„ stern Linie gleich verbleiben, so zu theilen vorge-
„ geben. „

Die 2. Anmerckung.

4. Aus dieser Erklärung erhellet, daß die Geometræ zulängliche Ursachen gehabt haben, warum sie den Punct untheilbar annehmen, unerachtet die Einbildung so wenig, als unsere Hand mit ihren Instrumenten, einen untheilbaren Punct formiren kan. Damit er nemlich kein Theil der Linie würde: welches auch in der Ausübung der Geometrie mit Sorgfalt zu vermeiden ist.

Die 3. Erklärung.

5. **Die Aehnlichkeit ist die Ubereinstimmung dessen, wodurch die Dinge durch den Verstand von einander unterschieden werden.**

Anmerckung.

6. Zum Exempel, ich habe zwo Sachen, A und B, und betrachte eine nach der andern. Ich mercke mit Fleiß auf alles, was nur in der Sache A wahrzunehmen ist, und zeichne es auf das genaueste auf. Gleichergestalt schreibe ich alles haarklein auf, was ich in der Sache B erkennen kan. Wenn ich nun beydes gegen einander halte, was ich aufgezeichnet habe, so finde ich, daß es einerley sey.

Zugabe.

7. Also können ähnliche Dinge nicht von einander unterschieden werden, wenn man sie nicht entweder würcklich, oder in Gedancken, vermittelst einer dritten Sache, z. E. eines Maaß-Staabes, zusammen bringet.

Die

Die 4. Erklärung.

8. **Eine gerade Linie AB ist, deren Theil der gantzen ähnlich ist. Eine krumme Linie AB ist, deren Theile der gantzen unähnlich sind.** Tab. I. Fig. 1.

Die 1. Anmerckung.

9. Auf dem Papiere wird eine gerade Linie mit einer Reiß-Feder oder einem subtilen Stifte nach dem Lineale gezogen, welches man auf die zween gegebenen Puncte anleget: auf dem Holtze oder Steine durch einen mit Kreide oder Rötel bestrichenen Faden aufgeschlagen: auf dem Felde mit zween Stäben abgestecket, die an ihren Enden aufgerichtet werden. Es kan aber mit zween Stäben der dritte in einer geraden Linie gesteckt werden, wenn das Auge, so gegen den einen gerichtet wird, die andern beyden nicht siehet. Daher hat Plato die gerade Linie beschrieben, *quod ejus extrema obumbrent omnia media*.

Die 2. Anmerckung.

10. Wenn man etwas ausmessen will, so vergleicht man es mit einem andern von seiner Art, und suchet seine Verhältniß zu ihm, das ist, wie viel mal es das andere in sich begreift, oder in demselben enthalten ist. Daher nimt man zum Maaß-Stabe der Linie eine gewisse Linie oder Länge an, welche man eine Ruthe nennet. Dieselbe theilet man in 10 gleiche Theile, und nennet einen derselben einen Schuh, der Schuh wird abermal in 10 Zolle, und der Zoll in 10 Linien getheilet. Weil aber der Maaß-Stab willkührlich ist, so kan man leicht erachten, daß nicht an allen Orten der Schuh von gleicher Grösse sey. Weiß man die Verhältniß zweener Schuhe gegen einander, so kan man jederzeit durch die Regul Detri (§. 113, 114 *Arithm.*) ein

Maaß in das andere verwandeln. Z. E. Nach dem Picard verhält sich der Pariser Schuh zu dem Rheinländischen wie 1440 zu 1392, das ist, (weil man nemlich beyderseits durch 48 dividiren kan), wie 30 zu 29 (§. 75 *Arithm.*). Wenn nun nach dem Rheinländischen Maaße 345 Schuhe gegeben würden, und man wolte wissen, wie viel sie nach dem Pariser Maaß machten, so dürfte man nur setzen:

30 — 29 — 345
15) 2   23   23 (§. 124 *Arithm.*)
87
58
1
667 | $333\frac{1}{2}$.
222

Alsdenn findet man (§. 113 *Arithm.*) $333\frac{1}{2}$ Pariser Schuhe. Es ist aber wohl zu mercken, daß nicht an allen Orten die Ruthen und Schuhe auf gleiche Art eingetheilet werden. Denn das Rheinländische Maaß wird immer in 12 getheilet, da hingegen das geometrische nur 10 Theile hat. Darnach man sich in Verwandlung eines Maaßes in das andere zu achten hat.

Die 3. Anmerckung.

11. Unerachtet aber die Länge ohne die Breite und Dicke niemals irgendwo zu finden ist; so ist es doch nöthig und nützlich, daß man sie allein betrachtet. Nöthig ist es, weil unser Verstand nicht viel Sachen auf einmal dencken kan, und daher in Gedancken von einander trennen muß, was in der Natur ungeschieden gefunden wird: nützlich aber, weil unzehlich viel Fälle vorkommen, da man nur die eine Abmessung eines Cörpers erkennen will, z. E. die Höhe eines Thurms ohne seine Breite und Di-

cke,

cke, die Breite eines Flusses ohne seine Tiefe und Länge.

Die 5. Erklärung.

12. **Unter den krummen Linien ist die bekanteste und zur Zeit die nützlichste die Circul-Linie. Es wird aber ein Circul beschrieben, wenn eine gerade Linie CA sich auf der Ebene um einen festen Punct C beweget.** Tab. I. Fig. 2.

Anmerckung.

13. Auf dem Papiere wird dieses mit einem besondern Instrument verrichtet, welches man einen Zirckel nennet. Auf dem Felde und im Großen braucht man an statt der Linie einen Faden, oder eine Schnur, oder eine Stange: wie man denn auch besondere Stangen-Zirckel hat.

Die 6. Erklärung.

14. **Der Punct C heisset der Mittel-Punct** (Centrum), **weil alle Puncte in der Peripherie gleich weit von ihm abstehen** (§. 12); **die Linie CA der Halbmesser** (Semidiameter oder Radius): **die Linie, welche von einem Puncte der Peripherie D bis zu dem andern E durch den Mittel-Punct C gezogen wird, der Durchmesser** (Diameter): **eine Linie FG überhaupt, die von einem Puncte der Peripherie F bis zu dem andern G gezogen wird, eine Sehne** (Chorda oder Subtensa). Tab. I. Fig. 3.

Anmerckung.

15. Die Peripherie eines jeden Circuls, er mag groß oder klein seyn, wird in 360 gleiche Theile oder Grade eingetheilet, weil sich diese Zahl durch

viel Zahlen genau dividiren läßt, als durch 2. 3. 4. 5. 6. 8. 9. 10. 12. und so weiter. Jeder Grad bestehet aus 60 Minuten, jede Minute aus 60 Secunden u. s. w. die Grade zeichnet man mit (o) wie die Ruthen, die Minuten mit (′) wie die Schuhe. Z. E. $3^{\circ}25'17''$ heisset 3 Grad 25 Minuten 17 Secunden: $3^{\circ}2'4''$ aber 3 Ruthen 2 Schuh 4 Zolle.

Die 7. Erklärung.

Tab. I. Fig. 4.

16. **Wenn man zwo Linien AB und AC in einem Puncte A zusammen setzet, so heißt ihre Neigung gegen einander ein Winckel**

Die 1. Anmerckung.

17. Diesen Winckel nennet man entweder mit einem Buchstaben A, oder in gewissen Fällen, um die entstehende Verwirrung mit andern Winckeln zu vermeiden, mit drey Buchstaben BAC, so, daß derjenige mitten stehet, welcher an der Spitze des Winckels zu finden ist. Seine Grösse aber pfleget man durch einen Circul-Bogen, der aus dem centro A mit beliebiger Eröfnung des Zirkels beschrieben wird, zu messen. Nemlich so viel der Bogen DE Grade und Minuten hat, so viel Grade und Minuten eignet man dem Winckel A zu.

Die 2. Anmerckung.

18. Um die Zahl der Grade und Minuten, die dem Bogen DE zugehören, zu finden, bereitet man halbe Circul von Meßing, und theilet sie in Grade und halbe Grade, ja so viel sichs thun läßt, in Minuten ein. Die kleinen, so auf dem Papier gebraucht werden, nennet man *Transporteurs;* die großen, so auf dem Felde erfordert werden, insgemein *Astrolabia*, wiewol nicht mit gutem Recht; besser Winckel-Messer.

Die

Die 8. Erklärung.

19. *Wenn eine Linie* AB *auf der andern* CD *dergestalt aufgerichtet stehet, daß die Winckel zu beyden Seiten einander gleich sind; so sagt man, sie stehe auf* DC perpendicular oder senckrecht. Tab. I. Fig 5.

Die 9. Erklärung.

20. Der Winckel ABC, den die Perpendicular-Linie AB mit der Linie BC *machet, heisset ein rechter* Winckel (angulus rectus): Ein jeder kleinerer Winckel E ein spitziger Winckel (angulus acutus), und ein jeder grösserer F ein stumpfer Winckel (angulus obtusus). Tab. I. Fig. 5. Tab. I. Fig. 6. Tab. I. Fig. 7.

Die 10. Erklärung.

21. *Wenn man einen Winckel* A durch *eine gerade Linie* BC *schließt, so entstehet ein* Dreyeck oder Triangel. *Man nennet es aber* rechtwincklicht, *wenn der eine Winckel* A *ein* rechter *ist;* stumpfwincklicht, *wenn der eine Winckel* D *ein stumpfer ist;* spitzwincklicht, *wenn alle drey spitzig sind, wie* A, B, C. *Hingegen, wenn alle drey Seiten* AB, BC, CA *gleich sind*, heisset es ein gleichseitiger Triangel (Triangulum æquilaterum): *sind zwo Seiten* AB *und* BC *gleich*, ein gleichschencklichter, (Triangulum æquicrurum oder Isosceles): Tab. I. Fig. 8. Tab. I. Fig. 9. Tab. I. Fig. 10. Tab. I. Fig. 11. Tab. II. Fig. 12. Tab. II. Fig. 13.

les): ist keine Seite der andern gleich, ein ungleichseitiger, als HIK (Triangulum Scalenum)

Die 11. Erklärung.

Tab. II. Fig. 14.

22. Ein Quadrat (Quadratum) ist eine Figur, die 4 gleiche Seiten AB, BC, CD, AD und lauter rechte Winckel hat. Ein länglichtes Viereck Oblongum oder Rectangulum hat lauter rechte Winckel, aber es sind nur die zwo einander entgegen gesetzte Seiten EF und HG, ingleichen EH und FG, einander gleich. Eine Raute (RHOMBUS) hat vier gleiche Seiten IK, KL, LM, IM, und lauter schiefe Winckel, keinen rechten. Eine länglichte Raute (RHOMBOIDES) hat zwar lauter schiefe Winckel, aber nur die beyden einander entgegen gesetzten Seiten ON und PQ, OP und QN sind einander gleich. Es werden diese Vierecke beschrieben, wenn eine Linie CP sich an einer andern ON dergestalt herunter beweget, daß sie sich selbst immer parallel bleibet, das ist, immer einerley Weite in allen ihren Puncten von eben denselben Puncten im Anfang der Bewegung behält (§. 25). Die übrigen Vierecke werden TRAPEZIA genennet, als STVZ.

Tab. II. Fig. 15.

Tab. II. Fig. 16.

Tab. II. Fig. 17.

Tab. II. Fig. 18.

Die 12. Erklärung.

Tab. II. Fig. 19.

23. Die übrigen Figuren, welche mehr als vier Seiten haben, werden Polygone

oder

oder Vielecke genennet: und insonderheit Fünfecke, wenn sie fünf; Sechsecke, wenn sie sechs Seiten haben, u. s. w. Tab. II. Fig. 20.

Die 13. Erklärung.

24. Wenn in einer Figur alle Seiten und Winckel einander gleich sind, als in ABCDEF, so heisset sie eine reguläre oder ordentliche Figur; sind aber die Seiten und Winckel nicht alle einander gleich, als in GHIKL, so nennet man sie eine irreguläre oder unordentliche Figur. Tab. II. Fig. 20. Tab. II. Fig. 21.

Die 14. Erklärung.

25. Wenn zwo Linien AB und CD immer eine Weite von einander behalten, so sind sie Parallel-Linien. Es wird demnach die Linie AB mit CD parallel beschrieben, wenn der Perpendicul IH sich an ihr dergestalt herunter beweget, daß er mit ihr beständig einen rechten Winckel machet. Tab. III. Fig. 22. Tab. IX. Fig. 61.

Die 15. Erklärung.

26. Die Vierecke, deren Seiten einander parallel sind, nennet man Parallelogramma.

Die 16. Erklärung.

27. Wenn ein halber Circul X sich um seinen Diameter AB herum beweget, so beschreibt er eine Kugel. Tab. III. Fig. 23.

Zusatz.

Zusatz.

28. Also sind alle Puncte in der Kugel-Fläche von dem Mittel-Puncte X gleich weit weg (§. 14).

Die 17. Erklärung.

Tab. III. Fig. 24.

29. *Wenn eine geradelinichte Figur* ABC *sich an einer geraden Linie* AD *dergestalt herunter beweget, daß sie sich immer parallel bleibet, das ist, eine jede Linie in derselben ein* Parallelogrammum *beschreibet; so beschreibet sie ein* PRISMA: *beweget sich aber ein Circul* X *an einer geraden Linie* FG *gleichergestalt herunter, oder ein* Rectangulum ABCD *und Quadrat um seine Höhe* AD; *so wird ein Cylinder oder eine Walße beschrieben.*

Tab. III. Fig. 25. n. 1. n. 2.

Der 1. Zusatz.

Tab. III. Fig. 24.

30. Ein jedes Prisma hat zwo gleiche Grundflächen ABC und DEF (§. 27 *Arithm.*), und ist um und um von so vielen Vierecken ACDE, CEFB und ADFB eingeschlossen, als die Grundfläche ABC Seiten hat.

Der 2. Zusatz.

31. In dem Prismate und Cylinder sind alle Durchschnitte, die mit ihren Grundflächen parallel geschehen, einander gleich (§. 27 *Arithm.*).

Die 18. Erklärung.

Tab. III. Fig. 26.

32. *Wenn sich ein* Rectangulum ABCD *an einer Linie* AE, *die auf beyden Linien*

AB

AB und AD perpendicular stehet, auf gleiche Art herunter beweget, so bekommt man ein *Parallelepipedum*: bewegt sich aber ein Quadrat O an einer Linie HI, die seiner Seite gleich ist, und auf HL und HM perpendicular stehet, herunter, einen *Cubum* oder Würfel.

Tab. III. Fig. 27.

Der 1. Zusatz.

33. Das Parallelepipedum ist in sechs Rectangula eingeschlossen, deren zwey einander gegen über stehende einander gleich sind. Und alle Durchschnitte, die mit der Grundfläche parallel geschehen, sind einander gleich (§. *27 Arithm.*).

Der 2. Zusatz.

34. Ein Würfel ist in sechs gleiche Quadrate eingeschlossen.

Die 19. Erklärung.

35. Wenn sich ein rechtwincklichter Triangel ABC um seine Seite AB herum beweget, so beschreibt er einen *Conum* oder Kegel. Eben dieses geschiehet, wenn eine gerade Linie AC, die sich an einem festen Puncte A verschieben läßt, sich mit dem Ende C an der Peripherie eines unbeweglichen Circuls herum beweget.

Tab. III. Fig. 28.

Zusatz.

36. Alle Durchschnitte, die im Kegel mit der Grundfläche DBC parallel geschehen,

sind

sind Circul, aber immer kleinere, je näher sie der Spitze A kommen (§. 12).

Die 20. Erklärung.

Tab. III. Fig. 29.

37. **Wenn eine Linie AD sich in einem festen Puncte D verschieben läßt, und um die gantze Peripherie einer geradelinichten Figur ABC mit dem andern Ende A bewegt wird; so entstehet eine Pyramide.**

Zusatz.

38. Eine Pyramide hat zur Grundfläche eine geradelinichte Figur ABC, und ist um und um in so viele Triangel DAB, DBC und DAC, als die Grundfläche Seiten hat, eingeschlossen ist, welche oben in einem Puncte D mit ihren Spitzen zusammen stoßen (§. 21).

Die 21. Erklärung.

39. **Wenn ein Cörper in lauter gleiche reguläre Figuren von einerley Art, daß nemlich gleich viel an der Zahl einen jeden cörperlichen Winckel machen, z. E. in lauter gleichseitige Triangel eingeschlossen ist; so nennet man ihn regulär, oder ordentlich: die übrigen werden irregulär genennet, oder unordentlich.**

Zusatz.

40. Also ist der Würfel ein regulärer Cörper (§. 22, 24, 34).

Der

Der 1. Grundsatz.

41. **Wenn gerade Linien und Winckel einander decken, so sind sie gleich: und wenn sie gleich sind, decken sie einander.**

Der 2. Grundsatz.

42. **Zwischen zween Puncten kan nur eine gerade Linie seyn.**

Der 1. Zusatz.

43. Derowegen können zwo gerade Linien keinen Raum einschliessen, weil sie in ihren beyden äussersten Puncten zusammen stoßen müsten.

Der 2. Zusatz.

44. Folglich sind in jedem Drey-Ecke zwo Seiten AB und AC zusammen genommen, grösser als die dritte BC; maßen zwo gerade Linien, die mit ihren Enden einander erreichen und auf einander liegen, von gleicher Grösse sind (§. 41). Tab. I. Fig. 8.

Der 3. Grundsatz.

45. **Alle Radii eines Circuls sind einander gleich** (§. 14)

Der 4. Grundsatz.

46. **Wenn zween Bogen einerley Verhältniß gegen ihre Peripherien haben, so haben sie eine gleiche Anzahl Grade** (§. 71 *Arithm.* & §. 15. *Geom.*). **Z. E. der fünfte Theil eines großen Circuls hat so viel**

Grade, als der fünfte Theil eines kleinen.

Der 5. Grundsatz.

Tab. IV. Fig. 30.

47. **Alle Bogen DE und BC, welche aus der Spitze eines Winckels A, innerhalb seinen Schenckeln, AB und AC, beschrieben werden, haben einerley Verhältnisse gegen ihre Peripherien, das ist, sie sind gleich große Stücke von ihren Peripherien, z. E. beyde $\frac{1}{5}$ oder $\frac{1}{6}$ u. s. w**

Der 1. Zusatz.

48. Derowegen haben sie eine gleiche Zahl Grade (§. 46).

Der 2. Zusatz.

Tab. IV. Fig. 30.

49. Weil man die Grösse des Winckels A nach der Zahl der Grade eines solchen Bogens DE oder BC erachtet (§. 17); so gilt es gleich viel, ob der Bogen DE mit einem großen oder kleinen radio beschrieben wird, wenn man den Winckel messen will.

Der 6. Grundsatz.

50. **Figuren, die einander decken, sind einander gleich: und die gleich und ähnlich sind, decken einander (§. 5).**

Anmerckung.

51. Es ist wohl zu mercken, daß von gleichen Figuren erfordert wird, sie sollen alle beyde einander decken; denn, wenn gleich die obere die untere deckt, so

so sie auf dieselbe gelegt wird, würde doch die untere die obere nicht decken, wenn sie auf dieselbe gelegt würde, wo sie nicht einander gleich wären.

Der 7. Grundsatz.

52. **Wenn zwo Figuren oder Linien auf einerley Art erzeuget oder beschrieben werden, und dasjenige, woraus sie erzeuget oder beschrieben werden, beyderseits einander ähnlich ist; so sind die Figuren und Linien einander ähnlich** (§. 5).

Zusatz.

53. Da nun alle Puncte (§. 2, 5) und gerade Linien einander ähnlich sind (§. 8), und ein Circul erzeuget wird, wenn eine gerade Linie sich um einen Punct herum bewegt (§. 12); so müssen alle Circul und ihre Peripherien einander ähnlich seyn.

Der 8. Grundsatz.

54. **Wenn zween Winckel einerley Maaß haben, so sind sie einander gleich: und wenn sie gleich sind, haben sie einerley Maaß** (§. 17).

Der 9. Grundsatz.

55. **Auf jeder Linie AB kan man aus einem angenommenen Puncte C einen halben Circul beschreiben** (§. 12). Tab. IV. Fig. 31.

Zusatz.

56. Wenn man aus dem Mittelpuncte C eine Perpendicularlinie aufrichtet, so sind

die beyden Winckel o und x einander gleich (§. 19). Derowegen hat ein rechter Winckel zu seinem Maaß einen Quadranten, das ist, 90° (§. 16): und sind demnach alle rechte Winckel einander gleich (§. 54). Ja ein Winckel, der einem rechten gleich, ist ein rechter Winckel (§. 54).

Der 1. Lehrsatz.

Tab. IV. Fig. 32.

57. **Die beyden Winckel x und o, welche eine Linie DC auf einer andern Linie AB machet, sind zusammen zween rechten Winckeln gleich.**

Beweiß.

Aus C kan auf der Linie AB ein halber Circul AFE beschrieben werden (§. 55). Derowegen haben die Winckel x und o zu ihrem Maaße AF + FE einen halben Circul (§. 17): folglich sind sie zusammen zween rechten Winckeln gleich (§. 56). W. Z. E.

Der 1. Zusatz.

58. Wenn also einer von ihnen ein rechter Winckel ist, so muß der andere auch ein rechter Winckel seyn: und wenn beyde einander gleich sind, so muß jeder ein rechter Winckel seyn.

Der 2. Zusatz.

59. Demnach machen diese beyden Winckel, ingleichen mehrere zusammen, 180° (§. 56).

Der

Der 3. Zusatz.

60. Wenn man also auf dem Felde zu einem Winckel nicht kommen kan, den man messen soll, oder, wenn man mit einem Quadranten einen stumpfen Winckel ACD zu messen hat; so darf man nur den Neben-Winckel (angulum contiguum) DCB messen.

Der 2. Lehrsatz.

61. **Wenn eine Linie AB die andere CD in E schneidet, so sind die Vertical-Winckel o und x einander gleich.** Tab. IV. Fig. 33.

Beweiß.

Denn $o + u = 180°$, und $u + x = 180°$ (§. 59). Also ist $o + u = u + x$ (§. 29 *Arithm.*): folglich $o = x$ (§. 32 *Arithm.*). W. Z. E.

Zusatz.

62. Daher kan man auf dem Felde oder wo man sonst Winckel zu m ssen hat, an statt des Winckels x seinen Vertical-Winckel o messen, wenn man jenem nicht beykommen kan.

Der 3. Lehrsatz.

63. **Alle Winckel, die um einen Punct C herum sind, machen zusammen vier rechte Winckel, oder 360°.** Tab. IV. Fig. 34.

Beweiß.

Ihr Maaß ist ein gantzer Circul (§. 12, 17). Also halten sie zusammen vier rechte Win-

ckel in sich (§. 56), oder 360° (§. 15). W. Z. E.

Die 1. Aufgabe.

64. *Einen vorgegebenen Winckel zu messen.*

Auflösung.

Tab. IV. Fig. 35.

Auf dem Papiere:

1. Leget das Centrum des Transporteurs auf die Spitze des Winckels A, und rücket das Instrument, bis die innere Schärfe des Lineals an die Linie AB streichet.
2. Zehlet die Grade an dem Bogen DE, die zwischen die Schenckel des Winckels AC und AB fallen.

Tab. VII. Fig. *

Auf dem Felde:

1. Richtet den Winckelmesser dergestalt, daß der Diameter AB auf den einen Schenckel des Winckels fällt.
2. Verschiebet das an dem Mittelpuncte D bewegliche Lineal EF, und zielet durch die Dioptern auf demselben, bis ihr das äusserste des andern Schenckels erblicket.
3. Zehlet die Grade AF, so das Lineal auf dem Instrumente abschneidet.

So wisset ihr in beyden Fällen die Grösse des Winckels (§. 17).

Die 2. Aufgabe.

65. *Eine gerade Linie zu messen.*

Auflösung.

Tab. IV. Fig. 36.

Vor allen Dingen bereitet man sich einen Maaß-

Maaßstab. Auf dem Papiere nehmet eine Linie, schneidet davon 10 kleine Theile für die Schuhe ab, und traget sie zusammen so viel mal in den übrigen Theil der Linie, als angehen will, für die Ruthen. So habt ihr einen Maaßstab (§. 10). Auf dem Felde braucht man entweder eine Kette, oder eine Schnur, oder eine Stange, die in ihre gehörige Zolle, Schuhe und Ruthen eingetheilet worden. Doch ist zu mercken, daß man nur die letzte Ruthe in Schuhe, und den letzten Schuh in Zolle eintheilen darf.

Wenn ihr nun auf dem Papiere eine Linie messen wollet, so

Tab. IV. Fig. 37.

1. Setzet den Zirckel in A und thut ihn auf bis in B.
2. Den einen Fuß dieses unverrückten Zirckels setzet auf dem Maaßstabe in den Anfang einer Ruthe als in B, und gebet acht, welchen Schuh der andere Fuß absticht, z. E. 5. So ist die Linie 1°5′.

Tab. IV. Fig. 36.

Auf dem Felde:

1. Stecket an beyden Enden der Linie einen Stab, und (wenn eure Meßkette nicht so lang ist), zwischen dieselben noch einen oder mehrere andere (§. 9).
2. Spannet die Schnur oder Kette von einem Stabe bis zu dem andern aus.
3. Zehlet endlich daran die Ruthen, Schuhe und Zolle.

Die 1. Anmerckung.

66. Ihr könnet auch an die beyden Enden der Meßkette 2 Rincken machen, durch dieselben zween Stäbe stecken, und diese jederzeit mit dem Stabe an dem Ende der Linie, die ihr messet, in eine Linie stellen (§. 9).

Die 2. Anmerckung.

67. Die Meßketten sind etwas beschwerlich zu tragen, und lassen sich nicht wohl ausziehen. Wenn man die Linie mit einer Stange überschlägt, so muß man so viel Stangendicken zu der gefundenen Länge addiren, als die Stange überschlagen worden, oder sie um eine Stangendicke kürtzer machen, als das Maaß erfordert. Die hänffenen Meßschnüre kriechen vom Feuchten ein, und dehnen sich ungleich aus. Es mercket Schwenter an (Geom. pract. lib. I. Tract. 2. p. 381), daß ihm eine dergleichen Schnure von 16 Schuhen innerhalb einer Stunde vom Reife fast um einen gantzen Schuh eingegangen sey. Diesem Fehler nun abzuhelfen, soll man sie wiedersinnes winden, im Oele sieden, nachdem sie getrocknet, durch ein zerlassenes Wachs ziehen, und mit hartem Wachse durch und durch bestreichen lassen. Es versichert Schwenter p. 382., wenn man sie auch einen gantzen Tag im Wasser liegen lässet, sie doch nicht mercklich kürtzer werden.

Die 3. Anmerckung.

68. Man hat auf dem Papiere noch ein künstlicheres Instrument, die Linien zu messen, welches man einen verjüngten Maaßstab nennet. Davon sich erst unten wird reden lassen.

Die 3. Aufgabe

69. **Einen Winckel zu machen, der so groß ist, wie ein anderer gegebener Winckel.**

Auf-

Auflösung.

Der erste Fall. Wenn der Winckel in Graden gegeben wird, so Tab. V. Fig. 38.

1. Ziehet eine gerade Linie AC.
2. Leget auf A das Centrum des Transporteurs, und auf die Linie AC seinen radium.
3. Zehlet an demselben so viel Grade ab, als der Winckel haben soll.
4. Bey dem letzten Grade mercket euch den Punct B.
5. Ziehet endlich von A bis B eine gerade Linie.

So ist BAC der verlangte Winckel.

Der andere Fall. Wenn der Winckel DEF nur auf dem Papiere gegeben wird, so Tab. V. Fig. 39.

1. Beschreibet aus E, mit beliebiger Eröfnung des Zirckels einen Bogen GH.
2. Ziehet eine gerade Linie ef.
3. Beschreibet mit voriger Eröfnung des Zirckels aus e den Bogen hi.
4. Setzet den Zirckel in H, und thut ihn auf bis in G.
5. Mit dieser Eröfnung schneidet aus h von dem Bogen hi den Bogen hg ab.
6. Ziehet aus e durch g eine Linie.

So ist geschehen, was man verlangte.

Der dritte Fall. Auf das Feld kan man einen in Graden gegebenen Winckel durch den Winckelmesser tragen, wie aus der ersten Aufgabe (§. 64) abzunehmen ist.

Beweiß.

Im ersten und dritten Falle ist kein Beweiß nöthig. Im andern Falle ist der Bogen gh=GH (§. 122), und also der Winckel gef=DEF (§. 17, 54). W. Z. E.

Der 4. Lehrsatz.

Tab. V. Fig. 40.

70. **Wenn in zween Triangeln ABC und abc der Winckel A=a, AC=ac und AB=ab; so sind die gantzen Triangel einander gleich, und BC=bc, B=b, C=c**

Beweiß.

Man gedencke, als wurde der Triangel acb dergestalt auf den andern ACB gelegt, daß der Punct a auf A und die Linie ab auf die Linie AB fällt. Weil nun ab=AB, so fällt der Punct b auf B (§. 41): weil a=A, so fällt die Linie ac auf AC, und, da ac=AC, der Punct c auf C (§. 41); folglich die Linie bc auf BC (§. 42). Derowegen sind die Triangel ACB und acb einander gleich (§. 50), und BC=bc &c. (§. 41). W. Z. E.

Der 5. Lehrsatz.

Tab. V. Fig. 40.

71. **Wenn in zween Triangeln ACB und acb der Winckel A=a und B=b, über dieses die Seite AB=ab; so sind die gantzen Triangel einander gleich, und AC=ac, BC=bc, C=c.**

B

Beweiß.

Man gedencke, es werde der Triangel ABC auf den andern abc dergestalt gelegt, daß der Punct A auf a, und die Seite AB auf die Seite ab fällt; so fällt der Punct B auf b, die Linie AC auf ac, und BC auf bc (§ 41). Da nun die Linien AC und BC im Puncte C, und die Linien ac und bc im Puncte c zusammen stoßen; so muß auch der Punct C auf den Punct c fallen. Derowegen sind die Triangel einander gleich (§. 50), und AC=ac &c. (§. 41). W. Z. E.

Der 6. Lehrsatz.

72. **Wenn in zween Triangeln ACB und acb, AC=ac, AB=ab und BC=bc; so sind die Triangel einander gleich, und A=a, B=b, C=c.** Tab. V. Fig. 41.

Beweiß.

Man beschreibe aus A mit AB den Bogen y, und aus C mit CB den Bogen x. Hierauf gedencke man, es werde der Triangel acb auf den Triangel ACB dergestalt geleget, daß der Punct a auf A, und c auf C fällt (§. 41): so wird die Linie ab=AB in den Bogen y, und cb=CB in den Bogen x fallen (§. 12), folglich der Punct b in B, wo die Bogen einander durchschneiden. Daher sind die Triangel (§. 50), und die Winckel (§. 41) einander gleich. W. Z. E.

Zusatz.

Zusatz.

73. Also kan aus drey gegebenen Linien nicht mehr, als ninerley Triangel gemacht werden.

Die 4. Aufgabe.

Tab. V. Fig. 42.

74. *Auf einer gegebenen Linie AB einen gleichseitigen Triangel aufzurichten.*

Auflösung.

1. Setzet den Zirckel in A, thut ihn auf bis in B, und beschreibet damit über der Linie einen Bogen.
2. Setzet hierauf den Zirckel in B, und beschreibet mit unveränderter Eröfnung einen andern Bogen, der den erstern in C durchschneidet.
3. Ziehet von A und B in C die Linien AC und BC: so ist geschehen, was man verlangte.

Beweiß.

Es ist BC=BA, und AC=BA (§. 45), folglich AC=BC (§. 29 *Arithm.*). Derowegen ist der Triangel ACB gleichseitig. (§. 2). W. Z. E.

Die 5. Aufgabe.

Tab. V. Fig. 43.

75. *Aus zwo gegebenen Linien AB und BC einen gleichschencklichten Triangel zu machen.*

Auflösung.

1. Setzet an das eine Ende A der einen Linie AB,

AB, welche die Grundlinie des Triangels geben soll, den Zirckel, und beschreibet mit der Eröfnung, nach der Länge der andern gegebenen Linie, einen Bogen x.

2. Mit eben dieser Eröfnung beschreibet aus B einen andern Bogen y, der den erstern in C durchschneidet.
3. Ziehet aus C in A und B gerade Linien.

So ist der begehrte Triangel fertig.

Beweiß.

Die Linien AC und CB hat man einander gleich gemacht. Also ist ACB ein gleichschencklichter Triangel (§. 21). W. Z. E.

Die 6. Aufgabe.

76. **Aus drey gegebenen Linien einen Triangel zu machen, deren zwo zusammen jedesmal grösser sind, als die dritte.** Tab. V. Fig. 44.

Auflösung.

1. Nehmet die eine von den gegebenen Linien AB zur Grundlinie des Triangels an.
2. Aus A beschreibet, mit der Eröfnung des Zirckels, nach der Länge der anderen Linie AC, einen Bogen x über derselben, und
3. Aus B mit der Eröfnung nach der dritten Linie BC einen andern Bogen y; der den erstern in C durchschneidet.
4. Ziehet die Linien AC und CB; so ist der Triangel fertig (§. 73).

Die 1. Anmerckung.

77. Wenn die zween Bogen einander nicht erreichen,

chen, so sind die beyden Linien AC und CB zusammen nicht grösser, als die dritte AB, und kan aus den gegebenen drey Linien kein Triangel gemacht werden (§ 44).

Die 2. Anmerckung.

78. Die Zeichnung der Figuren ist von großem Nutzen. Sie dienet, die Felder in den Grund zu legen, ohne welches man sie nicht ausrechnen kan. Ja, nachdem ich die Gründe der Aehnlichkeit in die Geometrie gebracht; so dienet sie zugleich zum Beweise der Aehnlichkeit der Figuren, wie aus dem folgenden zu ersehen ist. Man kan auch aus denselben ersehen, was auf dem Felde oder sonst in großem zu messen nöthig ist, wenn man es in Grund legen, das ist, auf das Papier ins kleine bringen will. Derowegen lassen wir uns nicht verdriessen, mehrere Aufgaben von den Dreyecken hieher zu setzen.

Die 7. Aufgabe.

Tab. V. Fig. 45.

79. *Aus zwo gegebenen Linien AB und AC und einem Winckel A, einen Triangel zu machen.*

Auflösung.

1. Nehmet die eine Linie AB zur Grundlinie an, und
2. Machet in A einen Winckel, der dem gegebenen gleich ist (§. 69).
3. Auf die Linie AD traget die andere gegebene Linie AC, und
4. Ziehet von C bis B eine gerade Linie; so ist der Triangel fertig (§. 70).

Anmerckung.

80. In der Ausübung ist niemals nöthig, die unnützen Linien, als hier AD ist, auszuziehen; sondern,

dern, nachdem daß Lineal angelegt ist, kan man gleich den Punct C abstechen.

Die 8. Aufgabe.

81. *Aus zween gegebenen Winckeln und einer Linie AB einen Triangel zu machen.* Tab. V. Fig. 46.

Auflösung.

1. Auf dem einen Ende A der gegebenen Linie AB, richtet einen Winckel auf, der einem von den gegebenen gleich ist, und
2. Auf dem andern Ende B einen andern, den dem andern von den gegebenen gleich ist (§. 69). So werden sich die Schenckel dieser Winckel in C durchschneiden, und den verlangten Triangel ABC auf der Linie AB formiren (§. 71).

Die 9. Aufgabe.

82. *Die Weite zweener Oerter A und B zu messen, zu deren jedem man, aus einem in C angenommenen Stande, kommen kan.* Tab. V. Fig. 47.

Auflösung.

1. Stecket in C einen Stab nach Belieben ein.
2. Messet die Linie AC (§. 65), und traget sie zurücke in a, dergestalt, daß in a ein Stab mit dem Stabe C und dem Orte A in eine gerade Linie gesetzet wird (§. 9).
3. Auf gleiche Weise messet die Linie BC, traget sie zurücke in b, und stecket in b, wie

wie vorhin, einen Stab mit C und B in einer geraden Linie ein.

4. Endlich messet die Linie ab; so habt ihr die verlangte Weite.

Beweiß.

Denn die Winckel x und y sind einander gleich (§. 61). Da nun auch AC = aC, und BC = bC: so ist ab = AB (§. 70). W. Z. E.

Anmerckung.

83. Wenn man nicht Raum hat, die gantzen Linien AC und BC zurücke zu tragen, so trägt man nur ihre Helften oder den dritten, oder auch den vierdten Theil derselben zurücke. Alsdenn ist ab $= \frac{1}{2}$, oder $\frac{1}{3}$, oder $\frac{1}{4}$AB, wie unten wird erwiesen werden (§. 188).

Die 10. Aufgabe.

Tab. VI. Fig. 48.

84. **Mit einer blossen Schnur oder Kette einen Winckel auf dem Felde von einem Orte auf den andern zu tragen.**

Auflösung.

Man soll den Winckel A in C tragen.

1. Messet in den beyden Schenckeln AB und AC des gegebenen Winckels A, zwo Linien von beliebiger Grösse AF und AD ab, und zugleich die Querlinie FD, so daher entstehet.
2. Traget aus C in d die gefundene Linie AD, und spannet an den beyden Stäben C und

C und d eine Schnure dergestalt aus, daß Cf=AF und df=DF.

3. Stecket in f einen Stab, so ist der Winckel dCf=FAD.

Beweiß.

Es ist AF=Cf, AD=Cd, und DF=df. Derowegen ist auch der Winckel C dem Winckel A gleich (§. 72).

Die 11. Aufgabe.

85. **Die Weite zweener Oerter zu messen, zu deren einem B man nur kommen kan.** Tab. VI. Fig. 49.

Auflösung.

1. Stecket nach Gefallen einen Stab in E, und traget die Linie BE dergestalt zurücke, daß der Stab C mit E und B in eine Linie kommt (§. 9).
2. Machet (§. 84) einen Winckel in C, der so groß ist, wie der Winckel B.
3. Endlich gehet mit dem Stabe D so weit zurücke, bis er mit C und F, ingleichen mit E und A, in einer Linie stehet.

So ist die Linie CD der Linie AB gleich.

Beweiß.

Ihr habt den Winckel C so groß wie B, und die Linie CE so groß wie EB gemacht. Nun sind über dieses die Verticalwinckel bey E einander gleich (§. 61). Derowegen ist auch CD=AB (§. 71). W. Z. E. W.

Die 1. Anmerckung.

86. Es gilt auch hier, was bey der 9. Aufgabe ist erinnert worden (§. 83).

Die 2. Anmerckung.

87. Wenn man die Breite eines Flusses messen wolte, und könte die Linie BE an dem Ufer nicht zurücke tragen; so stecket man den Stab B so weit weg vom Ufer, als einem beliebt. Alsdenn wird die Linie CD um so viel länger, als der Fluß breit ist, um wie viel der Stab B von dem Ufer weggerücket worden.

Die 12. Aufgabe.

Tab. VII. Fig 50.

88. **Die vorige Aufgabe noch auf eine andere Art aufzulösen.**

Auflösung.

1. Stecket in C einen Stab mit den Oertern A und B, deren Weite man messen will, in eine Linie.
2. Traget CD und DB durch den willkührlich angenommenen Punct D zurücke in E und F, so ist der Winckel E so groß, wie C, und EF=BC (§. 82).
3. Gehet zurücke in G, bis ihr den Stab G mit dem Stabe D und und dem Orte A, ingleichen den Stäben F und E in einer Linie sehet (§. 9): so ist EG=AC (§. 85); folglich FG=AB (§. 22 *Arithm.*).

Die 13. Aufgabe.

Tab. VII. Fig. 51.

89. **Die Weite zweener Oerter AB zu messen, zu deren keinem man kommen kan.**

Auf-

Auflösung.

1. Stecket in C einen Stab, und
2. Suchet nach der 12 *Aufgabe* (§. 88) die Linien AC und CB; so
3. Könnet ihr nach der 9 *Aufgabe* (§. 82) die verlangte Weite AB finden.

Anmerckung.

90. Diese Aufgabe ist mit bloßen Stäben und der Meßkette sehr weitläuftig aufzulösen: sie kan aber auf andere Art, wie hernach folget, viel leichter aufgelöset werden.

Die 14. Aufgabe.

91. *Durch einen gegebenen Punct C mit einer gegebenen Linie AB eine Parallellinie auf dem Papiere zu ziehen.* Tab. IIX. Fig. 52.

Auflösung

1. Leget an die Linie AB das Lineal.
2. Setzet den Zirckel in C ein und thut ihn bis an das Lineal auf.
3. Ziehet mit dem Zirckel, der an das Papier etwas schräge gelegt wird, an dem Lineale herunter, so wird der andre Fuß durch den Punct C die begehrte Parallellinie beschreiben (§. 25).

Anders.

Man kan es auch durch ein Parallellineal verrichten: welches Instrument aus zwey Linealen AB und CD bestehet, die durch zwey gleich lange Querbänder EF und GH dergestalt zusammen verknüpfet sind, daß sie Tab. IIX. Fig. 53.

sich nach Gefallen von einander verschieben lassen. Wenn ihr nun dergleichen Instrument habt, so

Tab. IIX. Fig. 54.

1. Leget die Schärfe des einen Lineals an die gegebene Linie AB an, und
2. Schiebet das andere Lineal bis an den Punct C fort, so
3. Könnet ihr dadurch die verlangte Linie ziehen.

Die 1. Anmerckung.

Tab. IIX. Fig. 55.

92. Wenn man in der ersten Auflösung den Zirckel nicht bis an den Punct E aufthun kan, so ziehet mit AB in beliebiger Weite die Parallellinie CD, und mit dieser die Parallellinie LM durch den gegebenen Punct E: so wird LM auch mit AB parallel seyn. Denn EF=IH, und FG=IK (§. 25). Derowegen EF + FG = HI + IK, das ist EG = HK (§. 31 Arithm.); folglich ist LM mit AB parallel (§. 25).

Die 2. Anmerckung.

Tab. IIX. Fig. 56.

93. Eben dieses gilt in der andern Auflösung: wie wol man hier an das Parallellineal doppelte Bänder machen kan, damit man es noch einmal so weit, als mit einfachen, aufthun kan. Weil die Parallellineale leicht wandelbar werden; so ist dienlich, daß die Bänder aus doppelten Blechen verfertiget, federhart geschlagen und in der Mitten zusammen vernietet, endlich an beyden Enden mit Knöpfen, in der Gestalt abgekürtzter Kegel, angeheftet werden.

Die 15. Aufgabe.

Tab. IIX. Fig. 57.

94. **Von einem gegebenen Puncte C auf eine Linie AB einen Perpendicul zu fällen.**

Auf-

Auflösung.

1. Setzet den Zirckel in C, und durchschneidet mit gefälliger Eröfnung in zween Puncten D und E die Linie AB.
2. Aus D und E machet mit beliebiger Eröfnung des Zirckels einen Durchschnitt in F.
3. Durch C und F ziehet die Linie CG. Diese stehet auf AB perpendicular.

Beweiß.

Denn, weil DC = CE, DF = FE und CF = CF; so sind auch die Winckel DCG und GCE (§. 72), folglich, da DC = CE, und CG=CG, die Nebenwinckel bey G einander gleich (§. 70). Derowegen stehet die Linie CG auf AB perpendicular (§. 19). W. Z. E. W.

Die 16. Aufgabe.

95. **Aus einem gegebenen Puncte C auf einer gegebenen Linie AB einen Perpendicul aufzurichten.** Tab. IIX. Fig. 58.

Auflösung.

1. Setzet den Zirckel in C ein, und
2. Durchschneidet die Linie AB mit beliebter Eröfnung in D und E.
3. Aus D und E machet mit einerley Eröfnung des Zirckels einen Durchschnitt in F.
4. Ziehet durch C und F die Linie GC; so st[illegible] sie auf AB perpendicular.

Beweiß.

Weil DC = CE, DF = FE, und CF =

 CF;

CF; so sind die Winckel bey C einander gleich (§. 72). Demnach stehet die Linie GC auf AB perpendicular (§. 19). W. Z. E. W.

Anders.

Tab. IIX. Fig. 59. Lasset euch einen Winckelhacken verfertigen, das ist, ein Instrument, welches aus zwoen rechtwincklicht zusammen gesetzten Linealen bestehet.

1. Den einen Theil dieses Instruments leget an die gegebene Linie AB dergestalt, daß die Spitze seines Winckels den gegebenen Punct C berühret.
2. Ziehet nach dem andern Theile des Instruments eine gerade Linie CD aus dem gegebenen Puncte C. Diese stehet auf AB perpendicular.

Beweiß.

Denn der Winckelhacken ist recht wincklicht: derowegen müssen auch die beyden Linien CB und CD, welche nach ihm gezogen sind, einen rechten Winckel machen. Und also stehet CD auf CB perpendicular (§. 20). W. Z. E. W.

Der 7. Lehrsatz.

Tab. IIX. Fig. 60. 96. **Wenn in zween rechtwincklichten Triangeln ABC und abc, AB = ab, und BC = bc: oder auch in zween spitzwincklichten, oder stumpfwincklichten über dieses der Winckel A = a; so sind die gantzen Trian-**

Triangel einander gleich, und AC = ac, B = b, **und** C = c.

Beweiß.

Man beschreibe durch C in der Weite BC einen Bogen FG, und lege in Gedancken den Triangel abc auf den andern ABC, dergestalt, daß der Punct a auf A, und ab auf AB fällt. Da nun ab = AB, und a = A, so fällt der Punct b in B, und ac auf AC (§. 41), folglich der Punct c in die Linie AC. Da nun ferner bc = BC; so muß der Punct c auch in den Bogen FG fallen (§. 12), folglich in C, wo der Bogen FG und die Linie AC einander durchschneiden; und demnach fällt bc auf BC (§. 42). Derowegen sind die gantzen Triangel einander gleich (§. 50), und AC = ac, B = b, und C = c (§. 41). W. Z. E. W.

Der 8. Lehrsatz.

97. *Wenn zwo Parallellinien* AB **und** CD *von einer dritten* EF *in* G *und* H **durchschnitten werden, so sind** 1) **die** *Wechselswinckel* x **und** y *einander* **gleich**, 2) **der** *äußere Winckel* o **ist dem** *innern* y **gleich**, **und** 3) **die** *beyden innern Winckel* u **und** y *machen zusammen* 180°. Tab. IX. Fig. 61.

Beweiß.

1. Ziehet die beyden Perpendicularlinien HI und GK, welche einander gleich sind (§. 52).

(§. 52.). Es sind aber auch die Winckel I und K einander gleich (§. 20, 56). Derowegen ist $x = y$ (§. 96): welches das erste war.

2. Nun ist $x = o$ (§. 61). Demnach $y = o$ (§. 29 *Arithm.*): welches das andere war.

3. Es ist aber $u + o = 180°$ (§. 59). Derowegen ist auch $u + y = 180°$ (§. 31 *Arithm.*). W. Z. E. W.

Der 9. Lehrsatz.

Tab. IX. Fig. 61.

98. **Wenn zwo Linien AB und CD von einer dritten EF dergestalt in G und H durchschnitten werden, daß die Wechselswinckel x und y, oder auch der äußere o und der innere y einander gleich sind, oder die beiden u und y zusammen 180° machen; so sind die Linien AB und CD parallel.**

Beweiß.

1. Lasset aus G einen Perpendicul GK auf die Linie CD fallen: machet GI = HK, und ziehet die Linie HI. Weil nun $x = y$, GH = GH; so ist I = K, und HI = GK (§. 70), folglich I ein rechter Winckel (§. 56), und AB mit CD parallel (§. 25): welches das erste war.

2. Es sey $o = y$. Weil nun $o = x$ (§. 61); so ist $x = y$ (§. 29 *Arithm.*): folglich, vermöge dessen, was erst erwiesen worden, sind

sind die Linien AB und CD parallel: **welches das andere war.**

3. Es mache y mit u 180°. Weil o und u 180° machen (§. 59); so ist u+y = u+o (§. 29 *Arithm.*): folglich o = y (§. 32 *Arithm.*). Und also sind vermöge dessen, was iezt ist erwiesen worden, die Linien AB und CD parallel: **welches das dritte war.**

Die 17. Aufgabe.

99. *Auf dem Felde durch einen gegebenen Punct C mit einer Linie AB eine Parallellinie abzustecken.* Tab. IX. Fig. 62.

Auflösung.

1. Stecket in C mit A und B in einer geraden Linie einen Stab (§. 9), ingleichen einen in den gegebenen Punct C.
2. Traget den Winckel CDB (§. 84, 88) in C: so wird sich die verlangte Parallellinie geben (§. 98).

Anmerckung.

100. Auf dem Papiere wäre diese Art zu weitläuftig.

Der 10. Lehrsatz.

101. *In jedem Triangel ABC machen alle drey Winckel zusammen 180°, und wenn man die eine Seite verlängert, so ist der äußere Winckel so groß, wie die beyden innern, die ihm gegen über stehen, zusammen.* Tab. IX. Fig. 63.

Beweiß.

Man ziehe durch die Spitze des Triangels C mit seiner Grundlinie AB eine Parallellinie DE; so ist $1 = I$, und $2 = II$ (§. 97). Nun ist $I + 3 + II = 180°$ (§. 59): derowegen $1 + 3 + 2 = 180°$: **welches das erstere war.**

Tab. IX. Fig. 64.

Wenn die Seite AB verlängert wird, so ist $3 + 4 = 180°$ (§. 59). Nun ist aber jetzt erwiesen worden, daß $1 + 2 + 3 = 180°$. Derowegen $3 + 4 = 1 + 2 + 3$ (§. 29 *Arithm.*): Folglich $4 = 1 + 2$ (§. 29. *Arithm.*): **welches das andre war.**

Der 1. Zusatz.

102. Derowegen kan in einem Triangel nicht mehr, als ein rechter Winckel seyn, und wenn dieses ist, machen die zween übrigen zusammen, auch noch einen rechten Winckel, das ist 90° aus (§. 56).

Der 2. Zusatz.

103. Vielweniger kan mehr als ein stumpfer Winckel in einem Triangel seyn (§. 20).

Der 3. Zusatz.

104. Wenn man in einem Triangel einen Winckel von 180° abziehet, so bleibet die Summe der beyden übrigen übrig. Und wenn man die Summe zweener von 180° wegnimt, so bleibt der dritte übrig.

Der 4. Zusatz.

105. Wenn in zween Triangeln zween Win-

Winckel zween gleich sind, so muß auch der dritte in einem dem dritten in dem andern gleich seyn (§. 32 *Arithm.*).

Der 11. Lehrsatz.

106. **Wenn eine Linie HI auf einer von den Parallellinien AB perpendicular stehet, so stehet sie auch auf der andern CD perpendicular: und wenn zwo Linien BI und DH auf einer dritten HI perpendicular stehen; so sind sie parallel.**

Tab. IX. Fig. 61.

Beweiß.

1. Man ziehe durch H die Linie FE, und lasse aus G den Perpendicul GK herunter fallen; so ist I=K (§. 20, 56), x=y (§. 97): folglich IHG = HGK (§. 105). Nun machet HGK mit y einen rechten Winckel (§. 102): derowegen macht auch IHG mit y einen rechten Winckel (§. 31 *Arithm.*). Folglich stehet IH auf CD perpendicular (§. 20): **welches das erstere war.**

2. Man verlängere BI in A und DH in C; so können weder die Linien IA und HC, noch die Linien IB und HD zusammen stoßen (§. 102); folglich ist IB mit HD parallel (§. 25): **welches das andere war.**

Der 12. Lehrsatz.

107. **In einem gleichschencklichten Triangel ABC sind die Winckel an der Grundlinie x und y einander gleich, und**

Tab. IX. Fig. 65.

die

die Perpendicularlinie CD theilet so wohl den Winckel C, als die Grnndlinie AB und den Triangel in zween gleiche Theile.

Beweiß.

Man ziehe CD auf AB perpendicular (§. 94); so ist o = u (§. 19). Weil nun auch AC = CB (§. 21); so ist x = y, m = n, und △ ACD = △ CDB (§. 96). W. Z. E. W.

Der 1. Zusatz.

108. Also sind in einem gleichseitigen Triangel alle 3 Winckel einander gleich, und folglich jeder 60° (§. 101).

Der 2. Zusatz.

109. Wenn man also einen Winckel in einem gleichschencklichten Triangel hat, so kan man die übrigen finden, wenn man entweder den gegebenen Winckel, oder sein zwiefaches von 180° abziehet. Denn im erstern Falle bleibt die Summe der beyden gleichen Winckel, in dem andern der dritte ungleiche übrig.

Der 13. Lehrsatz.

Tab. IX. Fig. 65.

110. **Wenn die Winckel x und y an der Grundlinie AB eines Triangels ACB einander gleich sind; so sind auch die Seiten AC und CB einander gleich.**

Beweiß.

Man ziehe die Linie CD dergestalt, daß m = n. Weil nun x = y, so ist auch o = u (§. 105),

(§. 105), und daher AC = CB (§. 71). W. Z. E. W.

Zusatz.

111. Wenn also alle drey Winckel einander gleich sind, und folglich ein jeder 60° hält §. 101); so sind alle drey Seiten einander gleich.

Der 14. Lehrsatz.

112. Der Winckel an dem Mittelpuncte eines Circuls ist zwey mal so groß, wie der Winckel an der Peripherie, der mit ihm auf einem Bogen stehet.

Beweiß.

1. $o = x + u$ (§. 101). Weil aber AC=BC (§. 45); so ist $x = u$ (§. 107): folglich $o = 2u$. Tab. IX. Fig. 66.

2. $x = 2y$, und $u = 2o$, wie erst n. 1. erwiesen worden. Derowegen ist $x + u = 2y + 2o$ (§. 31 *Arithm.*). Tab. IX. Fig. 67.

3. $o + x = 2u + 2y$, und $o = 2u$, wie n. 1. erwiesen worden. Derowegen ist $x = 2y$ (§. 32 *Arithm.*). W. Z. E. W. Tab. IX. Fig. 68.

Der 1. Zusatz.

113. Also hat der Winckel an der Peripherie ABD zu seinem Maaße den halben Bogen AD, darauf er stehet. Denn der gantze Bogen AD ist das Maaß des Winckels bey dem Mittelpuncte ACD (§. 17). Tab. IX. Fig. 66.

Der

Der 2. Zusatz.

Tab. IX. Fig. 69.

114. Wenn zween oder mehrere Winckel ABC und ADC an der Peripherie eines Circuls sich endigen, und auf einem Bogen AC, oder auch auf gleichen Bogen stehen; so sind sie einander gleich (§. 54).

Der 3. Zusatz.

Tab. IX. Fig. 70.

115. Jeder Winckel in einem halben Circ. ACB ist ein rechter Winckel: denn er stehet auf einem halben Circul, und also ist des Theiles ACD sein Maaß der halbe Bogen AD, und des Theiles DCB sein Maaß der halbe Bogen DB (§. 113): folglich des gantzen Winckels ACB sein Maaß ein Quadrant. Der Quadrant aber ist das Maaß eines rechten Winckels (§ 56).

Der 4. Zusatz.

Tab. IX. Fig. 71.

116. Wenn der Winckel innerhalb einem Circul auf einem kleineren Bogen DF, als einem halben Circul, stehet; so ist er kleiner, als ein rechter Winckel: denn der halbe Bogen DF, der sein Maaß ist, ist kleiner als ein Quadrant (§. 113). Stehet er aber auf einem grösseren HK; so ist er auch grösser, als ein rechter Winckel: denn der halbe Bogen HG ist das Maaß des Winckels HBG, und der halbe Bogen GK das Maaß des Winckels GBK (§. 113), folglich der halbe Bogen HGK das Maaß des Winckels HBK grösser, als ein Quadrant. Und dannenhero in

in dem erstern Falle spitzig; in dem andern stumpf (§. 20).

Der 5. Zusatz.

117. Weil o=x+y (§. 101) und o zu seinem Maaße den halben Bogen LM, y aber den halben Bogen NO hat (§. 113); so hat der Winckel x zu seinem Maaße den Unterscheid der beyden halben Bogen LM und NO.

Tab IX. Fig. *.

Die 18. Aufgabe.

118. **Einen Winckelhacken zu probiren, ob er accurat sey, oder nicht.**

Tab. IX. Fig. 72.

Auflösung.

1. Beschreibet nach Belieben einen halben Circul, und
2. Ziehet nach Gefallen, von beyden Enden des Diametri bis an die Peripherie, die Linie AC und BC.
3. Leget den Winckelhacken mit seinem Winckel an den Punct C. Wenn die Schenckel desselben die beyden Linien zugleich berühren; so ist er richtig.

Beweiß.

Der Winckel ACB ist ein rechter Winckel (§. 115). Wenn also der Winckelhacken sich in denselben schicket; so ist er richtig (§. 41, 56, 95). W. Z. E. W.

Die 19. Aufgabe.

119. **Auf das Ende einer Linie einen Perpendicul aufzurichten.**

Auf-

Auflösung.

Tab. IX. Fig. 73.

1. Setzet den Zirckel in einen beliebigen Punct C und thut ihn auf bis A.
2. Mit dieser Weite bemercket auf der Linie AB den Punct D.
3. Leget das Lineal auf D und C, und bemercket aus C mit unverrücktem Zirckel den Punct E.
4. Endlich ziehet durch E die Linie AF; so stehet sie auf AB perpendicular.

Beweiß.

Weil AC=CD=EC, so läßt sich aus C durch E, A und D ein halber Circul beschreiben (§. 45, 55). Derowegen ist bey A ein rechter Winckel (§. 115), und stehet die Linie FA auf AB perpendicular (§. 20). W. Z. E. W.

Anders.

Man kan es auch durch Hülfe des Winckelhackens, wie oben (§. 95), verrichten.

Die 20. Aufgabe.

Tab. X. Fig. 74.

120. **Eine Linie AB in zween gleiche Theile zu theilen.**

Auflösung.

1. Machet aus A und B, nach Belieben, Durchschnitte in C und D.
2. Ziehet die Puncte derselben mit einer geraden Linie DC zusammen; so theilet sie die Linie in zween gleiche Theile in E.

Be-

Beweiß.

Weil AC = CB, AD = DB, und CD = CD; so ist o = y (§. 72). Und daher ferner auch in den Triangeln ACE und ECB, AE = EB (§. 70). W. Z. E.

Anmerckung.

121. Man kan es auch mechanisch, das ist, durch Versuchen verrichten. Setzet nemlich den Zirckel in A ein, und thut ihn nach dem Augenmaaße so weit auf, als bey nahe die Helfte der Linie AB beträgt. Schneidet damit ein in C, und gleichfalls aus B in D: so werdet ihr ohne Mühe durch das Augen-Maaß den Punct E finden können, wodurch AB in zween gleiche Theile getheilet wird. Tab. X. Fig. 75.

Der 15. Lehrsatz.

122. **In einem Circul sind die Sehnen gleicher Bogen AB und DE einander gleich: und wenn die Sehnen gleich sind, so sind auch die Bogen gleich.** Tab. X. Fig. 76.

Beweiß.

Man ziehe aus dem Mittel-Puncte C die radios AC, CB, CE und CD. Dieselben sind alle einander gleich (§. 45). Weil nun ferner die Bogen AB und DE, als das Maaß der Winckel o und x (§. 17) gleich sind; so müssen auch diese Winckel gleich seyn (§. 54). Derowegen ist auch die Sehne AB = DE (§. 70). **Welches das erstere war.**

Wenn die Sehne AB = DE, so ist, weil AC = CE, und BC = CD (§. 45), o = x

(§. 72), folglich sind die Bogen AB und DE, als das Maaß der Winckel o und x (§. 17), einander gleich (§. 54). **Welches das andere war.**

Zusatz.

123. Wenn man also einen Circul in gleiche Theile theilet, und die Sehnen der Bogen ziehet, so hat die Figur lauter gleiche Seiten (§. 122); aber auch lauter gleiche Winckel (§. 114). Derowegen ist sie eine reguläre oder ordentliche Figur (§. 24).

Die 21. Aufgabe.

Tab. X. Fig. 77.

124. **Einen Circul-Bogen AB in zween gleiche Theile zu theilen.**

Auflösung.

1. Machet aus A und B mit beliebter Eröfnung des Circuls zween Durchschnitte in C und D.
2. Ziehet durch die Puncte C und D eine Linie; so ist der Bogen AB in zween gleiche Theile in E getheilet.

Beweiß.

Die Linie CD theilet die Linie AB in F in zween gleiche Theile, und macht bey F zween rechte Winckel (§. 120). Da nun AF = FB, FE = FE, und o = x; so ist auch AE = BE (§. 70): folglich sind die Bogen AE und EB einander gleich (§. 122). W. Z. E. W.

Der

Der 16. Lehrsatz.

125. **Die Perpendicular-Linie DA, welche die Sehne EF in G in zween gleiche Theile theilet, gehet durch den Mittel-Punct des Circuls C, und theilet auch den Bogen EDF in zween gleiche Theile. Und wenn aus dem Mittel-Puncte des Circuls C ein Perpendicul CD auf die Sehne EF gezogen wird; so theilet es so wohl sie, als den Bogen EDF, in zween gleiche Theile.** Tab. X. Fig. 78.

Beweiß.

1. Weil EG = GF, AG = AG, und bey G die rechten Winckel einander gleich sind (§. 56); so ist EAD = DAF (§. 70), und also sind die Bogen ED und DF, als das doppelte Maaß dieser Winckel (§. 113), einander gleich (§. 54). *Welches das erste war.*

2. Es müssen ferner die Sehnen EA und AF (§. 70), und folglich die Bogen EA und AF (§. 122) einander gleich seyn. Demnach ist AE + ED = AF + FD (*§. 31 Arithm.*): und dannenhero AD der Diameter des Circuls, folglich gehet sie durch den Mittel-Punct (§. 14). *Welches das andere war.*

3. Wenn CG auf EF perpendicular stehet; so ist o = x (§. 19), und sind beyde rechte Winckel (§. 20). Da nun EC = CF (§. 45), und CG = CG; so ist EG = GF, und ECD = DCF (§. 96): folglich sind die

Bogen ED und DF, als das Maaß derselben Winckel (§. 17), einander gleich (§. 54). *Welches das dritte war.*

Die 22. Aufgabe.

Tab. X. Fig. 79.

126. *Einen Winckel BAC in zween gleiche Theile zu theilen.*

Auflösung.

1. Setzet den Zirckel in A, und bemercket mit beliebter Eröfnung die Puncte D und E.
2. Daraus machet einen Durchschnitt in F, und
3. Ziehet die Linie AF, diese theilet den Winckel A in zween gleiche Theile.

Beweiß.

Weil AF=AF, AD=AE, und DF=EF; so ist o=x (§.72). W. Z. E. W.

Die 23. Aufgabe.

Tab. X. Fig. 80.

127. *Durch drey gegebene Puncte A, B, C, einen Circul zu beschreiben.*

Auflösung.

1. Machet aus A und B mit beliebter Eröfnung die Durchschnitte D und E, und ziehet die Linie DE.
2. Gleichergestalt machet aus B und C die Durchschnitte F und G, und ziehet die Linie FG.

Wo die beyden Linien FG und DE einander durch-

durchschneiden, nemlich in H, daselbst ist der Mittel-Punct des Circuls.

Beweiß.

Wenn man von A bis B, ingleichen von B bis C eine Linie ziehet; so sind selbige Sehnen zweener Bogen von dem verlangten Circul (§. 14). Nun stehen die beyden Linien DE und FG auf diesen Sehnen AB und BC perpendicular, und theilen sie in zween gleiche Theile (§. 120). Derowegen gehen beyde durch den Mittel-Punct des Circuls (§. 125). Und ist demnach derselbe in H, wo die beyden Linien einander durchschneiden. W. Z. E. W.

Die 24. Aufgabe.

128. **Den Winckel in einem regulären Vieleck zu finden.** Tab. X. Fig. 82.

Auflösung.

1. Theilet 360 durch die Zahl der Seiten des Vielecks.
2. Was heraus kommt, ziehet von 180 ab; so bleibt die Zahl der Grade für den gegebenen Winckel übrig.

Z. E. Im Sechseck dividiret 360 durch 6, und ziehet den Quotienten 60 von 180 ab; so kommt für ABC 120°.

Beweiß.

Es sey ABC der verlangte Winckel. Man beschreibe durch die drey Puncte ABC einen Circul (§. 127). Weil AB = BC (§. 24); so

 sind

sind auch die Bogen AB und BC einander gleich (§. 122). Da nun AD der halbe Bogen ADC das Maaß des Winckels B ist (§. 113); so darf man nur den Bogen AB von dem halben Circul BAD abziehen, wenn man den Bogen AD, oder den Winckel B wissen will. W. Z. E. W.

Die 25. Aufgabe.

Tab. XI. Fig. 83.

129. *In einem jeden Vieleck die Summe aller Winckel zu finden.*

Auflösung.

1. Multipliciret 180 durch die Zahl der Seiten.
2. Von dem Producte ziehet 360 ab, so bleibt die Summe der Winckel übrig.

	180		180
V. Eck	5	VI. Eck	6
	900		1080
	360		360
	540.		720.

Beweiß.

Ein jedes Vieleck kan aus einem angenommenen Puncte F in so viel Triangel getheilet werden, als Seiten sind. Wen ihr 180 durch die Zahl der Seiten multipliciret, so kommen die Winckel in allen Triangeln heraus (§. 101). Die Winckel um den Punct F gehören nicht zu dem Vieleck, machen

chen aber jederzeit 360° (§. 63). Derowegen, wenn ihr 360 von dem oben gefundenen Producte abziehet; so bleibt die Summe der Polygon-Winckel übrig. W. Z. E. W.

Anders.

Multipliciret 180 durch die Zahl der Seiten um 2 verringert.

Beweiß.

Jedes Vieleck kan aus einem Winckel B durch die Diagonal-Linien BE, BD in so viel Triangel zertheilet werden, als die Figur Seiten hat, weniger zwo. Die Winckel in einem Triangel halten 180° (§. 101), und also in allen zusammen so viel mal 180, als die Figur Seiten hat, weniger zwo. W. Z. E. W.

Tab. XII. Fig. 93.

Zusatz.

130. Weil in einem regulären Vieleck alle Winckel einander gleich sind (§. 24); so darf man nur diese Summe durch die Zahl der Seiten dividiren, so kommt der Polygon-Winckel heraus.

Anmerckung.

131. Weil man den Winckel eines regulären Vielecks zu wissen nöthig hat, wenn man es beschreiben will, und hingegen die Summe aller Winckel in einem regulären, wenn man wissen will, ob man sie auf dem Felde recht gemessen hat; so habe ich es nicht vor undienlich erachtet, wenn ich beyde im gegenwärtigen Täflein hieher setzte.

Zahl der Seiten.	Summe der Winckel.	Winckel im regulären.	Zahl der Seiten.	Summe der Winckel.	Winckel im regulären.
III	180	60	XI	1620	$147\frac{3}{11}$
IV	360	90	XII	1800	150
V	540	108	XIII	1980	$152\frac{4}{13}$
VI	720	120	XIV	2160	$154\frac{2}{7}$
VII	900	$128\frac{4}{7}$	XV	2340	156
VIII	1080	135	XVI	2520	$157\frac{1}{2}$
IX	1260	140	XVII	2700	$158\frac{14}{17}$
X	1440	144	XVIII	2880	160.

Die 26. Aufgabe.

Tab. XI. Fig. 84.

132. **Auf eine gegebene Linie AB ein begehrtes reguläres Vieleck zu beschreiben.**

Auflösung.

1. Suchet den Winckel des verlangten Vielecks (§. 130), und
2. Traget ihn in A (§. 69).
3. Machet AC = AB, und
4. Beschreibet durch die drey Puncte C, A, B einen Circul (§. 127): so könnet ihr
5. Die übrigen Seiten darinnen herum tragen (§. 123).

Anders.

Tab. X. Fig. 81.

1. Traget in A und B die halben Polygon-Winckel; so werden sich die Seiten des gleichschencklichten Triangels ABC in dem Mittelpuncte des Circuls C durchschneiden.

2. Be-

2. Beschreibet aus C mit CA den Circul und traget die Seite AB darinnen herum.

Die 27. Aufgabe.

133. **In einem gegebenen Circul ein reguläres Vieleck zu beschreiben.**

Auflösung.

1. Dividiret 360 durch die Zahl der Seiten, so habt ihr die Grösse des Winckels ACB (§. 17, 123). Tab. XI. Fig. 85.
2. Diesen traget an den Mittel-Punct des Circuls C (§. 69); so giebt sich die Seite des Vielecks AB, die ihr
3. In dem Circul herum tragen könnet.

Anmerckung.

134. Beyde Manieren sind zwar nur mechanisch, weil man (§. 69) den Transporteur dazu brauchet. Unterdessen halten sie doch zugleich eine Probe in sich, daß man siehet, ob es recht gemacht ist, oder nicht. Euclides hat zwar für das Fünfeck, Sechseck und Funfzeheneck, folglich für das Zehn-, Zwölf-, Dreyßigeck u. s. w. geometrische Manieren; allein der Beweiß kan für das Fünfeck aus bisher erklärten Gründen nicht hergeleitet werden. Derowegen wollen wir dieses bis in die Algebra versparen, und hier nur noch etwas von dem Sechseck gedencken. Einige haben sich bemühet, auch für das Sieben-, Neun-, Eilfeck u. s. w. geometrische Manieren zu geben: allein sie halten nicht den Stich. Carolus Renaldinus giebt eine allgemeine Regel vor alle Vielecke an: es hat aber ihre Unrichtigkeit der Herr Wagner, Mathematum Professor in Helmstädt, in einer vor etlichen Jahren gehaltenen Disputa-

tion zur Genüge erwiesen. Und ich zeige solches in der Algebra.

Der 17. Lehrsatz.

Tab. XI. Fig. 86.

135. **Die Seite des Sechsecks AB ist dem Radio des Circuls AC gleich.**

Beweiß.

Der Winckel ACB ist 60° (§. 17, 123). Dannenhero sind die übrigen beyden A und B 120° (§. 104). Nun, weil AC = BC (§. 45), so ist auch A = B (§. 107), folglich ist jeder von beyden 60°, und also dem Winckel C gleich. Derowegen ist auch AB = AC (§. 111). W. Z. E. W.

Der 1. Zusatz.

136. Also darf man nur den Radium sechs mal in dem Circul herum tragen, wenn man in demselben ein Sechseck beschreiben soll.

Der 2. Zusatz.

Tab. XI. Fig. 87.

137. Und wenn man auf eine gegebene Linie ein Sechseck machen soll, so darf man nur einen gleichseitigen Triangel auf dieselbe setzen (§. 74); so ist die Spitze C der Mittelpunct des Circuls, darein es kommen soll.

Die 28. Aufgabe.

Tab. XI. Fig. 88.

138. *Auf eine gegebene Linie AB ein Quadrat zu machen.*

Auf-

Auflösung

1. Richtet in A einen Perpendicul AC auf (§. 119, 95), und machet ihn so groß, wie AB.
2. Aus C und B machet mit AB einen Durchschnitt in D, und
3. Ziehet die Linien CD und BD.

Die 29. Aufgabe.

139. *Aus zwo gegebenen Linien AB und BC ein Rectangulum zu machen.* Tab. XI. Fig. 89.

Auflösung.

1. Setzet BC auf AB perpendicular (§. 119).
2. Ziehet aus A mit BC einen Bogen, und aus C mit AB einen andern, der den ersten in D durchschneidet.
3. Endlich ziehet die Linien CD und DA.

Die 30. Aufgabe.

140. *Aus einer gegebenen Linie AB und einem schiefen Winckel A einen Rhombum zu machen.* Tab XI. Fig. 90.

Auflösung.

1. Setzet auf die Linie AB den gegebenen Winckel A (§. 69), und machet AC = AB.
2. Aus C und B machet mit AB einen Durchschnitt in D.
3. Ziehet die Linien CD und DB.

Die 31. Aufgabe.

141. *Aus zwo gegebenen Linien AB und AC, nebst einem schiefen Winckel A, einen Rhomboidem zu machen.* Tab. XI. Fig. 91.

Auf-

Auflösung.

1. Richtet in A an dem Ende der einen gegebenen Linie AB den gegebenen Winckel auf (§. 69), und machet AC der andern gegebenen Linie gleich.
2. Ziehet aus B mit AC einen Bogen, und aus C mit AB einen andern, der den erstern in D durchschneidet.
3. Endlich ziehet die beyden Linien CD und DB.

Der 18. Lehrsatz.

Tab. XI. Fig. 92.

142. **Ein Quadrat, Rectangulum, Rhombus und Rhomboides wird von der Diagonal-Linie AD in zween gleiche Theile getheilet: die beyden einander entgegen gesetzten Winckel sind einander gleich, und die entgegen gesetzten Seiten AB und CD, AC und BD parallel.**

Beweiß.

In allen diesen Figuren ist AC = DB, und CD = AB (§. 22). Derowegen, da AD = AD, so sind die Triangel ACD und ABD einander gleich, ingleichen x = x, und o = o, u = u (§. 72), folglich AB mit CD, und AC mit BD parallel (§. 98). W. Z. E.

Zusatz.

143. Also sind alle diese Vierecke Parallelogramma (§. 26).

Die

Die 32. Aufgabe.

144. *Aus allen Seiten der Figur, und drey Diagonalen weniger, als Seiten sind, eine jede Figur zu zeichnen.* Tab. XII. Fig. 93.

Auflösung.

Weil eine jede Figur durch Diagonal-Linien in zween Triangel weniger, als Seiten sind, resolviret wird; so hat man nichts nöthig, als (§. 76) immer einen Triangel auf den andern zu setzen.

Die 33. Aufgabe.

145. *Aus allen Seiten der Figur und drey Winckeln weniger, als Seiten sind, eine jede Figur zu zeichnen.* Tab. XII. Fig. 94.

Auflösung.

1. Ziehet die Linie AB, so einer Seite gleichet, und traget auf A und B die gehörigen Winckel A und B (§. 69), so lassen sich
2. Die beyden Seiten EA und CB ansetzen.
3. Wenn ihr nun in E den gehörigen Winckel hinsetzet (§. 69), so lässet sich ED ansetzen, u. s. w.
4. Endlich mit den letzten beyden Seiten DF und FC machet aus D und C einen Durchschnitt in F; so ist die Figur geschlossen.

Zusatz.

146. Wenn alle Winckel weniger einen gegeben werden, so dürfen zwo Seiten nicht gegeben werden.

Die

Die 34. Aufgabe.

147. **Ein Quadrat auszumessen.**

Auflösung.

1. Messet die Seite des Quadrats, und
2. Multipliciret sie durch sich selbst; so kommt der Inhalt der Fläche heraus.

Seite des Quadrats 345″
345
―――
1725
1380
1035
―――
Inhalt der Fläche 119025.

Beweiß.

Wenn man eine Fläche ausmessen will, so muß man auch eine Fläche zum Maaßstabe annehmen (§. 10) Da nun das Quadrat lauter rechte Winckel und gleiche Seiten hat, so ist selbiges zum Maaß-Stabe anzunehmen, beliebt worden. Und demnach heisset eine Quadrat-Ruthe ein Quadrat, welches eine Ruthe lang und eine Ruthe breit ist, ein Quadrat-Schuh ein Quadrat, so einen Schuh lang und einen Schuh breit ist, u. s. w. Wenn nun die Seite AB z. E. in 3 gleiche Theile eingetheilet ist, oder 3 Schuhe hält; so ist klar, daß ich finden kann, wie viel schuhige Quadrate oder Quadrat-Schuhe in dem großen Quadrate ABCD enthalten sind, wenn man die Seite AB mit sich selbst mul-

Tab. XII. Fig. 95.

multipliciret. Denn in dem großen Quadrate müssen so viel Reihen der kleinern seyn, und in jeder Reihe so viel kleine Quadrate, als die Seite AB Theile hat.

Der 1. Zusatz.

148. Wenn die Seite des Quadrats 10 ist, so wird der Inhalt desselben 100 seyn. Da nun eine Ruthe im Längen-Maaße 10 Schuhe hat, ein Schuh 10 Zoll u. s. w. so muß im Flächen-Maaße eine Quadrat-Ruthe 100 Schuhe, ein Quadrat-Schuh hundert Quadrat-Zolle u. s. w. haben.

Der 2. Zusatz.

149. Daher kan man eine gegebene Zahl gar leicht in Quadrat-Zolle, Quadrat-Schuhe, Quadrat-Ruthen resolviren; wenn man nur von der Rechten gegen die Lincke 2 Ziffern für die Zolle, 2 für die Schuhe abschneidet; denn das übrige bleibt für die Ruthen. Z. E. Wenn man 119025 Zolle hat, so sind es 11 Ruthen, 90 Schuhe, 25 Zolle.

Anmerckung.

150. Weil das Quadrat der Maaß-Stab ist, nach welchem man die Grösse aller übrigen Figuren ausrechnet; so heisset bey den Geometris eine Figur quadriren so viel, als ihren Inhalt finden, und die Quadratur der Figur bedeutet die Ausrechnung ihres Inhalts.

Die 35. Aufgabe.

151. **Ein Rectangulum ABCD auszumessen.** Tab. XII. Fig. 96.

Auf-

Auflösung.

1. Messet die Breite AB, ingleichen die Höhe BC.
2. Multipliciret jene durch diese; so kommt der verlangte Inhalt der Figur heraus.

Z. E. Es sey AB = $3^{0}4'5''$
AD = 1 2 3

```
    1035
   690
  345
```

so ist der Inhalt = $4^{0}2\,4'3\,5''$.

Beweiß.

Der Beweiß ist eben, wie in der vorhergehenden Aufgabe.

Der 19. Lehrsatz.

Tab. XII. Fig. 97.

152. Zwey Parallelogramma ABCD und EFCD, die eine basin oder Grundlinie CD und eine Höhe AC haben, sind einander gleich.

Beweiß.

Weil AB = CD, und EF = CD (§. 22, 143); so ist AB = EF (§. 29 *Arithm.*), folglich AE = BF (§. 31 *Arithm.*). Da nun ferner AC = BD, und EC = FD (§. 22, 143); so ist △ AEC = △ BFD (§. 72), folglich, wenn man beyderseits den Triangel BEG wegnimt, ABGC = EGDF (§. 32 *Arithm.*). Addiret man nun beyderseits den Tri-

Triangel GCD; so ist auch ACBD=ECDF (§. 31 *Arithm.*). W. Z. E. W.

Der 1. Zusatz.

153. Also müssen auch die Triangel ACD und CFD, welche gleiche Grundlinien CD und Höhen AC haben, einander gleich seyn (§. 142).

Der 2. Zusatz.

154. Dannenhero ist ein Triangel die Helfte des Parallelogrammi, wenn er mit ihm eine gleiche Grundlinie hat, und zwischen einerley Parallellinien stehet (§. 25).

Die 36. Aufgabe.

155. **Den Inhalt eines** Rhombi **und** Rhomboidis **auszurechnen.** Tab. XII. Fig. 98.

Auflösung.

1. Nehmet die eine Seite AB für die Grundlinie an, und lasset darauf aus C einen Perpendicul CE fallen (§. 94).
2. Multipliciret die Grundlinie AB durch die Höhe CE; so kommt der verlangte Inhalt heraus.

Z. E. Es sey AB = 4 5 6''
CE = 2 3 4

```
      1 8 2 4
    1 3 6 8
    9 1 2
```

so ist der Inhalt = 10°6 7' 0 4''

Beweiß.

Der Rhombus oder Rhomboides ABDC ist ein Parallelogrammum (§. 143) und also gleich einem Rectangulo, dessen Grundlinie AB, die Höhe aber CE ist (§. 152). Nun findet man den Inhalt des Rectanguli, wenn man AB durch CE multipliciret (§. 151). Derowegen wird der Inhalt des Rhombi und Rhomboidis gleichfalls gefunden, wenn man AB durch CE multipliciret. W. Z. E. W.

Die 37. Aufgabe.

Tab. XII. Fig. 99.

156. **Den Inhalt eines jeden Triangels zu finden.**

Auflösung.

1. Nehmet die eine Seite AB für die Grundlinie an, und lasset darauf aus C die Perpendicularlinie CD fallen (§. 94).
2. Messet die Linien AB und CD und multipliciret sie durch einander.
3. Was heraus kommt, dividiret durch 2: so habt ihr den Inhalt des Triangels.

Beweiß.

Wenn ihr AB durch CD multipliciret, so habt ihr den Inhalt eines Parallelogrammi, dessen Grundlinie AB und Höhe DC ist (§. 143, 151, 155). Da nun der Triangel die Helfte von diesem Parallelogrammo ist (§. 154); so dürfet ihr den gefundenen Inhalt nur durch 2 dividiren, um den Inhalt des Triangels zu haben. W. Z. E. W.

Anders.

Anders.

Man darf auch nur die Grundlinie AB durch die halbe Höhe CD, oder auch die Höhe CD durch die halbe Grundlinie AB multipliciren, wenn man den Inhalt des Triangels haben will: wie aus beygesetztem Exempel zu ersehen.

AB 3° 4′ 2″	AB 3° 4′ 2″	½AB 1° 7′ 1″
CD 2 3 4	½CD 1 1 7	CD 2 3 4
1 3 6 8	2 3 9 4	6 8 4
1 0 2 6	3 4 2	5 1 3
6 8 4	3 4 2	3 4 2
8 0 0 2 8	△ 4 0 0 1 4,	△ 4 0 0 1 4.
2)		
△ 4 0 0 1 4,		

Die 38. Aufgabe.

157. **Den Inhalt einer jeden geradelinichten Figur zu finden.** Tab. XII. Fig. 100.

Auflösung.

Weil jede Figur sich aus einem Winckel B durch die Diagonallinien EB, BD in so viel Triangel zertheilen lässet, als Seiten sind, weniger zwey, als z. E. das Fünfeck ABCDE in drey Triangel ABE, BED und BCD; so darf man nur nach der vohergehenden Aufgabe jeden Triangel besonders ausrechnen, und sie hernach in eine Summe addiren.

Oder, wenn zwo Höhen CF und EG auf eine Grundlinie gezogen werden, so kan man das Trapezium EBCD auf einmal finden, wenn man entweder die halbe Grundlinie BD durch die Summe der Höhen EG und CF, oder die gantze Grundlinie BD durch die halbe Summen der Höhen EG und FC multipliciret.

Exempel.

$\frac{1}{2}$BD $=4^{\circ}3'$	$\frac{1}{2}$BD $=4^{\circ}3'$	$\frac{1}{2}$EB $4^{\circ}2'$
CF $=3\ 5$	EC $=4\ 5$	AH 30
215	215	△AEB 1260
129	172	
△BCD 1505′	△EBD = 1935′	
	△AEB = 1260	
	△BCD = 1505	

Inhalt der Figur 4700′.

Der 1. Zusatz.

Tab. XII. Fig. 101.

158. Ein reguläres Vieleck kan aus dem Mittelpuncte C des Circuls, darein es sich beschreiben lässet, in so viel gleiche Triangel, als Seiten sind, eingetheilet werden. Denn die Grundlinien dieser Triangel AB, BE, EF &c. sind einander gleich (§. 24), und die Schenckel derselben AC, CB, CE, CF &c. gleichfalls (§. 45.). Derowegen sind auch die Triangel selbst einander gleich (§. 72). Wenn ihr nun den Inhalt eines von diesen Triangeln findet (§. 156), und den-

denselben durch die Zahl der Seiten multipliciret; so kommt der Inhalt des Vielecks ABEFG heraus.

Z. E. $\frac{1}{2}$ AB = 2° 7′
DC = 2 9

2 4 3
5 4

△ ABC 7 8 3′
Zahl der Seiten 5

Inhalt des Fünfecks = 3 9° 1 5′.

Der 2. Zusatz.

159. Daher ist ein reguläres Vieleck einem Triangel gleich, dessen Grundlinie so groß ist, wie die Peripherie des gantzen Vieleckes; die Höhe aber so groß, als die Höhe CD eines von den Triangeln, in welche es aus dem Mittelpuncte C zertheilet worden (§. 153). Tab. XIII. Fig. 102.

Der 3. Zusatz.

160 Wenn man die Seiten des Vieleckes, welches in einem Circul ist beschrieben worden, unendlich klein annimt; so werden sie sich endlich in der Peripherie des Circuls verlieren. Und alsdenn wird die Höhe des Triangel CD mit dem Radio BC überein kommen. Derowegen ist der Circul einem Triangel gleich, dessen Grundlinie so groß Tab. XII. Fig. 101.

 ist,

ist, als die Peripherie des Circuls, die Höhe aber dem Radio desselben gleichet (§. 159).

Der 4. Zusatz.

161. Der Ausschnitt eines Circuls ACB ist also einem Triangel gleich, dessen Grundlinie so groß ist, als der Bogen AB, die Höhe aber so groß, als der Radius AC.

Der 5. Zusatz.

162. Wenn also die Peripherie nnd der Diameter eines Circuls gegeben werden, so kan man den Inhalt finden, wenn jene durch den vierdten Theil von diesem multipliciret wird.

Anmerckung.

Tab. XIII. Fig. 101.

163. Es haben sich von alten Zeiten her viele unterwunden, die wahre Verhältniß des Diametri eines Circuls zu seiner Peripherie zu erfinden: allein es ist noch keinem gelungen, unerachtet heute zu Tage die Kunst zu erfinden bey den Mathematicis sehr hoch gestiegen ist. Unterdessen haben sich einige mit gutem Fortgange bemühet, eine Verhältniß auszurechnen, die bey nahe zutrift. Archimedes hat in seinem Büchlein von der Circulmessung in dem andern Lehrsatze zu erst erwiesen, daß der Diameter eines Circuls zu seiner Peripherie sich bey nahe verhalte, wie 7 zu 22. Weil aber diese Verhältniß in grossen Circuln etwas zu viel bringet: haben andere eine genauere gesucht. Niemand aber hat sich in diesem Stücke mehr Mühe gegeben, als Ludolph von Cölln, welcher endlich heraus gebracht hat, daß, wenn der Diameter des Circuls 100 000 000 000 000 000 000 ist, die Peripherie bey nahe 324 159 264 358 979 323 846 sey. Allein da diese

diese Zahlen im Rechnen viel zu weitläuftig sind, so nimt man nur beyderseits die ersten drey Ziffern, und setzet die Verhältniß des Diametri zu der Peripherie des Circuls, wie 100 zu 314: in welcher Ptolomæus, Vieta, Hugenius und Ludolph von Cölln überein kommen. In kleinen Zahlen ist keine genauere Verhältniß, als die Adrianus Metius gegeben, wie 113 zu 355. Wie dergleichen Verhältnisse gefungen werden, zeige ich in meinen Elementis Geometriæ §. 423. & seq. Der Herr von Leibnitz hat den Inhalt des Circuls durch eine Reihe unendlicher Brüche in den Leipziger Actis A. 1682. p. 44. zu erst ausgedrucket: maßen er gefunden, daß, wenn das Quadrat des Diametri 1 ist, der Inhalt des Circuls $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \frac{1}{17} - \frac{1}{19}$ &c. seyn müsse. Wie solches zu finden sey, zeige ich unten in der Algebra. Wir wollen so lange die Verhältniß des Diametri zu der Peripheri eines Circuls, wie 100 zu 314, annehmen, bis wir unten in der Trigonometrie die Gelegenheit haben, solches auf eine leichte Art zu erweisen. Daß aber alle Diametri zu ihren Peripherien einerley Verhältniß haben, ist leicht zu begreifen. Denn wenn in verschiedenen Circuln die Diametri zu ihren Peripherien verschiedene Verhältnisse hätten; so könten sie dadurch von einader unterschieden werden, und daher unmöglich einander ähnlich seyn: welches doch oben ist erwiesen worden (§. 53).

Der 20. Lehrsatz.

164. **Der Inhalt des Circuls verhält sich zum Quadrat seines Diametri, bey nahe, wie 785 zu 1000.**

Beweiß.

Wenn der Diameter 100 Theile hat, so bekommt in einem jeden Circul die Peripherie 314 (§. 163), und also ist der Inhalt des Circuls 7850 (§. 162), das Quadrat des Diametri aber 10000 (§. 147): folglich verhält sich jeder Circul zu dem Quadrate seines Diametri, wie 7850 zu 10000, das ist, wenn man beyderseits mit 10 dividiret, wie 785 zu 1000 (§. 75 *Arithm.*). W. Z. E. W.

Der 21. Lehrsatz.

165. **Die Flächen der Circul verhalten sich gegen einander, wie die Quadrate ihrer** Diametrorum.

Beweiß.

Wie die Fläche des einen Circuls zu dem Quadrate seines Diametri, so verhält sich die Fläche des andern Circuls zu dem Quadrate seines Diametri (§ 164). Derowegen verhält sich auch die Fläche des einen Circuls zu der Fläche des andern, wie das Quadrat des einen Diametri zu dem Quadrate des andern (§. *111 Arithm.*). W. Z. E. W.

Die 39. Aufgabe.

166. **Es wird gegeben der** Diameter **des Circuls, man soll die Peripherie finden.**

Auflösung.

Suchet zu 100, 314 und dem gegebenen Diametro die vierte Proportionalzahl, (§. 113.

(§. 113. *Arithm.*). Diese ist die verlangte Peripherie (§. 163).

Es sey der Diameter 56'. Sprechet

```
100 — 314 — 56
        56
      ----
      1884
     1570
    ------
    17°5'8''4''' Peripherie des Circuls.
```

Die 40. Aufgabe.

167. **Es wird gegeben die Peripherie des Circuls (17584'''), man soll den** Diametrum **finden.**

Auflösung.

Suchet zu 314, 100 und der gegebenen Peripherie 17584''' die vierte Puoportionalzahl (§. 113 *Arithm.*); so kommt der verlangte Diameter heraus (§. 163).

```
314 — 100 — 17584
              100
            -------
            1758400
     18
    202
1758400 | 5°6'0''0''' Diameter.
 314444 |
   3111 |
     33
```

Die 41. Aufgabe.

168. **Es wird gegeben der Diameter (oder die Peripherie) des Circuls, man soll den Inhalt desselben finden.**

Auflösung.

1. Suchet erstlich die Peripherie (§. 166), oder den Diametrum (§. 167).
2. Multipliciret die Peripherie durch den vierten Theil des Diametri (§. 162).

Z. E. Es sey der Diameter 5600‴, so ist die Peripherie 17584‴, folglich der Inhalt des Circuls 24617600‴.

Anders.

Multipliciret den Diametrum (56′) durch sich selbst, und suchet zu 1000, 785 und dem gefundenen Quadrate des Diametri 3136 die vierte Proportionalzahl 246176″ (§. 113 *Arithm.*); so habt ihr den verlangten Inhalt des Circuls (§. 164).

Die 42. Aufgabe.

169. **Es wird gegeben der Inhalt des Circuls, man soll den Diametrum finden.**

Auflösung.

1. Suchet zu 785 und 1000 und dem gegebenen Inhalte des Circuls 246176″ die vierte Proportionalzahl 313600″ (§. 113 *Arithm.*).
2. Hieraus ziehet die Quadratwurtzel (§ 97 *Arithm.*) 56′, diese ist der verlangte Diameter (§. 164).

Zusatz.

Zusatz.

170. Wollt ihr die Peripherie wissen, so könnet ihr nachdem der Diameter bekant worden, dieselbe durch die 39 Aufgabe (§. 166) suchen.

Die 43. Aufgabe.

171. **Es wird gegeben der** Radius **des Circuls** AC (6'), **und die Grösse des Bogens** AB (6°), **man soll den Inhalt des Ausschnittes oder** Sectoris ABC **finden.**

Tab. XIII. Fig. 103.

Auflösung.

1. Suchet zu 100, 314 und dem Radio AC 6' die vierte Proportionalzahl 1884'' (§. *113 Arithm.*). Diese ist die halbe Peripherie (§. *163 Geom.* & §. *75 Arithm.*).
2. Suchet ferner zu 180°, dem gegebenen Bogen 6° und der gefundenen halben Peripherie 1884''' die vierte Proportionalzahl $62\frac{4}{5}$''' (§. *113. Arithm.*); so ist euch der Bogen AB in Linien bekant.
3. Diese multipliciret durch den vierten Theil des Diametri 300''', so kommt der Inhalt des Ausschnittes ABC 18840''' heraus (§. 161, 156).

Der 22. Lehrsatz.

172. **In einem rechtwincklichten Triangel** ABC **ist das Quadrat** ACFG

Tab. XIII. Fig. 104.

der

der größten Seite AC den Quadraten BCED und ABIH der beyden übrigen Seiten BC und AB gleich.

Beweiß.

Man ziehe die Linien AE und BF, ingleichen BK mit AG parallel. Weil der Triangel BCF mit dem Rectangulo LCFK eine Grundlinie CF hat, und mit ihm zwischen den beyden Parallellinien CF und BK stehet, so ist er die Helfte von demselben (§. 154). Eben so, weil der Triangel ACE mit dem Quadrate BCED eine Grundlinie CE hat, und zwischen den beyden Parallellinien AD und CE stehet, so ist er die Helfte von demselben (§. 143, 154). Nun ist CF=AC, und BC=CE (§. 22), und der Winckel ACE dem Winckel BCF gleich (§. *31 Arithm.*): weil nemlich ACF=BCE=90° (§. 22, 56). Derowegen sind die gantzen Triangel ACE und BCF (§. 70), folglich auch das Quadrat BDEC, und das Rectangulum LCFK einander gleich (§. *29 Arithm.*).

Da nun auf gleiche Weise erwiesen wird, daß das Quadrat AHIB dem Rectangulo ALKG gleich sey; so ist klar, daß die beyden Quadrate AHIB und BCED zusammen genommen dem Quadrate AGFD gleich sind. W. Z. E. W.

Anmerckung.

173. Dieser Lehrsatz wird von seinem Erfinder Pythagora der Pythagorische Lehrsatz, und wegen seines

seines vortreflichen Nutzens durch die gantze Mathematic, von einigen Magister Matheseos genennet.

Die 44. Aufgabe.

174. **Ein Quadrat zu machen, welches so groß ist, wie zwey oder mehrere andere zusammen genommen.**

Auflösung.

1. Setzet die Seiten der beyden Quadrate AB und BC rechtwincklicht zusammen, (§. 95, 119). Tab. XIII. Fig. 105.
2. Ziehet die Linie AC, so habt ihr die Seite des Quadrates, welches so groß ist, wie die andern beyden zusammen (§. 172).
3. Richtet auf AC die Seite des dritten Quadrates AD perpendicular auf, (§. 95, 119) und
4. Ziehet die Linie DC, so habt ihr die Seite eines Quadrates, welches so groß ist, als die drey Quadrate zusammen (§. 172) u. s. w.

Der 23. Lehrsatz.

175. **Wenn zwey Parallelogramma ABDC und BEFD einerley Höhe AC haben, so verhalten sie sich gegen einander, wie ihre Grundlinien CD und DF: Hingegen wie ihre Höhen, wenn die Grundlinien gleich sind.** Tab. XIII. Fig. 106.

Beweiß.

Den Inhalt des Rectanguli AD bekommt man, wenn man seine Grundlinie CD

durch

durch AC multipliciret; hingegen den Inhalt des Rectanguli BF, wenn seine Grundlinie DF durch AC multipliciret wird (§. 151). Also verhalten sich die beyden Rectangula, wie die Producte aus AC in CD, und aus AC in DF, das ist, wie CD zu DF (§. 74 *Arithm.*). **Welches das erstere war.**

Auf eben solche Art wird erwiesen, daß, wenn die Grundlinien gleich sind, die Rectangula sich wie die Höhen verhalten. **Welches das andere war.**

Zusatz.

176. Weil jeder Triangel als die Helfte eines Parallelogrammi betrachtet werden kan (§. 154); so müssen auch die Triangel von gleicher Höhe sich wie ihre Grundlinien; und die auf gleichen Grundlinien, wie ihre Höhen, verhalten.

Die 45. Aufgabe.

Tab. XIII. Fig. 107.

177. **Ein Parallelogrammum ABEC aus einem gegebenen Puncte D in zween gleiche Theile zu theilen.**

Auflösung.

Machet EF = AD, oder CF = BD, und ziehet die Linie DF, so sind die beyden Trapezia ADFC und DBEF einander gleich.

Beweiß.

Die Triangel ABC und BCE sind einander gleich (§. 142). Nun ist ferner $o = x$, und $y = u$ (§. 97), und FC = DB. Derowegen

wegen ist auch △DBG = △GCF (§. 71), folglich das Trapezium ACFD dem Trapezio DFEB gleich (§. *30*, *31 Arithm.*). W. Z. E. W.

Die 46. Aufgabe.

178. **Es wird gegeben der Inhalt eines Triangels (36′) und seine Grundlinie (18′), man soll die Höhe finden.**

Auflösung.

Durch die halbe Grundlinie (9′) dividiret den Inhalt des Triangels (36), so kommt die Höhe (4′) heraus (§. 156).

Die 47. Aufgabe.

179. **Ein Trapezium ACDB in zween gleiche Theile zu theilen.** Tab XIII. Fig. 108.

Auflösung.

1. Ziehet die Diagonallinie AD, und suchet den Inhalt der beyden Triangel ACD und ABD (§. 156).
2. Den kleinern ACD ziehet von dem halben Inhalte der gantzen Figur, das ist, der halben Summe gedachter Triangel, ab, so kommt die Größe des Triangels heraus, welcher noch von ABD weggenommen werden muß, damit die beyden Theile des Trapezii einander gleich werden.
3. Nehmet AD zur Grundlinie dieses Triangels an, und suchet seine Höhe (§. 178).
4. Ziehet in dieser Weite mit AD eine Parallel-

rallellinie und mercket den Punct E, wo sie AB durchschneidet.

5. Endlich ziehet die Linie ED, so sind die beyden Theile EBD und EACD einander gleich.

Exempel.

AD = 235″ AD = 235″
½CG = 37 ½BF 121

1645 235
705 470
△ACD 8695″ 235

△ABD 28435″
△ACD 8695

Inhalt des Trapezii 37130″

Der halbe Inhalt 18565″
△ACD 8695

△AED 987000‴(84″HE
½AD 1175‴) 9400

4700
4700

0.

Die 48. Aufgabe.

180. *Eine geradlinichte Figur in so viel Theile zu theilen, als man begehret.*

Auflösung.

Tab. XIX. Fig. *.

1. Rechnet den Inhalt der Figur aus (§. 157), und

und theilet ihn in die begehrten Theile, z. E. in drey.

2. Den Inhalt des Triangels AED ziehet von dem dritten Theile der Figur ab, und was übrig bleibet, dividiret durch $\frac{1}{2}$AD, so kommt die Höhe des Triangels ADI heraus, den man noch zu AED hinzusetzen muß, damit AEDI der dritte Theil der Figur wird (§. 178).
3. In der Weite dieser Höhe ziehet mit DA eine Parallel-Linie, welche AE in I durchschneidet (§. 91); so könnet ihr die Linie DI ziehen.
4. Halbiret den dritten Theil der Figur, und dividiret die Helfte durch $\frac{1}{2}$DI; so kommt die Höhe des Triangels DIK heraus, der dem sechsten Theile der Figur gleich ist.
5. In der Weite gedachter Höhe ziehet mit DI eine Parallel-Linie, damit sich der Punct K giebet.
6. Den sechsten Theil der Figur dividiret durch $\frac{1}{2}$DK, und in der Weite des Quotienten ziehet eine Linie mit DK parallel, damit ihr den Punct L findet, und folglich die Linie LK ziehen könnet, welche den andern Theil DIKL abschneidet, und zugleich den dritten LKBC giebet.

Z. E. Es sey AD 516″, AC 580″, EH 154″, BG 315″, DF 375″; so ist AED 39732″, ABC 91350″, ADC 108750″, und

daher die gantze Figur 239832″, der dritte Theil 79944″, der sechste 39972″, die Höhe des △ DIA 156″, ½DI 265″, die Höhe des △ DIK 151″, und ½DK 287″, die Höhe aber des △ DKL 139″.

Anmerckung.

181. Wenn die Eintheilung auf dem Papier geschehen ist, so werden auf dem Felde die Puncte I, K und L durch die Grösse der Linien AI, IK und DL leicht gefunden.

Der 24. Lehrsatz.

182. **Wenn in geradelinichten Figuren die gleichnahmigen Winckel einander gleich sind, und die Linien, welche sie einschliessen, beyderseits einerley Verhältniß haben; so sind sie einander ähnlich: und wenn sie ähnlich sind, so hat es mit den Winckeln und Linien die gemeldete Beschaffenheit.**

Beweiß.

Die geradelinichten Figuren können nicht anders, als durch die Grösse der gleichnahmigen Winckel, und durch die Verhältniß der Seiten, welche sie einschliessen, von einander unterschieden werden: denn sonst lässet sich nichts deutlich in ihnen begreifen. Wenn nun die Winckel einerley Grösse, und die Seiten, welche sie einschliessen, einerley Verhältniß haben; so kommen die Sachen überein, wodurch sie von einander zu unterscheiden

den sind. Derowegen sind sie einander ähnlich (§. 5). **Welches das erstere war.**

Wenn zwo Figuren einander ähnlich sind, so kommen die Sachen mit einander überein, wodurch sie von einander zu unterscheiden sind (§. 5). Nun werden die geradelinichten Figuren durch die Grösse der gleichnahmigen Winckel und die Verhältniß der Seiten, welche sie einschliessen, unterschieden. Derowegen muß die Grösse der Winckel und die Verhältniß der Seiten beyderseit einerley seyn. **Welches das andere war.**

Der 25. Lehrsatz.

183. **Wenn in zween Triangeln BAC und DAE, B = D, und C = E; so ist BA : AC = DA : AE, und AB : BC = AD : DE; und wenn hingegen die Seiten proportional sind; so sind auch die gleichnahmigen Winckel gleich.** Tab. XIV. Fig. 112.

Beweiß.

Weil B = D, und C = E, und aus zween gegebenen Winckeln und einer Seite sich der Triangel beschreiben lässet (§. 81); so werden die Triangel ABC und ADE auf gleiche Art erzeuget. Derowegen sind sie einander ähnlich (§. 52); folglich BA : AC = AD : AE, und AB : BC = AD : DE (§. 182). **Welches das erstere war.**

Weil die drey Seiten des einen Triangels proportional sind den drey Seiten des

andern, und aus drey Seiten sich ein Triangel beschreiben läßt (§. 76); so werden die Triangel ABC und ADE auf gleiche Art erzeuget. Derowegen sind sie einander ähnlich (§. 52), und also die gleichnahmigen Winckel einander gleich (§. 182). **Welches das andere war.**

Der 26. Lehrsatz.

Tab. XIII. Fig. 109.

184. **Wenn in einem Triangel** ABC **eine Linie** DE **mit der Grundlinie** BC **parallel gezogen wird; so verhält sich** AD **zu** AE, **wie** BD **zu** EC, **und wie** AB **zu** AC**; ingleichen** AB : BC = AD : DE.

Beweiß.

Weil △ DBE = △ DCE (§. 153); so hat ADE zu beyden einerley Verhältniß (§. 72 *Arithm.*). Nun ist △ ADE : △ DEB = AD : DB, und △ ADE : △ EDC = AE : EC (§. 176). Derowegen ist AD : DB = AE : EC (§. 70 *Arithm.*), folglich AD : AE = DB : EC (§. 111 *Arithm.*). **Welches das erstere war.**

Weil DE mit BC parallel; so ist der Winckel ADE = ABC (§. 97); folglich AD : AE = AB : AC, und AB : BC = AD : DE (§. 183). **Welches das andere und dritte war.**

Zusatz.

185. Weil AD : AE = AB : AC (§. 184); so ist auch AD : AB = AE : AC (§. 111 *Arithm.*).

Die

Die 49. Aufgabe.

186. *Zu zwo gegebenen Linien AB und AC die dritte Proportionallinie zu finden.* Tab. XIV. Fig. 110.

Auflösung.

1. Machet nach Gefallen einen Winckel EAD, und
2. Traget aus A in B die Linie AB; aus A in C, ingleichen aus B in D, die Linie AC.
3. Ziehet von B in C eine gerade Linie CB, und aus D die Linie DE mit CB parallel, welches geschiehet, wenn ihr (§. 69) den Winckel EDF dem Winckel CBD gleich machet (§. 98); so ist CE die verlangte dritte Proportionallinie (§. 184).

Die 50. Aufgabe.

187. *Zu drey gegebenen Linien AB, AC und BD die vierte Proportionallinie zu finden.* Tab. XIV. Fig. 111.

Auflösung.

1. Machet nach Belieben einen Winckel EAD.
2. Traget aus A in B die Linie AB, aus A in C die Linie AC, und aus B in D die Linie BD.
3. Von B in C ziehet eine gerade Linie, und
4. Aus D eine andere DE mit CB parallel, wie in der vorhergehenden Aufgabe; so ist

CE die verlangte vierte Proportional-Linie (§. 184).

Der 27. Lehrsatz.

Tab. XIV. Fig. 112.

188. **Wenn in zween Triangeln ABC und ADE, B = D, und AB : BC = AD : DE; so ist auch A = A, und C = E, und BA : AC = DA : AE.**

Beweiß.

Weil B = D, und AB : BC = AD : DE, und aus einem Winckel mit den beyden Seiten, die ihn einschliessen, sich ein Triangel beschreiben läßt (§. 79); so werden die Triangel ABC und ADE auf gleiche Art erzeuget. Derowegen sind sie einander ähnlich (§. 52); folglich A = A, C = E, und BA : AC = DA : AE (§. 182). W. Z. E. W.

Anmerckung.

189. Die Lehrsätze von der Aehnlichkeit der Triangel sind von den nützlichsten in der gantzen Mathematick, und dienen zu den meisten Erfindungen, die man in derselben haben kan. Auch die vornehmste Ausübung der Geometrie auf dem Felde beruhet auf ihnen, wie bald mit mehrern erhellen soll.

Die 51. Aufgabe.

Tab. XIV. Fig. 113.

190. **Eine gerade Linie AB in so viel gleiche Theile zu theilen, als man verlanget.**

Auflösung.

1. Traget nach Belieben auf eine Linie CD so viel gleiche Theile, als die Linie AB bekommen soll, z. E. fünfe.

2. Se-

2. Setzet auf CD einen gleichseitigen Triangel (§. 74).
3. Traget aus E in A, und aus E in B die Linie AB. Endlich ziehet gegen den ersten Theilungs-Punct G, aus der Spitze des Triangels E, die Linie EG; so ist AF der fünfte Theil von der gegebenen Linie AB.

Beweiß.

Weil EA : EB = EC : ED; so ist der Winckel A = C, und EA : AB = EC : CD (§. 188). Nun ist EC = CD: derowegen ist auch EA = AB. Weil nun ferner EA : AF = EC : CG (§. 183), das ist, AB : AF = CD : CG (§. 71 *Arithm.*), und CG = $\frac{1}{5}$ CD; so ist auch AF = $\frac{1}{5}$ AB. W. Z. E. W.

Die 52. Aufgabe.

191. ***Eine gerade Linie AB nach der Proportion einzutheilen, nach welcher eine andere CD ist eingetheilet worden.*** Tab. XIV. Fig. 114.

Auflösung.

1. Beschreibet auf die eingetheilte Linie CD einen gleichseitigen Triangel (§. 74).
2. Traget aus E in A und B die gegebene Linie AB, und ziehet die Linie AB.
3. Ziehet aus der Spitze des Triangels E an die Theilungs-Puncte G und I die Linien EG und EI. Diese theilen die Linie AB in F und H nach der gehörigen Proportion.

Beweiß.

Der Beweiß ist wie in der vorhergehenden Aufgabe.

Anmerckung.

192. Diese Aufgabe hat viel Nutzen in der Bau-Kunst und Fortification, sonderlich wenn man einen vorgegebenen Riß nach Belieben vergrössern oder verkleinern soll.

Die 53. Aufgabe.

Tab. XIV. Fig. 115.

193. *Einen verjüngten Maaß-Stab zu verfertigen.*

Auflösung.

1. Ziehet eine Linie AE, und traget darauf 10 gleiche Theile von beliebter Grösse aus A in B, und denn ferner in den Raum AB, so viel mal, als euch beliebt.
2. Richtet in A von gefälliger Länge eine Perpendicular-Linie AC auf (§. 119), und theilet sie in 10 gleiche Theile.
3. Durch jeden Theilungs-Punct ziehet mit AE eine Parallel-Linie, und
4. Traget auf die obere eben die Theile, welche sich auf AB befinden.
5. Ziehet oben 10 und unten 9, oben 9 und unten 8, oben 8 und unten 7, oben 7 und unten 6 u. s. w. mit geraden Linien zusammen.

Ich sage, wenn AB eine Ruthe ist; so sind die Theile B 1, 1.2, 2.3. u. s. w. Schuhe. Hingegen 9.9 ein Zoll, 8.8 zween Zolle, 7.7 drey Zolle, 6.6 vier Zolle, 5.5 fünf Zolle, u. s. w.

Be-

Beweiß.

Weil 10 Schuhe eine Ruthe machen (§. 10); so ist klar, daß die Theile auf der Linie AB Schuhe sind. Daß aber 9.9 ein Zoll, 8.8 zween Zolle, 7.7 drey Zolle sind, u. s. w. erweiset man also. Dieweil 9.9 mit A 9 parallel ist; so verhält sich, wie C 9 zu AC, so 9.9 zu A 9 (§. 184). Nun ist C9 $=\frac{1}{10}$AC. Derowegen ist auch 9. 9 $=\frac{1}{10}$ A 9, folglich ein Zoll, u. s. w. W. Z. E. W.

Zusatz.

194. Wenn man nun den Zirckel auf die dritte oder siebente Linie setzet, und ihn bis zu der Linie austhut, die unten aus dem fünften Schuhe gezogen ist; so hat man über 5 Schuhe noch 3, oder 7 Zoll, u. s. w.

Die 54. Aufgabe.

195. **Die Weite zweener Oerter A und B zu finden, zu denen beyden man aus einem angenommenen Stande kommen kan.** Tab. XV. Fig. 116.

Auflösung.

1. Setzet das Meß-Tischlein in D, und erwehlet auf demselben einen Punct c.
2. Von demselben visiret durch die Dioptern in A, und ziehet die Linie ca.
3. Gleichergestalt visiret in B, und ziehet die Linie cb.
4. Messet mit der Ruthe die Linie cA und cB (§. 65), und

5. Traget dieselben von dem verjüngten Maaß-Stabe (§. 194) aus c in a und b. Endlich
6. Messet die Linie ab auf dem verjüngten Maaß-Stabe; so habt ihr die Grösse der verlangten Weite AB.

Beweiß.

Denn, weil der Winckel c beyden Triangeln acb und AcB gemein ist, und die Seiten, welche ihn einschliessen, proportional sind; so kan ich auch sagen: wie ca zu cA so verhält sich ab zu AB (§. 188). Nun hält ca so viel auf dem verjüngten Maaß-Stabe, als cA auf dem großen. Derowegen muß auch ab so viel auf dem verjüngten Maaß-Stabe halten, als AB auf dem großen. W. Z. E. W.

Eine andere Auflösung.

1. Setzet das Instrument in D, und messet den Winckel AcB (§. 64).
2. Messet ferner die Linien cA und cB (§. 65).
3. Construiret durch Hülfe des Transporteurs und verjüngten Maaß-Stabes daraus einen Triangel acb (§. 79).
4. Messet die Linie ab auf dem verjüngten Maaß-Stabe (§. 194); so wisset ihr, wie viel Ruthen, Schuhe und Zolle die Linie AB hält.

Beweiß.

Der Beweiß ist eben so, wie in der ersten Auflösung.

Die 55. Aufgabe.

196. **Die Weite zweener Oerter A und B zu messen, zu deren einem man nur kommen kan.** Tab. XV. Fig. 117.

Auflösung.

1. Setzet das Meß-Tischlein in einen nach Belieben erwehlten Stand C, und visiret aus dem Puncte nach beyden Oertern A und B.
2. Messet die Weite eures Standes C von dem Orte A, zu welchem ihr kommen könnet (§. 65),
3. Und traget sie von dem verjüngten Maaß-Stabe (§. 194) aus c in a.
4. Gehet mit eurem Tischlein bis in A, und setzet es dergestalt nieder, daß der Punct a in A stehet, und ihr durch die Dioptern nach der Linie ac den in C eingesteckten Stab sehen könnet.
5. Visiret hierauf durch dieselben aus a in B, und ziehet die Linie AB.
6. Endlich messet diese Linie ab auf dem verjüngten Maaß-Stabe (§. 194); so erkennet ihr die Grösse der verlangten Weite AB.

Beweiß.

Weil der Winckel $c = C$, und $a = A$; so verhält sich, wie ac zu AC, so ab zu AB (§. 183). Nun hat ac so viel Theile von dem kleinen Maaß-Stabe, als AC von dem großen. Dero-

Derowegen muß auch ab so viel Theile von dem kleinen als AB von dem großen haben.

Eine andere Auflösung.

1. Messet mit dem Instrumente die Winckel C und A (§. 64), und mit der Ruthe die Linie AC (§. 65).
2. Construiret daraus, durch Hülfe des Transporteurs und verjüngten Maaß-Stabes, einen Triangel acb (§. 81).
3. Messet auf dem verjüngten Maaß Stabe die Linie ab (§. 194); so wisset ihr die verlangte Weite AB.

Beweiß.

Der Beweiß ist wie vorhin.

Die 56. Aufgabe.

Tab. XVI. Fig. 118.

197. **Die Weite zweener Oerter AB, zu deren keinen man kommen kan, zu messen.**

Auflösung.

1. Erwehlet zween Stände in C und D: In den einen C setzet das Tischlein, in den andern Stecket einen Stab.
2. Aus dem Puncte c visiret durch die Diopteren nach dem Stabe D, ingleichen nach B und A, und ziehet gegen diese Puncte auf dem Tischlein Linien.
3. Messet die Weite der beyden Stände CD (§. 65), und traget sie nach dem verjüngten Maaß-Stabe (§. 194) auf das Tischlein aus c in d.

4. Ste-

4. Stecket in C einen Stab, und setzet das Tischlein dergestalt in D, daß der Punct d in D kommt, und wenn ihr nach der Linie cd durch die Dioptern visiret, ihr den Stab in C erblicket.
5. Visiret ferner aus d gegen A und B, und ziehet auf dem Tischlein die Linien da und db.
6. Endlich messet auf dem verjüngten Maaß-Stabe ab; so habt ihr die Länge der Weite AB.

Beweiß.

Weil der Winckel d beyden Triangeln dcb und DCB gemein, über dieses auch der Winckel c dem Winckel C gleich ist; so verhält sich cd zu CD, wie bc zu BC (§. 183). Wiederum, weil aus glechmäßiger Ursache, der Triangel acd dem Triangel ACD ähnlich ist; so verhält sich cd zu CD, wie ac zu AC (§. 183): folglich ist auch bc zu BC, wie ac zu AC (*§. 70 Arithm.*). Da nun über dieses der Winckel acb dem Winckel ACB gleich ist; so verhält sich ab zu AB, wie ac zu AC (§. 188), oder cd zu CD (*§. 70 Arithm.*). Da nun dc so viel Theile auf dem verjüngten Maaß-Stabe, als DC im Großen, hat; so muß auch ab so viel Theile auf dem verjüngten Maaß-Stabe, als AB im Grossen, haben. W. Z. E. W.

Eine

Eine andere Auflösung.

Tab. XVI. Fig. 119.

1. Messet aus dem ersten Stande C die Winckel x und y, und aus dem Stande D die Winckel z und w (§. 64); so geben ihre Summen die Winckel ACD und BDC.
2. Messet ferner die Stand-Linie CD (§. 65).
3. Traget diese nach dem verjüngten Maaß-Stabe auf das Papier, und construiret mit Hülfe der Winckel x und z + w den Triangel BCD, und mit Hülfe der Winckel z und x + y den Triangel ACD (§. 81).
4. Endlich messet auf dem verjüngten Maaß-Stabe die Linie AB; so wisset ihr die verlangte Weite.

Beweiß.

Der Beweiß ist einerley mit dem vorigen.

Anmerckung.

198. Auf gleiche Art kan man die Weite gar vieler Oerter auf einmal messen, wenn man nemlich aus zween Ständen gegen jeden visiret.

Die 57. Aufgabe.

Tab. XVII. Fig. 120.

199. **Die Höhe eines Ortes AB zu messen, zu dem man kommen kan.**

Auflösung

1. Erwehlet euch einen Stand in D, und richtet das Tischlein vertical, doch so, daß seine untere Seite horizontal sey: welches vermittelst einer Bleywage gar leicht geschehen kan.

2. Die

2. Die Regel mit den Diopter leget an dasselbe horizontal, visiret nach dem Orte, dessen Höhe ihr messen wollet, und ziehet die Linie Ec.
3. Kehret an dem Puncte E die Regel mit den Dioptern in die Höhe, bis ihr die Spitze A erblicket, und ziehet auf dem Tischlein die Linie Eb.
4. Traget sie von dem verjüngten Maaß-Stabe auf das Tischlein aus E in c (§. 194).
5. Richtet in C einen Perpendicul cb auf (§. 95), und
6. Messet seine Länge auf dem verjüngten Maaß-Stabe (§. 194), so wisset ihr die Höhe CA.
7. Dazu addiret die Höhe BC; so kommt die verlangte Höhe heraus.

Beweiß.

Der Winckel E ist beyden Triangeln Ecb und ECA gemein: bey c und C sind rechte Winckel (§. 20), die gleichfalls einander gleich sind (§. 56): also verhält sich Ec zu EC, wie bc zu AC (§ 183). Nun hält Ec so viel auf dem verjüngten Maaß-Stabe, wie EC auf dem großen. Derowegen muß auch bc so viel auf dem verjüngten Maaß-Stabe, wie AC auf dem großen, halten. W. Z. E. W.

Eine

Eine andere Auflösung.

Tab XVII. Fig. 121.

1. Messet den Winckel E (§. 64), und die Stand-Linie AD, oder CE (§. 65).
2. Construiret daraus einen rechtwincklichten Triangel EbC (§. 81, 95).
3. Messet die Höhe bC auf dem verjüngten Maaß-Stabe; so habt ihr die Höhe BC.
4. Dazu addiret die Höhe des Stativs; so kommt die Höhe AB heraus.

Beweiß.

Der Beweiß ist wie der vorige.

Anmerckung.

200. Man setzet voraus, daß die Linie AD horizontal sey: denn wenn das Instrument an einem erhabenern, oder auch niedrigern Orte stünde, als die Höhe BA gelegen; so ist es rathsamer, daß man auch den Winckel CEA misset, und den Triangel CEA im Kleinen construiret.

Die 58. Aufgabe.

Tab.XVII. Fig. 122.

201. **Eine Höhe AB zu messen, zu der man nicht kommen kan.**

Auflösung.

1. Erwehlet zween Stände in D und E, und visiret, wie in der vorhergehenden Aufgabe, nach der Spitze A und dem Puncte C, in dem ersten Stande D.
2. Messet die Stand-Linie ED, und traget sie aus f in e von dem verjüngten Maaß-Stabe (§. 194).
3. Traget das Tischlein in E dergestalt, daß der Punct e über E kommt, und visiret,

wie

wie vorhin, nach dem Puncte C und der Spitze A.

4. Wo die Linie ea die Linie fa durchschneidet, lasset einen Perpendicul ac auf fc herunter fallen (§. 94).

5. Diesen messet auf dem verjüngten Maaßstabe, so habt ihr die Höhe AC.

6. Addiret dazu die Höhe BC, so habt ihr die verlangte Höhe AB.

Beweiß.

Der Beweiß ist eben wie in der vorigen Aufgabe.

Eine andere Auflösung.

Tab. XVII. Fig. 123.

1. Messet in dem ersten Stande D den Winckel F, und in dem andern E den Winckel G (§. 64), und die Standlinie ED oder GF (§. 65).

2. Diese traget auf das Papier nach dem verjüngten Maaßstabe, und

3. Construiret darauf, durch Hülfe der Winckel G und F, einen Triangel fga (§. 81).

4. Verlängert seine Grundlinie fg in c, und lasset von a einen Perpendicul ac herunter fallen (§. 94).

5. Endlich messet ac auf dem verjüngten Maaßstabe (§. 194), und addiret dazu die Höhe des Instruments, damit ihr die Winckel gemessen habt, oder nehmet in acht, was (§. 200) erinnert worden ist: so kommt die verlangte Höhe AB heraus.

Beweiß.

Der Beweiß ist wie in der vorhergehenden Aufgabe.

Die 59. Aufgabe

Tab. XVIII. Fig. 124.

202. **Eine jede geradelinichte Figur ABCDE, in die man kommen kan, in Grund zu legen.**

Auflösung.

Messet den gantzen Umfang der Figur AB, BC, CD, DE, EA; ingleichen die Diagonallinien AC und AD, so könnet ihr nach dem verjüngten Maaßstabe (§. 194) die Figur auf dem Papiere aufzeichnen (§. 144).

Beweiß.

Wenn man eine Figur in Grund leget, so muß man eine kleine Figur zeichnen, in der alle Winckel so groß sind, als in der großen, und die Seiten sich eben so gegen einander verhalten, wie in der großen. Wenn man für jede Seite der Triangel ABC, ACD, ADE auf dem verjüngten Maaßstabe so viel annimt, als sie im großen ausmachet; so verhalten sich die Seiten in der verjüngten Figur eben so gegen einander, wie die Seiten der großen. Denn, wenn AB im grossen 6 ist, so ist sie im kleinen auch 6: wenn im großen BC 7 ist, so ist sie im kleinen auch 7. Und also verhält sich AB zu BC beyderseits, wie 6 zu 7. Derowegen sind auch die Winckel der Triangel in der kleinen Figur so groß, wie

wie die Winckel in der großen (§. 183). Da nun die Winckel der Figur mit den Winckeln der Triangel übereinkommen; so müssen auch alle Winckel in der verjüngten Figur so groß seyn, wie in der großen. W. Z. E. W.

Anders.

Tab. XVIII. Fig. 125

1. Erwehlet euch innerhalb der Figur einen Punct F, und setzet dahin das Meßtischlein.
2. Aus F visiret gegen die Stäbe, welche man in die Ecken der Figur A, B, C, D, E gesteckt hat, und ziehet die Linien Fa, Fb, Fc, Fd, Fe.
3. Messet die Linien FA, FB, FC, FD, FE (§. 65), und
4. Eben so groß machet nach dem verjüngten Maaßstabe (§. 194) die Linien Fa, Fb, Fc, Fd, Fe.
5. Endlich ziehet die Linien ab, bc, cd, de und ea; so schliesset sich die verlangte Figur.

Beweiß.

In dem Triangel aFb verhält sich Fa zu Fb, wie FA zu FB im Triangel AFB, und der Winckel F ist beyden Triangeln gemein; derowegen verhält sich auch Fb zu FB, wie ba zu BA (§ 188). Eben so wird erwiesen, es verhalte sich, wie Fb zu FB, so bc zu BC: folglich auch ba zu BA, wie bc zu BC (§. 70. *Arithm.*); und demnach ba zu bc, wie AB zu BC,

(§. 111 *Arithm.*). Es ist aber auch der Winckel ABC so groß, wie der Winckel abc (§. 188). Da nun auf gleiche Weise von allen übrigen Winckeln c, d, e, a erwiesen werden kan, daß sie den Winckeln C, D, E, A gleich sind, und auch von den übrigen Seiten, daß sie sich gegen einander verhalten, wie die Seiten CD, DE, EA; so ist klar, daß die große Figur in Grund gelegt worden, das ist, die kleine der großen ähnlich ist. W. Z. E. W.

Anders.

1. Messet aus F alle Winckel AFB, BFC, CFD, DFE, EFA (§. 64), ingleichen die Linien FA, FB, FC, FD und FE (§. 65).
2. Traget die Winckel auf das Papier (§. 69), ingleichen die Linien nach dem verjüngten Maaßstabe (§. 194).
3. Ziehet die Linien ab, bc, de und ea; so wird die verlangte Figur geschlossen.

Beweiß.

Der Beweiß ist eben, wie der vorige.

Noch anders.

Tab. XVIII. Fig. 126.

1. Spannet auf das Tischlein einen Bogen Papier, und beschreibet aus dem Mittelpuncte o einen Circul.
2. Schraubet in demselben einen Stift ein, und hänget ein Lineal mit Dioptern darein.
3. Visiret gegen alle Ecken der Figur, und mercket die beyden Puncte a und a, b und

b, c

b, c und c, &c. wo das Lineal den Circul durchschneidet.

4. Messet, wie vorhin, alle Linien aus dem Mittelpuncte der Figur bis an die Winckel, und traget sie in euer Memorial.

5. Spannet euren Circul mit seinen Eintheilungen nebst einem andern Bogen Papier auf ein Reißbret, oder leget ihn nebst einem andern Bogen auf den Tisch. Leget ferner ein Parallellineal an aa, an bb, an cc &c. und thut es so weit auf, bis ihr eben diese Linien auf dem neben liegenden Papiere ziehen könnet.

6. Endlich aus dem Durchschnitte dieser gezogenen Linien traget von dem verjüngten Maaßstabe die auf dem Felde gemessenen Linien (§. 194), und ziehet die Figur vollens aus.

Anmerckung.

203. Diese letztere Manier ist um deswillen zu loben, weil man auf ein einiges Papier ein großes Feld stückweise bringen kan: indem man nur nöthig hat, eine Ziffer bey den Buchstaben zu setzen, wo die Winckel eines neuen Stückes angehen, und, wenn ein Alphabet aus ist, ein neues mit andern Buchstaben anzufangen. Den Beweiß findet man in meinen Elementis Geometriæ (§. 363).

Die 60. Aufgabe.

Tab. XVIII. Fig. 128.

204. **Eine Figur ABCDE in Grund zu legen, die man aus zween Oertern A und B gantz übersehen kan.**

Auflösung.

1. Setzet euer Tischlein in A, visiret nach allen Ecken der Figur B, C, D, E, und ziehet gegen dieselben Linien aus dem Puncte A.
2. Messet die Standlinie AB (§. 65), und traget sie nach dem verjüngten Maaßstabe (§. 194) auf das Tischlein aus A in b.
3. Traget das Tischlein aus A in B, und richtet es dergestalt, daß der Punct b in B kommt, und ihr durch die Dioptern des an die Linie bA angelegten Lineals den in A eingesteckten Stab sehen könnet.
4. Visiret nach allen übrigen Ecken der Figur, und ziehet gegen dieselben aus b Linien, welche die vorigen in e, d, c durchschneiden.
5. Endlich ziehet die Linien, ed, dc; so habt ihr die verlangte Figur in Grund gelegt.

Beweiß.

Der Beweiß ist fast eben wie in der 56 Aufgabe (§. 197).

Anders.

Tab. XVIII. Fig. 128.

1. Messet aus A die Winckel CAB, DAC, EAD (§. 64), ingleichen die Linie AB (§. 65), wie nicht weniger aus B die Winckel EBA, EBD, DBC (§. 64).
2. Ziehet auf dem Papiere eine Linie ab, und traget von dem verjüngten Maaßstabe die Größe der Linie AB darauf (§. 194).

3. Tra-

3. Traget in a die Winckel CAB, DAC und EAD; hingegen in b die Winckel EBA, EBD, DBC (§. 69.).
4. Endlich ziehet die Puncte a, e, d, c, b mit geraden Linien zusammen; so habt ihr die verlangte Figur in Grund gelegt.

Beweiß.

Der Beweiß ist abermals, wie in der 56 Aufgabe (§. 197).

Noch anders.

1. Setzet die Boussole, oder ein Magnetkästlein, dessen Rand in 360 Grade eingetheilet ist, und gegen das Ende der Mittagslinie, darauf die Nadel ruhen muß, wenn sie Norden zeiget, mit Diopptern versehen ist, dergestalt in A, daß ihr durch die Diopptern den in B eingesteckten Stab erblicket, und mercket, welchen Grad gegen Osten oder Westen die Nadel andeutet. Tab. XIX. Fig. 127. 130.
2. Wendet die Boussole gleichergestalt gegen die Stäbe in den übrigen Winckeln der Figur E, D, C, und mercket gleichergestalt die von der abweichenden Nadel in jedem Falle angedeuteten Grade.
3. Gehet mit der Boussole in B, und visiret durch die Diopptern nach allen Winckeln der Figur A, E, D, C und traget abermals die Grade, welche die von der

Mittagslinie der Boussole abweichende Nadel andeutet, in euer Memorial ein.

4. Endlich messet (§. 65) die Standlinie AB.

5. Wenn ihr nach Hause kommt, so setzet die von eurem Stativ abgeschraubte Boussole auf das Papier, und rücket sie so lange, bis die Nadel an dem Grade ruhet, welchen sie nach eurem Memorial erreichte, als die Mittagslinie der Boussole über der Standlinie stund; so könnet ihr nach dem verjüngten Maaßstabe die Standlinie ab auf das Papier tragen.

Tab. XX. Fig. 131.

6. Wenn ihr nun aus a auf gleiche Weise die Linien ae, ad, ac, und aus b die Linien bc, bd, be traget; so könnet ihr durch Zusammenziehung der Puncte b c, d, e, a die Figur schliessen.

Beweiß.

Tab. XIX. Fig. 129.

Man darf nur erweisen, daß man auf die vorgeschriebene Weise mit der Boussole die Winckel auf dem Felde messen, und auf das Papier abtragen kan; so ist im übrigen der Beweiß, wie bey den vorhergehenden Auflösungen. Das erstere aber ist gar leicht zu begreifen. Denn die Magnetnadel stehet in dem Puncte A und a immer auf einer Linie, als AK und ak, ich mag die Boussole um den Punct A oder a drehen, wie ich will. Wenn nun die Mittagslinie der

Boussole

Bouſſole auf AB ſtehet, ſo zeiget die Nadel an, wie viel ihre Mittagslinie von der wahren Mittagslinie AK abweichet, das iſt, die Größe des Winckels KAB. Stehet die Mittagslinie der Bouſſole auf AC, ſo zeiget die Nadel die Größe des Winckels CAK. Stehet ſie auf AD, ſo zeiget die Nadel den Winckel KAD. Wenn man demnach auf dem Papiere die Bouſſole dergeſtalt richtet, daß die Nadel wieder den Winckel KAB zeiget, ſo läßt ſich nach ihrer Mittagslinie die Linie ab ziehen, und auf gleiche Weiſe geben ſich die Linien ac und ad, folglich auch die Winckel bac und cad, welche man ſonſt mit dem Quadranten zu meſſen pflegt. W. Z. E. W.

Die 1. Anmerckung.

205. Aus dem Beweiſe iſt abzunehmen, daß man ohne die Bouſſole durch einen Transporteur auf das Papier tragen kan, was man auf dem Felde mit jener gemeſſen hat. Wenn man nemlich eine Linie AK ziehet, welche die wahre Mittagslinie vorſtellet, an dieſelbe den Diameter des Transporteurs anleget, und die in dem Memorial notirten Grade abſticht. Nur muß entweder jeder halbe Circul in ſeine 180° beſonders getheilet ſeyn, oder auf dem Transporteur müſſen die Grade rückwarts bis 360° gezehlet werden.

Die 2. Anmerckung.

206. Die Magnetnadel muß aus ſauberem Stahle dünne und lang geſchmiedet werden, doch niemals über 6 Zoll ſeyn. Auch, weil die Kraft des Magnetes ſich nach einer geraden Linie zertheilet, nirgends

durchbrochene Zierahten haben. Es ist genug, daß man an einem magnetischen Pole nur den einen Theil der Nadel, und zwar etwas langsam, streichet, und wird der Theil der Nadel, welcher sich gegen Norden kehren soll, auf dem Süderpole des Magnets gestrichen. Auch muß man niemals wieder zurücke streichen, weil sonst durch den Strich zurücke wieder die Kraft benommen wird, die man durch den ersten ihr mitgetheilet hat. Bey uns, die wir gegen Norden wohnen, wird der Nordtheil der Nadel jederzeit schwehrer, wenn er gestrichen worden, als der Südertheil. Dorowegen muß man ihn anfangs etwas leichter machen. Der Stift, worauf die Magnetnadel ruhet, kan zwar aus Meßing, doch mit einer zarten und wohlgehärteten stählernen Spitze gemacht werden, damit sie recht beweglich sey.

Die 61. Aufgabe.

Tab. XIX. Fig. 130.

207. **Eine Figur ABCDE in Grund zu legen, die man gantz umgehen kan.**

Auflösung.

1. Setzet das Tischlein in A, und visiret nach den Stäben in B und E, damit ihr den Winckel BAE darauf bekommt.
2. Messet die Linien AB und AE (§. 65), und traget sie nach dem verjüngten Maaßstabe (§. 194) auf das Tischlein.
3. Gehet mit dem Tischlein in B, und setzet den Punct auf dem Tischlein b in B, visiret wieder zurücke in A, ingleichen von dem neuen Puncte B in C, damit ihr den Winckel CBA auf das Tischlein bekommt.
4. Messet die Linie BC (§. 65), und traget sie auf das Tischlein (§. 194).

5. Wenn

5. Wenn ihr die gantze Figur dergestalt umgehet; so werdet ihr sie in Grund gelegt haben.

Beweiß.

Denn alle eure Winckel in der kleinen Figur sind den Winckeln in der großen gleich, und die Linien verhalten sich in der kleinen Figur eben so, wie in der großen: derowegen ist die kleine Figur der großen ähnlich (§. 182). W. Z. E. W.

Anders.

Messet alle Seiten der Figur (§. 65), und drey Winckel weniger, als Seiten sind, (§. 64) so könnet ihr die Figur in Grund legen (§. 145).

Noch anders.

1. Setzet die Boussole in A, und richtet ihre Mittagslinie auf die Linie AB, verzeichnet dabey in euer Memorial, wie viel Grade die Magnetnadel davon abweichet, wie in der vorhergehenden Aufgabe (§. 204). Tab. XX. Fig. 131.
2. Messet die Linie AB, und traget sie gleichfalls in euer Memorial ein.
3. Umgehet solchergestalt die gantze Figur, und zeichnet überall in euer Memorial die Abweichung der Magnetnadel von ihrer Mittagslinie, und die Länge derselben Linien, darüber sie ruhet. Und damit ihr die einwarts gebogenen Winckel von

den

den andern unterscheiden könnet, so ziehet nach der Länge des Papiers in eurem Memoriale eine Linie, und schreibet diese Winckel zur Lincken, die andern aber zur Rechten.

4. Ziehet auf dem Papiere eine Linie ab, und traget nach dem verjüngten Maaßstabe die Linie AB aus eurem Memoriale darauf (§. 194). Setzet auf dieselbe die Mittagslinie eurer Boussole, und rücket das Papier mit derselben so lange, bis die Magnetnadel den in euer Memorial auf dem Felde verzeichneten Grad der Abweichung zeiget.

5. Alsdenn lasset euer Papier unverrückt, und setzet den Mittelpunct der Boussole auf den Punct b, wendet sie um denselben so lange, bis die Magnetnadel den bey diesem Puncte auf dem Felde in euer Memorial verzeichneten Abweichungsgrad zeiget, so könnet ihr nach der Mittagslinie der Boussole die Linie bc ziehen, und ihre Grösse aus dem Memorial durch den verjüngten Maaßstab determiniren.

6. Wenn ihr so fortfahret; so werdet ihr endlich die verlangte Figur auf dem Papiere haben.

Noch anders.

Tab. XX. Fig. 132.

1. Verrichtet auf dem Felde alles, wie vorhin, nach der 1, 2, und 3. Regel.

2. Zie-

2. Ziehet auf dem Papiere mit Bleyweiß Parallellinien in beliebiger Weite.
3. Nehmet einen an ein Parallellineal befestigten und in seine Grade eingetheilten Transporteur. Leget das eine Lineal an eine von gedachten Parallellinien HK, und mercket euch auf dem Papiere den Punct z, den der Grad der Abweichung auf dem Felde im Puncte A nach eurem Memoriale im Transporteur berühret, und den Punct a, wo der Mittelpunct des Transporteurs lieget.
4. Leget das Lineal an die beyden Puncte a und z, und nehmet von dem Maaßstabe die Länge der Linie AB, so könnet ihr den Punct b abstecken und die Linie ab ziehen.
5. Lasset das Lineal an einer Parallellinie liegen, und schiebet den Mittelpunct des Transporteurs bis in b: stecher durch Hülfe des auf dem Felde in B gefundenen Abweichungsgrades an dem Transporteur den Punct y ab, so könnet ihr, wie vorhin, den Punct c finden, und folglich die Linie bc ziehen.
6. Wenn ihr so fort fahret; so wird sich endlich die gantze Figur geben.

Beweiß.

Der Beweiß ist aus der 60 Aufgabe (§. 204) und seiner ersten Anmerckung (§. 205)

(§. 205) leicht abzunehmen. Wenn man nur mercket, daß die Parallellinien die Magnetnadel über ihrer Mittagslinie vorstellen.

Die 62. Aufgabe.

208. **Ein jedes Feld, oder einen jeden andern Platz auszurechnen.**

Auflösung.

1. Leget es zuerst in Grund, **nach den vorhergehenden Aufgaben** (§. 202 & seq.). Darnach
2. Rechnet die Figur aus, **nach der 38 Aufgabe** (§. 157).

Die 63. Aufgabe.

Tab. XXI. Fig 133. 134.

209. **Ein** Parallelogrammum, **ingleichen einen Triangel in so viel gleiche Theile zu theilen, als man verlanget.**

Auflösung

1. Theilet die Grundlinie CD oder CB in so viel gleiche Theile, als die Figur eingetheilet werden soll (§. 190).
2. Ziehet aus den Theilungspuncten 1. 2. in dem erstern Falle mit der andern Seite AC Parallellinien 1. 1 und 2. 2; in dem andern Falle aber Linien bis an die Spitze des Triangels A 1 und A 2: so sind beyde Figuren in gleiche Theile getheilet (§. 175, 176).

Die 64. Aufgabe.

Tab. XXI. Fig. 135.

210. **Zwischen zwo gebenen Linien** AB

AB und BE eine mittlere Proportionallinie zu finden.

Auflösung.

1. Traget die gegebenen Linien AB und BE auf eine an einander, und theilet sie in C in zween gleiche Theile (§. 120).
2. Beschreibet aus C mit CA einen halben Circul.
3. Richtet aus B die Perpendicularlinie BD auf (§. 95). Diese ist die verlangte Proportionallinie.

Beweiß.

Der Winckel ADE ist ein rechter Winckel (§. 115), ABD ist auch ein rechter Winckel (§. 20). Der Winckel DAB ist beyden Triangeln DAB und DAE gemein. Derowegen ist auch der Winckel ADB dem Winckel DEB gleich (§. 105). Nun ist in dem Triangel DEB der Winckel DBE auch ein rechter Winckel (§. 20). Derowegen verhält sich AB zu BD, wie BD zu BE (§. 183). W. Z. E. W.

Anmerckung.

211. Wenn man für 1 eine Linie annimt, und nach derselben eine gegebene Zahl durch eine andere Linie exprimiret, so kan man durch diese Aufgabe vermittelst des verjüngten Maaßstabes die Quadratwurtzel ausziehen (§. 90. 21. *Arithm.*).

Die 65. Aufgabe.

212. Aus der gegebenen Sehne eines Bogens AB und dessen Höhe DE den Dia-

Tab. XXI. Fig. 136.

Diametrum EF, und folglich den Mittelpunct des Circuls C zu finden.

Auflösung und Beweiß.

1. Suchet zu ED und DB die dritte Proportionallinie (§ 113 *Arithm.*); so habt ihr DF (§. 210).
2. Addiret zu DF die Höhe des Bogens DE so habt ihr den Diametrum EF.
3. Theilet denselben in 2 gleiche Theile, so habt ihr den Radium EC, und folglich den Mittelpunct C.

Z. E. Es sey DE 8′3″, DB 1°6′6″,

```
83 — 166 — 166
        166
      -----
        996       1
       996       22
      166       388
     -----     27888 | 332″DF
     27556      8333 |  83 DE
                  88  ---------
                        415″EF
                     2) ---  ---
                       2075‴EC.
```

Anmercung.

213. Diese Aufgabe hat ihren Nutzen in der Baukunst, wenn man die Eröfnung der Thüren und Fenster mit Bögen schliessen soll.

Die 66. Aufgabe.

Tab. XXI. Fig. 137.

214. Aus der gegebenen Sehne eines Bogens AB und seiner Höhe DE den

den Inhalt des Abschnittes ADBEA zu finden.

Auflösung.

1. Suchet zuerst den Diametrum des Circuls DF (§. 212).
2. Beschreibet damit einen Circul, und traget die Sehne AB darein.
3. Messet den Winckel ACB mit dem Transporteur (§. 64), und
4. Suchet alsdenn den Ausschnitt ACBDA (§. 171).
5. Aus der gegebenen Sehne AB und dem Unterscheide EC zwischen der Höhe des Bogens DE und dem Radio DC, suchet den Inhalt des Triangels ACB (§. 156).
6. Endlich ziehet den Triangel ACB von dem Ausschnitte ACBDA ab; so bleibt der Abschnitt ADBEA übrig.

Z. E. Es sey AB 600''', DE 80''', so ist EF 1125'', DF 1205''', die Peripherie des Circuls 3783''' (§. 166), der Bogen AB 60°, oder 630''', und daher der Ausschnitt ACBDA 189630'''. Da nun EC 522''', AE 300'''; so ist △ ACB 156600''', folglich der Abschnitt AEBDA 33030'''.

Die 67. Aufgabe.

215. **Den cörperlichen Inhalt eines Cubi oder Würfels und seine Fläche zu finden.**

Auflösung.

Der Maaßstab des cörperlichen Inhalts ist eine Cubic-Ruthe, das ist, ein Würfel, der eine Ruthe lang, eine Ruthe dick, und eine Ruthe breit ist (§. 10). Diese wird eingetheilet in Cubic-Schuhe, in Cubic-Zolle. Jenes sind Würfel, die zur Seite einen Schuh; diese aber Würfel, die zur Seite einen Zoll haben.

Wenn ihr nun den cörperlichen Inhalt eines Würfels wissen wollet, so

1. Messet die Seite des Würfels, und multipliciret sie mit sich selbst, so habt ihr seine Grundfläche (§. 147, 34).
2. Diese multipliciret weiter durch seine Seite, so kommt der Inhalt des Würfels heraus.
3. Hingegen, wenn ihr die Grundfläche mit 6 multipliciret; so bekommt ihr die Fläche des gantzen Würfels (§. 34).

Exempel.

Seite	34′	Grundfläche	1156′
	34	Seite	34
	136		4624
	102		3468
Grundfläche	1156′	Inhalt des Würfels.	39304′
	6		
Fläche des Würfels.	6936′		

Beweiß.

Beweiß.

Man bilde sich ein, es sey die Seite des Würfels in etliche gleiche Theile getheilet; so ist klar, daß so viel Schichten kleiner Würfel heraus kommen, als die Höhe Theile hat, und in jeder Schicht so viel kleiner Würfel, als Quadrate in der Grundfläche sind. Derowegen, wenn man die Höhe durch die Grundfläche multipliciret, so kommt die Zahl der kleinen Würfel heraus, die der große in sich hält. W. Z. E. W.

Zusatz.

216. Wenn die Seite des Würfels 10 ist, so ist der cörperliche Jnhalt 1000. Derowegen, wenn die Seite 1 Ruthe oder 10 Schuhe hält, so sind 1000 schuhige Würfel in dem großen enthalten. Und demnach hat die Cubic-Ruthe 1000 Cubic-Schuhe, der Cubic-Schuh 1000 Cubic-Zolle, der Cubic-Zoll 1000 Cubic-Linien.

Der 28. Lehrsatz.

217. **Alle** Parallelepipeda, Prismata **und Cylinder, welche gleiche Grundflächen und Höhen haben, sind einander gleich.**

Beweiß.

Wenn man ein Parallelepipedum, Prisma und einen Cylinder in lauter Scheiben zerschneidet, so subtil, als man will; so sind nicht allein alle Scheiben einander gleich (§. 31, 33); sondern wenn zween Cörper

auch gleiche Höhen haben, so können aus einem nicht mehr, als aus dem andern, geschnitten werden. Und also fasset ein Cörper so viel Raum in sich, als der andere. W. Z. E. W.

Die 68. Aufgabe.

Tab. XXI. Fig. 139.

218. **Den Inhalt eines Parallelepipedi und seine Fläche zu finden.**

Auflösung

1. Multipliciret die Länge AB durch die Breite BC, so habt ihr die Grundfläche ABCE (§. 32, 151).
2. Diese multipliciret ferner durch die Höhe BD, so kommt der verlangte Inhalt heraus.

Z. E. Es sey AB 36′, BC 15′, BD 12′.

Länge AB	36	Grundfl. ABCE	540′
Breite BC	15	Höhe BD	12
	180		1 080
	36		54
Grundfl. ABCE	540′,	Cörperlicher Inhalt.	6°480′

Vor die Fläche.

1. Multipliciret AB in BC, ingleichen AB in BD, und BD in BC, so habt ihr die Vierecke AD, EB und CD (§. 33, 151).
2. Addiret die drey Vierecke zusammen, und multipliciret die Summe durch 2; so kommt die Fläche des Parallelepipedi heraus (§. 33).

Z. E.

Z. E. AB 36′   AB 36′   BC 15′
BC 15   BD 12   BD 12

180   72   30
36   36   15

□ EB 540′   □ AD 432′,   □ CD 180′,
□ AD 432
□ CD 180

1152′
2

2304′ Fläche des Parallelepipedi.

Beweiß.

Der Beweiß ist eben, wie in der 67 Aufgabe (§. 215).

Der 29. Lehrsatz.

219. **Ein jedes Parallelepipedum wird durch die Diagonalfläche DBFH in zwey gleiche Prismata getheilet.** Tab. XXII. Fig. 140.

Beweiß.

Die Diagonallinie DB theilet das Parallelogrammum ABCD in zween gleiche Triangel (§. 142). Da nun die beyden Prismata ADBFGH und DBCEFH ausser diesen gleichen Grundflächen, auch einerley Höhe DH haben; müssen sie einander gleich seyn (§. 217). W. Z. E. W.

Die 69. Aufgabe.

220. **Den Inhalt eines jeden Prismatis und seine Fläche zu finden.**

Auflösung.

Tab. XXII. Fig. 142.

1. Suchet die Grundfläche des Prismatis (§. 151, 155, 156, 157, 158).
2. Multipliciret selbige durch die Höhe, so kommt der verlangte Inhalt heraus.
3. Hingegen multipliciret den Umfang der gantzen Grundfläche durch eben dieselbe Höhe, so kommt die Fläche, ausser den beyden Grundflächen, heraus.
4. Wenn ihr nun diese dazu addiret, so habt ihr die gantze Fläche (§. 30).

Z. E. Es sey AB 8′ CD 6′ AE 15′

AB	8	ABC	24
½ CD	3	AE	15
ABC	24′		120
			24
		Inhalt des Prismatis	360′.

BC	91″
BA	80
AC	62
Peripherie	233″
Höhe	150
	11650
	233
Seiten-Fläche	34950″
BAC	2400
HEI	2400
Gantze Fläche	39750″.

Be-

Beweiß.

Das dreyeckichte Prisma ist die Helfte eines Parallelepipedi, welches mit ihm einerley Höhe, aber eine doppelte Grundfläche hat (§ 219). Wenn man die gantze Grundfläche des Parallelepipedi mit der Höhe multipliciret, so bekommt man seinen Inhalt (§. 218). Derowegen, wenn man die Helfte von der Grundfläche des Parallelepipedi, das ist, die Grundfläche des dreyeckichten Prismatis, durch die Höhe multipliciret, so muß die Helfte des Parallelepipedi, das ist, der Inhalt des Prismatis, heraus kommen. Alle übrigen Prismata lassen sich in dreyeckichte zertheilen, und also gilt auch von ihnen, was von den dreyeckichten ist erwiesen worden.

Die 70. Aufgabe.

221. **Aus der gegebenen Höhe eines Cylinders und dem Diametro desselben, seinen Inhalt und seine Fläche zu finden.**

Auflösung.

1. Suchet die Grundfläche des Cylinders (§. 168).
2. Multipliciret selbige durch seine Höhe, so habt ihr den verlangten Inhalt.
3. Hingegen die Peripherie multipliciret durch eben dieselbe Höhe, so kommt die Fläche ohne die beyden Grundflächen heraus.

4. Wenn ihr nun die beyden Grundflächen dazu addiret; so ist die Summe die verlangte Fläche des Cylinders.

Tab.XXII. Fig. 142. Z. E. Es sey der Diameter AB 560″, die Höhe BC 892″, so ist (§. 168)

die Grundfl.	246176″	Periph.	17584‴
die Höhe BC	892″	BC	8920
	492352		351680
	2215584		158256
	1969408		140672
Inhalt des Cylinders.	219588992″		156849280‴
			24617600
			24617600
		Fläche	206084480‴.

Beweiß.

Weil der Circul ein reguläres Vieleck ist, welches unzehlich viel Seiten hat, so kan man den Cylinder als ein Prisma ansehen, welches unzehlich viel Seiten hat. Und dannenhero wird sein Inhalt gefunden, wenn seine Grundfläche durch die Höhe, die Fläche aber, wenn die Peripherie der Grundfläche in eben diese Höhe multipliciret wird (§ 220). W. Z. E. W.

Der 30. Lehrsatz.

Tab.XXII. Fig.*. 222. **Wenn eine Pyramide ABCD dergestalt durchschnitten wird, daß der Durchschnitt abc der Grundfläche ABC parallel ist; so ist auch die Figur abc der andern ABC ähnlich.**

Be-

Beweiß.

Weil ab mit AB parallel; so ist Da : DA = ab : AB (§. *184 Geom.* & §. *111 Arithm.*). Eben deswegen ist Da : DA = ac : AC, folglich ab : AB = ac : AC (§. *70 Arithm.*): und daher ab : ac = AB : AC (§. *111 Arithm.*). Da man nun auf gleiche Art erweiset, daß ac : bc = AC : BC; so sind die △△ abc und ABC einander ähnlich (§. 183), folglich in andern Fällen die Figuren, die aus ihnen zusammen gesetzt werden (§. 52). W. Z. E. W.

Der 31. Lehrsatz.

223. Pyramiden und Kegel, die gleiche Grundflächen und Höhen haben, sind einander gleich. Tab. XXII. Fig. 143.

Beweiß.

Es sey ABC eine Seiten-Fläche von einer Pyramide, und DEF von der andern, BC und EF in einer Linie BF, BC = EF die Spitzen A und D mit BF in einer Fläche, und AM auf BC, DO auf EF perpendicular; so ist AM = DO. Nun ziehe man GK mit BF und AD parallel, so ist auch AL = DN (§. 25), und AG : AB = GH : BC = AL : AM (§. *184 Geom.* §. *70 Arithm.*). Eben so wird erwiesen, daß DN : DO = IK : EF Da nun GH : BC = IK : EF (§. *70 Arithm.*), das ist, GH : IK = BC : EF (§. *111. Arithm.*), und BC = EF; so ist GH = IK (§. *66 Arithm.*). Weil eben dergleichen in allen übrigen Flächen, welche

die Pyramide einschliessen, erwiesen werden kan, und, wegen der Aehnlichkeit der Durchschnitte mit ihren Grundflächen (§. 222), die gleichnahmigen Winckel einander gleich sind (§. 182): so müssen die Durchschnitte in beyden Pyramiden von gleicher Grösse seyn, wenn sie in gleicher Höhe geschehen (§. 50). Da aber die gantzen Höhen der Pyramiden von gleicher Grösse sind, so kan man in einer nicht mehr Durchschnitte haben, als in der andern. Und demnach sind die Pyramiden einander gleich: **welches das erstere war.**

Wenn man die Triangel ABC und DEF für die Durchschnitte zweener Kegel annimt, dadurch sie von der Spitze bis durch die Grundfläche in zween gleiche Theile getheilet werden: so sind GH und IK die Diametri der Circul, welche aus den mit den Grundflächen parallel geschehenen Durchschnitten entstehen (§. 36), und also ist abermal klar, daß diese Circul, und folglich die gantzen Kegel, einander gleich seyn müssen: **welches das andere war.**

Der 32. Lehrsatz.

Tab. XXII. Fig. 144.

224. **Ein jedes dreyeckichtes Prisma kan in drey gleiche Pyramiden getheilet werden.**

Beweiß.

Die Pyramiden ADEF und ACBE haben einerley Höhe BE und gleiche Grundflächen DEF

DEF und ABC (§. 30): Derowegen sind sie einander gleich (§. 223). Wiederum, die Pyramiden ACBE und CEFA haben gleiche Grund-Flächen BCE und CEF (§. 142), und einerley Höhe, indem sie beyde in A zusammen stoßen. Derowegen sind sie auch einander gleich (§. 223). Folglich sind sie alle drey einander gleich (§. 29 *Arithm.*). W. Z. E. W.

Anmerckung.

225. Wenn man das Prisma aus Holtz verfertigen, und auf gehörige Weise schneiden läßt, so ist den Anfängern der Beweiß leichter zu begreifen, weil sie die Pyramide CEFA besser sehen können.

Der 1. Zusatz.

226. Eine dreyeckichte Pyramide ist der dritte Theil von einem Prismate, welches mit ihr gleiche Grundfläche und gleiche Höhe hat.

Der 2. Zusatz.

227. Weil jedes vieleckichtes Prisma in viele dreyeckichte sich zertheilen läßt; so muß eine jede Pyramide der dritte Theil von einem Prismate seyn, welches mit ihr gleiche Grundfläche und gleiche Höhe hat.

Der 3. Zusatz.

228. Da nun ein Kegel vor eine Pyramide zu halten ist, welche unzehlig viel Ecken hat; so wird auch derselbe der dritte Theil eines Cylinders seyn, welcher gleiche Grundfläche und gleiche Höhe mit ihr hat.

Die 71. Aufgabe.

229. **Den Inhalt einer Pyramide, ingleichen eines Kegels zu finden.**

Auflösung.

1. Suchet den Inhalt eines Prismatis und Cylinders, welche gleiche Grundflächen und Höhen mit der Pyramide und dem Kegel haben (§. 220, 221).
2. Diesen dividiret durch 3, so kommt der Inhalt der Pyramide und des Kegels heraus (§. 227, 228).

Oder:

Multipliciret die Grundfläche beyderseits mit dem dritten Theile der Höhe.

Z. E. Der Inhalt des Prismatis ist (§. 220) 360'. Also ist der Inhalt der Pyramide 120'. Der Inhalt des Cylinders ist (§. 221) 219° 588'992''. Also kommen für den Kegel $73196330\frac{2}{3}''$.

Die 72. Aufgabe.

Tab. XXII. Fig. 145.

230. **Den Inhalt eines abgekürtzten Kegels ABDC zu finden.**

Auflösung.

1. Wenn man inferiret: wie der Unterscheid AH der halben Diametrorum AG und CF zu der Höhe des abgekürtzten Kegels CH, so der halbe große Diameter AG zu der Höhe des gantzen Kegels EG (§. 184); so kan man durch die Regel Detri die Höhe des gantzen Kegels EG finden (§. 113 *Arithm.*).

2. Aus

2. Aus dieser und dem Diametro AB suchet den Inhalt des ganzen Kegels AEB (§. 229).
3. Ziehet die Höhe des abgekürzten Kegels CH oder FG von der Höhe des ganzen EG ab, so bleibet die Höhe des abgeschnittenen Kegels EF übrig.
4. Suchet aus dieser und dem Diametro CD den Inhalt des Kegels ECD (§. 229).
5. Endlich ziehet den kleinen Kegel ECD von dem großen AEB ab; so bleibt der Inhalt des abgekürzten ACDB übrig.

Z. E. Es sey AB 36', CD 20', FG oder CH 12'; so ist AG 18', CF 10' und AH 8': demnach

```
      AH : CH = AG : GE
       8 : 12 = 18 :
    4) 2    3    9
    2) 1         3      (§. 124 Arithm.)
                 ------
                 27' = GE
                 12  = GF
                 ------
                 15' = FE,
 100 : 3 1 4  =  18'
         1 8
     --------
     2 5 1 2
     3 1 4
```

45216
5652

101736″ große Grundfläche,
90 = ⅓ GE

9°156′240″ der Kegel AEB,
100:314 = 10′
10

314″ halbe kleine Peripherie,
100 CF

31400″ kleine Grundfläche,
50 = ⅓ EF

1570000″ Inhalt des Kegels CED,
9156240 Inhalt des Kegels AEB,

7586240″ Inhalt des abgekürzten Kegels ACDB.

Der 33. Lehrsatz.

Tab. XXII. Fig. 146. 231. **Die Kugel ist ⅔ von einem Cylinder, welcher gleiche Grundfläche und Höhe mit ihr hat**

Beweiß.

Wenn das Quadrat ABCD sich um seine Seite DC herum drehet, so beschreibt es einen Cylinder (§. 29), der Quadrant DCB eine halbe Kugel (§. 27), und der Triangel ADC einen Kegel (§. 35). Weil die Höhe DC in allen dreyen Cörpern einerley ist, so kön-

können in einem nicht mehr Durchschnitte gemacht werden, als in dem andern. Es stelle die Linie HE den halben Diameter eines Durchschnittes vor, so verhält sich der Durchschnitt des Cylinders, wie das Quadrat HE oder GC, der Durchschnitt der Kugel, wie das Quadrat GE, und der Durchschnitt des Kegels, wie das Quadrat FE oder EC (§. 165). Denn, weil BC = HE, und GC = BC (§. 45); so ist auch HE = EC (§. 29 *Arithm.*). Ingleichen, weil CD = AD (§. 22); so ist auch EC = EF (§. 184). Wenn man nun das Quadrat EC, das ist, den Durchschnitt des Kegels von dem Quadrat GC, das ist, dem Durchschnitt des Cylinders, wegnimt; so bleibt das Quadrat GE, das ist, der Durchschnitt der Kugel, übrig (§. 172). Da nun dieses von allen Durchschnitten gilt; so folget, daß, wenn man den Inhalt des Kegels von dem Inhalt des Cylinders wegnimt, der Inhalt der halben Kugel übrig bleibe. Derowegen, weil der Kegel $\frac{1}{3}$ des Cylinders ist (§. 228); so muß die halbe Kugel $\frac{2}{3}$ von demselben seyn, folglich auch die gantze Kugel $\frac{2}{3}$ von einem Cylinder, der noch einmal so groß ist, wie der vorige, das ist, mit ihr gleiche Höhe und Grundfläche hat. W. Z. E. W.

Der

Der 34. Lehrsatz.

232. **Der** Cubus Diametri **verhält sich zu der Kugel beynahe, wie** 300 **zu** 157.

Beweiß.

Wenn der Diameter der Kugel 100 ist, so hält der Cubus desselben 1000000 (§. 215), und der Cylinder, der mit der Kugel eine Grundfläche und Höhe hat, 785000 (§. 221). Und demnach ist der Inhalt der Kugel der dritte Theil von 1570000 (§. 231). Solchergestalt verhält sich der Cubus zu der Kugel, wie 1000000 zu dem dritten Theile von 1570000, das ist, 3000000 zu 1570000 (*§. 47 Arithm.*): oder, wenn man beides durch 10000 dividiret, wie 300 zu 157 (*§. 75 Arithm.*). W. Z. E. W.

Anmerckung.

233. Ich sage, der Cubus Diametri verhalte sich zu der Kugel beynahe, wie 300 zu 157, weil man voraus setzet, der Diameter im Circul verhalte sich zu seiner Peripherie, wie 100 zu 314: welches nur beynahe zutrifft (§. 163).

Der 35. Lehrsatz.

234. **Die Kugel ist einer Pyramide gleich, deren Grundfläche der gantzen Kugelfläche, die Höhe aber der Helfte ihres Diametri gleichet.**

Beweiß.

Man setze hinzu, daß aus dem Mittelpuncte der Kugel an ihre Ecken gerade Linien gezogen seyn. Alsdenn ist klar, daß die Kugel aus unzehlich viel viereckichten Pyramiden bestehe, die im Mittelpuncte der Kugel mit ihren Spitzen zusammen stoßen, und deren Grundflächen zusammen der Kugelfläche gleich sind, die Höhen aber von dem halben Diametro der Kugel nicht mercklich unterschieden. Derowegen wird die gantze Kugel mit Recht vor eine Pyramide gehalten, deren Grundfläche der Kugelfläche, die Höhe aber der Helfte ihres Diametri gleichet. W. Z. E. W.

Der 36. Lehrsatz.

235. **Die Kugelfläche verhält sich zu dem größten Circul der Kugel wie 4 zu 1.**

Beweiß.

Weil der Inhalt der Kugel dem Inhalte einer Pyramide gleich ist, deren Grundfläche der Kugelfläche, die Höhe aber ihrem halben Diametro, gleichet (§. 234); so kommt die Kugelfläche heraus, wenn man den cörperlichen Inhalt der Kugel durch den dritten Theil des halben Diametri, oder den sechsten des gantzen dividiret (§. 229). Nun, wenn der Diameter 100 ist, so ist der Inhalt des größten Circuls 7850 (§. 68), der Inhalt aber der Kugel $\frac{1570000}{3}$ (§. 232).

Derowegen, wenn ihr diesen durch den sechsten Theil des Diametri $\frac{100}{6}$ dividiret, so komt für die Kugelfläche 31400 (§. 87. *Arithm.*). Demnach verhält sich die Kugelfläche zu dem größten Circul der Kugel, wie 31400 zu 7850, das ist, wenn man beyderseit mit 7850 dividiret; wie 4 zu 1 (§. 75 *Arithm.*). W. Z. E. W.

Zusatz.

236. Wenn der Diameter eines Circuls 100 ist, so ist die Peripherie 314 (§. 163). Also komt die Kugelfläche 31400 heraus, wenn man die Peripherie durch den Diametrum multipliciret. Derowegen ist dieselbe einem Rectangulo gleich, das zur Grundlinie die Peripherie des größten Circuls in der Kugel, zur Höhe aber ihren Diametrum hat (§. 151).

Die 73. Aufgabe.

237. **Aus dem gegebenen Diametro einer Kugel, so wohl den Inhalt ihrer Fläche, als ihren cörperlichen Inhalt zu finden.**

Auflösung.

1. Suchet die Peripherie des größten Circuls (§. 166).
2. Multipliciret sie durch den gegebenen Diametrum, so habt ihr die Kugelfläche (§. 236).
3. So ihr nun ferner dieselbe durch den sechsten

sten Theil des Diametri multipliciret, oder durch den gantzen Diametrum, und das Product durch 6 dividiret; so komt der cörperliche Inhalt der Kugel heraus (§. 234, 229).

Z. E. Es sey der Diameter 5600'', so ist die Peripherie des größten Circuls 17584'''

Diameter	5600
	10550400
	87920
Kugelfläche	984704''
Diameter	560
	59082240
	4923520
	551434240''

18 4
881434240 | 91905706⅔'' Inhalt der
66666666 | Kugel.

Die 74. Aufgabe.

238. **Aus dem gegebenen Diametro einer Kugel ihren cörperlichen Inhalt noch auf eine andere Art zu finden.**

Auflösung.

1. Suchet den Cubum des Diametri, (§. 215) oder in den Tabellen über die Cubiczahlen.

2. Suchet zu 300, 157 und dem gefundenen Cubo die vierte Proportionalzahl (§. 113 *Arithm.*). Diese ist der cörperliche Inhalt der Kugel (§. 232).

Z. E. Es sey der Diameter einer Kugel 64″, so ist dessen Cubus 262144, folglich

300 — 157 — 262144″
157
―――――――
1835008
1310720
262144
―――――――
41156608,

11 222 41156608 33333300	137188″ $\frac{208}{300}$ Inhalt der Kugel.

Der 37. Lehrsatz.

239. **Alle Prismata, ingleichen Parallelepipeda, Cylinder, Pyramiden und Kegel, wenn sie gleiche Höhen haben, verhalten sich, wie ihre Grundflächen: haben sie aber gleiche Grundflächen, so verhalten sie sich, wie ihre Höhen.**

Beweiß.

Prismata, Parallelepipeda und Cylinder verhalten sich wie die Producte aus ihren Höhen in ihre Grundflächen (§. 218, 220, 221); Pyramiden aber und Kegel wie die

Pro-

Producte aus dem dritten Theile ihrer Höhen in ihre Grundflächen (§. 229): und also alle insgesamt, wenn ihre Höhen gleich sind, wie die Grundflächen; wenn aber die Grundflächen gleich sind, wie die Höhen (§. 74 *Arithm.*). W. Z. E. W.

Zusatz.

240. Weil die Cylinder Circul zu ihren Grundflächen haben (§. 29), die Circul aber sich wie die Quadrate ihrer Diametrorum verhalten (§. 165); so müssen auch die Cylinder von gleicher Höhe sich wie die Quadrate ihrer Diametrorum, oder der Diametrorum ihre Grundflächen verhalten.

Der 38. Lehrsatz.

241. **Die Kugeln verhalten sich gegen einander, wie die Cubi ihrer Diametrorum.**

Beweiß.

Wie die eine Kugel zu dem Cubo ihres Diametri, so verhält sich auch die andere zu dem Cubo ihres Diametri, (§. 232). Derowegen verhält sich auch die eine Kugel zu der andern, wie der Cubus des Diametri der einen zu dem Cubo des Diametri der andern (§. 111 *Arithm.*). W. Z. E. W.

Die 75. Aufgabe.

242. **Einen Visirstab zu verfertigen, durch den man leicht finden kan, wie viel Kannen von einer flüßigen Materie, als**

Bier, Wein, Brantewein u. s. w. in einem cylindrischen Gefässe enthalten sind, oder Raum haben.

Auflösung.

Tab. XXII. Fig. 147.

1. Nehmet den Diameter von einem cylindrischen Gefässe, darein ein Kannenmaaß gehet, und traget ihn aus A in B. Es ist gut, wenn man dieses Gefäß weit und nicht hoch machet.
2. Richtet in A eine lange Perpendicularlinie auf, und traget aus A in 1 den Diameter des Kannen-Gefässes; so ist die Linie B 1 der Diameter von einem zweykannigen Gefässe, welches mit dem einkannigen einerley Höhe hat.
2. Traget B 1 aus A in 2, so ist B 2 der Diameter eines dreykannigen Gefässes, welches mit dem einkannigen einerley Höhe hat.
4. Wenn ihr nun auf gleiche Art die Puncte 3, 4, 5, 6. u. s. w. gefunden habt, so traget dieselben auf die eine Seite des Visirstabes, auf die andere aber die Höhe der Kanne so viel mal, als angehet. So ist geschehen, was man verlangte.

Beweiß.

Denn, wenn zwey cylindrische Gefässe einerley Höhe, und zwar die Höhe einer Kanne haben, so verhalten sie sich, wie die Quadrate ihrer Diametrorum (§. 240). Daher ist das

das Quadrat des Diametri eines zweykanni-gen Gefässes zwey, eines dreykannigen drey; eines vierkannigen vier mal so groß, als eines einkannigen, u. s. w. Nun ist das Quadrat B 1 oder A 2 zwey mal, das Quadrat B 3 oder A 4 vier mal so groß, als das Quadrat AB oder A 1 (§. 172), u. s. w. Da nun AB oder A 1 der Diameter eines einkannigen Gefässes ist, so ist A 2 der Diameter eines zweykannigen, A 3 der Diameter eines drey-kannigen, A 4 der Diameter eines vierkanni-gen u. s. w., die aber alle einerley Höhe haben. Derowegen, wenn ihr mit der Seite des Maaßstabes, da diese eintheilungen aufge-zeichnet sind, den Diameter eines Cylindri-schen Gefässes ausmesset; so wisset ihr, wie viel Kannen auf dem Boden stehen können. Messet ihr nun ferner mit der andern Seite des Viesierstabes, so wisset ihr, wie viel Kannen übereinander stehen können. Dero-wegen, wenn ihr den Diameter durch die Höhe multipliciret; so komt die Anzahl der Kannen heraus, die das gantze Gefäß fas-sen kan. Und solchergestalt könnt ihr durch den verfertigten Viesierstab den Inhalt ei-nes cylindrischen Gefässes nach Kannen-maaße finden. W. Z. E. W.

Anmerckung.

243. Es sey z. E. der Diameter eines cylindri-schen Gefässes 8, die Höhe 12; so haben 96 Kan-nen in demselben Raum.

Die 76. Aufgabe.

Tab. XXIII. Fig. 148. 244. **Ein gegebenes Faß zu visiren, das ist, zu finden, wie viel Kannen in demselben Raum haben.**

Auflösung.

1. Messet mit der gehörigen Seite des Visierstabes den Diameter des Bodens AB, ingleichen den Diameter des Bauches durch das Spundloch CD; dabey mit der andern Seite des Visierstabes die Länge des Fasses AE.
2. Weil das Faß mitten bey dem Spund-Loche einen Bauch hat, gegen den Boden aber beyderseits niedergedruckt ist, so nimt man an, (weil es vermöge der Erfahrung zutrift, ob es sich gleich nicht Geometrisch erweisen läßt), daß das Faß einem Cylinder gleich sey, dessen Grundfläche der mittlere arithmetische Proportionalcircul zwischen dem kleinen Circul des Bodens und dem großen des Bauches ist. Suchet demnach zwischen dem großen Diametro CD, und dem kleinen AB die mittlere Proportionalzahl (§. 107 *Arithm.*), und
3. Multipliciret sie durch die Länge des Fasses AE; so kommt, vermöge des Beweises der vorhergehenden Aufgabe (§. 242), die Zahl der Kannen heraus, welche in dem Fasse Raum haben;

Z. E.

Z. E. Es sey AB = 8
CD = 12,

so ist die Summe = 20,

die halbe Summe = 10.
Es sey AE = 15; so ist

der Inhalt des Fasses = 150 Kannen.

Anmerckung.

245. Einige sehen das Faß, als einen aus zween abgekürtzten Conis zusammen gesetzten Cörper, an, und suchen demnach desselben Inhalt nach der 72 Aufgabe (§. 230). Andere haben das Faß auf andere Arten der geometrischen Cörper zu reduciren gesucht, wie aus des Wallisii Algebra cap. 81. f. 340, 350. Vol. 2. Oper. Mathem. zu sehen ist. Und Johannes Dougharty, ein Engelländer, hat in seinem General Gauger oder allgemeinen Visirer die Regeln der Geometrarum zum Gebrauch der Weinvisirer nach ihrem Begriff eingerichtet. Allein, da die gemeine Methode ziemlich nahe zutrift, und man im gemeinen Leben nach der geometrischen Schärfe nicht zu fragen hat; so können wir es bey derselben bewenden lassen. Nur ist zu mercken, daß man noch keine bequeme Manier ersonnen hat, Fässer, die nicht voll sind, zu visiren, wenn sie nach der Länge liegen. Will man sie aber aber auf den Boden setzen, und hernach die Höhe des Weines an statt der Länge des Fasses annehmen; so kan man nach gegenwärtiger Aufgabe finden, wie viel Kannen darinnen enthalten sind. Wollt ihr aber die Höhe des Weines wissen, wenn das Faß nach der Länge lieget, so stecket eine Röhre ABCD in das Zapfenloch, und mercket, wie hoch der Wein in CD

Tab. XXIII. Fig. 148.

steiget: oder hänget einen Bleywurf durch das Spundloch hinein, bis er auf den Boden fällt, und mercket, wie weit der Faden naß wird: beydes gehet auch mit einer kleinen Veränderung an, wenn das Faß aufgerichtet stehet.

Die 77. Aufgabe.

Tab. XXIV. Fig. 150.

246. **Eines jeden irregulären Cörpers Inhalt zu finden.**

Auflösung.

1. Leget den Cörper in ein ausgehöltes Parallelepipedum, und übergiesset ihn mit Wasser, oder überschüttet ihn mit Sande. Mercket dabey die Höhe des Wassers, oder des wohlgeebneten Sandes AB.

2. Nehmet den Cörper heraus, und mercket abermal die Höhe des Wassers oder des Sandes, nachdem er wieder geebnet worden, AC: so wisset ihr BC.

3. Weil nun der Inhalt des Cörpers dem Parallelepipedo DFCGE gleich ist, so messet desselben Länge FC und Breite CG, und suchet den Inhalt desselben (§. 218).

Z. E. Es sey AB 8′, AC 5′, so ist BC 3′. Es sey ferner FG 12′, CG 4′: so wird endlich der Inhalt des Cörpers 144′ gefunden.

Anmer-

Anmerckung.

247. Man muß sich in dem Gefässe darnach richten, daß der Unterscheid der Höhe bC gar mercklich wird, und daher es lieber hoch, als niedrig und weit machen, weil man sonst den Inhalt des Cörpers nicht genau bestimmen kan. Wenn man den Cörper in dergleichen Gefässe nicht wohl legen kan, als wenn man zum Exempel eine feststehende Statue ausmessen solte; so darf man nur entweder ein Parallelepipedum, oder ein viereckichtes Prisma um denselben aufrichten, den leeren Raum mit Sande ausfüllen, und im übrigen, wie vorhin, verfahren.

Der 39. Lehrsatz.

248. **Es sind nicht mehr als fünf reguläre Cörper möglich.**

Beweiß.

Ein regulärer Cörper ist in lauter gleiche reguläre Figuren eingeschlossen, und zwar in Figuren von einerley Art (§. 39). Die Winckel aber der Flächen, welche zusammen stoßen, müssen allezeit weniger, als 360 Grad, ausmachen. Denn, wenn sie 360 Grad ausmachen, liegen sie in einer ebenen Fläche neben einander, und schliessen also keinen Raum ein.

Nun ist der Winckel in einem regulären Dreyecke 60 Grad (§. 108), und drey machen 180, vier aber 240, und fünfe 300. Derowegen können drey, vier oder fünf reguläre oder gleichseitige Triangel zusammen

men stoßen. Hingegen, weil sechs 360 Grad machen, so können sechs gleichseitige Triangel, wenn sie zusammen stoßen, keinen cörperlichen Winckel machen: folglich noch weniger mehrere. Derowegen entstehen aus den gleichseitigen Triangeln nur drey reguläre Cörper, nemlich das Tetraëdrum, welches in vier; das Octaëdrum, welches in achte, und das Icosaëdrum, welches in zwantzig gleichseitige Triangel eingeschlossen ist.

Tab. XXIV. Fig. 151. 153. 154.

Der Winckel im Quadrate hält 90 Grad (§. 22, 56). Darum können nicht mehr, als drey Quadrate in einem cörperlichen Winckel, zusammen stoßen. Und daher entstehet das Hexaëdrum oder der Würfel.

Tab. XXIV. Fig. 152.

Endlich, der Winckel im Fünfeck ist 108 Grad (§. 131). Darum können nicht mehr, als drey Winckel in einem cörperlichen Winckel zusammen kommen. Und daher entstehet das Dodecaëdrum, welches in 12 reguläre Fünfecke eingeschlossen ist.

Tab. XXIV. Fig. 155.

Im Sechseck sind drey Winckel 360 Grad, und in allen übrigen regulären Figuren mehr als 360 Grad (§. 131), und können solchergestalt aus ihnen keine reguläre Cörper entstehen. Darum haben wir nicht mehr, als fünf reguläre Cörper. W. Z. E. W.

Die

Die 78. Aufgabe.

249. **Netze zu zeichnen, daraus man die geometrischen Cörper zusammen legen kan.**

Auflösung.

1. Beschreibet einen gleichseitigen Triangel ABC (§ 74): theilet die Seiten in zween gleiche Theile in D, E und F (§. 120), und ziehet die Linien DE, EF und FD: so ist das Netz des Tetraëdri fertig (§. 248). Tab. XXV. Fig. 156.
2. Wenn man die Seite AC in G, BC in H, und ED in L verlängert, bis CG=DC, CH=FC, DI=IL=ED; so lassen sich die Linien GL, CI und IH ziehen, und ist das Netz des Octaëdri fertig (§. 248). Fig. 157.
3. Traget auf die Linie AB die Seite eines Würfels AI viermal, so, daß AI=IL=LN=NB, und construiret das Rectangulum ACDB dergestalt, daß AC=AI (§. 139). Ziehet die Linien IK, LM, NO mit AC parallel (§. 91), und verlängert IK und LM beyderseits in E und F, G und H, bis EI=IK=KF, und GL=LM =MH; so gibt sich das Netz des Hexaëdri oder des Würfels (§. 34). Tab. XXIV. Fig. 158.
4. Beschreibet ein reguläres Fünfeck ABCDE (§. 132), leget das Lineal an D und B, und ziehet die Linie BL; leget es gleichfalls an D und A, und ziehet die Linie AG: machet Tab. XXV. Fig. 159.

machet AG=AB=BL, und mit der Weite AB, aus G und L einen Durchschnitt in Q; so giebt sich das Fünfeck ABLQG. Auf gleiche Art hänget die übrigen Fünfecke BNROC, CHGFD, DKME, EVIA, ingleichen die übrigen sechse a, b, c, d, e, f daran: so ist das Netz des Dodecaëdri fertig (§. 248).

Tab. XXV. Fig. 160.

5. Beschreibet einen gleichseitigen Triangel ACB (§. 74); verlängert die Linie AB in D, und traget sie noch viermal darauf; ziehet CE mit AD parallel (§. 91), und machet CI=IK=KL=LM=ME=AB; verlängert AC in N, bis CN=AC; leget das Lineal an B und I, F und K, G und L, H und M, D und E, und ziehet die Linien YO, SP, TQ, VR und XE; leget dasselbe ferner auf D und M, H und L, G und K, F und I, B und C, und ziehet die Linien DQ, XP, VO, TN, SC; endlich machet MR=ME, und BY=BA, und ziehet die Linien RE und AY. Die beschriebene Figur ist das Netz des Icosaëdri (§. 248).

Fig. 161.

6. Auf die Linie BD traget aus B in H die Breite, aus H in I die Länge, aus I in K die Breite, und aus K in D die Länge eines Parallelepipedi; in B richtet seine Höhe BA perpendicular auf, und beschreibet das Parallelogrammum BACD (§. 139).

(§. 139). Ziehet EH, FI, GK mit AB parallel (§. 91), und verlängert EH beyderseits in L und N, ingleichen FI in M und O, bis LE, MF, IO und NH der Breite des Parallelepipedi BH gleich werden: so giebt sich das Netz des Parallelepipedi (§. 33).

7. Traget auf CF die Seiten der Grundfläche eines Prismatis CG, GH und HF; beschreibet das Rectangulum CAEF, dessen Höhe CA der Höhe des Prismatis gleich ist (§. 139). Auf BD und GH construiret mit AB und DE, CG und HF die △△ BKD und GIH (§. 76): so ist das Netz des Prismatis fertig (§. 20). Wenn die Grundfläche ein Fünf-, Sechs-, Siebeneck rc. ist; so wird auf BD und GH ein Fünf-, Sechs-, Siebeneck rc. beschrieben (§. 132).

Tab. XXIV. Fig. 162.

8. Beschreibet aus A mit der Seite einer Pyramide AE einen Bogen EB; traget darein die Linien des Umfangs von der Grundfläche ED, DC, CB, und ziehet die Linien AE, AD, AC, AB. Endlich, beschreibet auf DC die Grundfläche der Pyramide: so ist das Netz fertig (§. 38).

Tab. XXV. Fig. 163.

9. Vor das Netz des Cylinders beschreibet ein Rectangulum (§. 139), dessen Höhe BC dem Diameter, die Länge CF dem Umfange gleich ist (§. 166): verlängert BC

Fig. 164.

BC in A und D, bis AB=BC=CD, und beschreibet die Circul der Grundflächen des Cylinders. So ist geschehen, was man verlangte (§. 29).

Anmerckung.

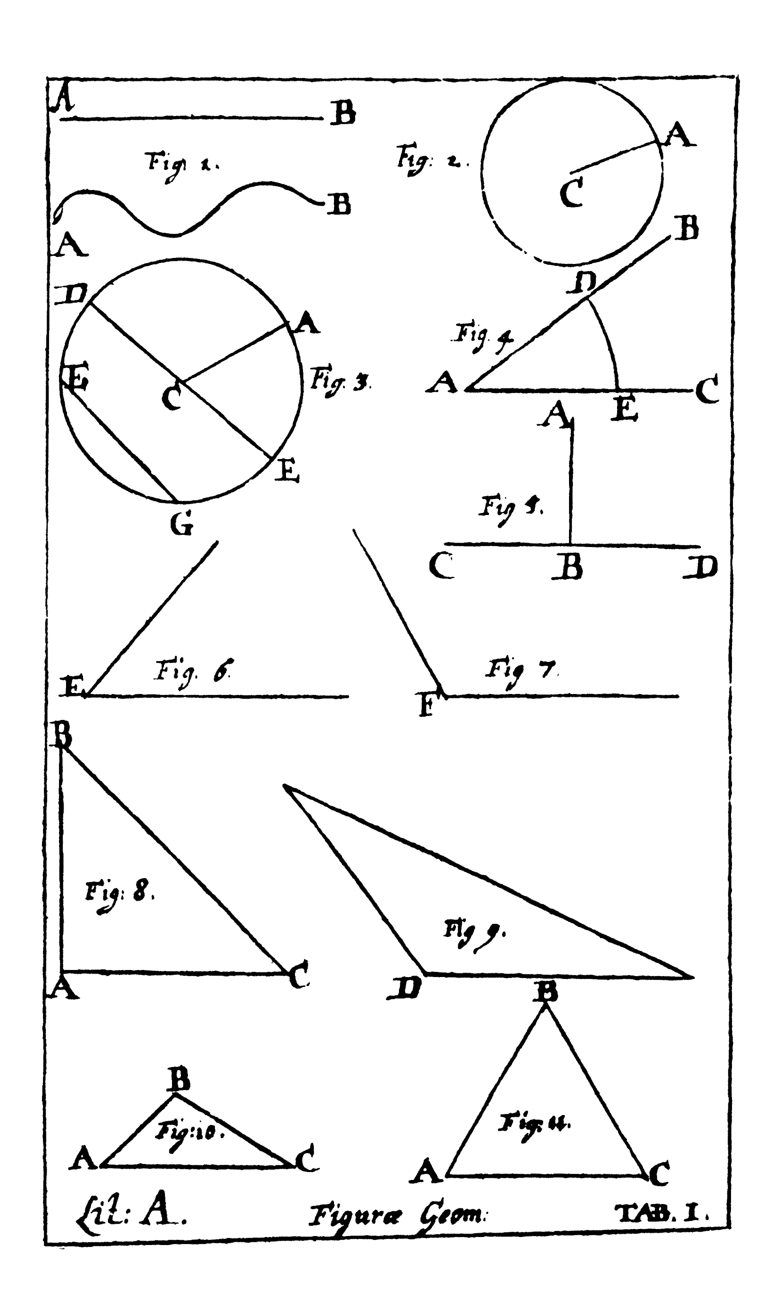
250. Damit man die Cörper aus den Netzen zusammen leimen kan, so lässet man einige Ränder, indem man sie ausschneidet, wie durch die punctirten Linien Fig 156 ist angedeutet worden.

ENDE

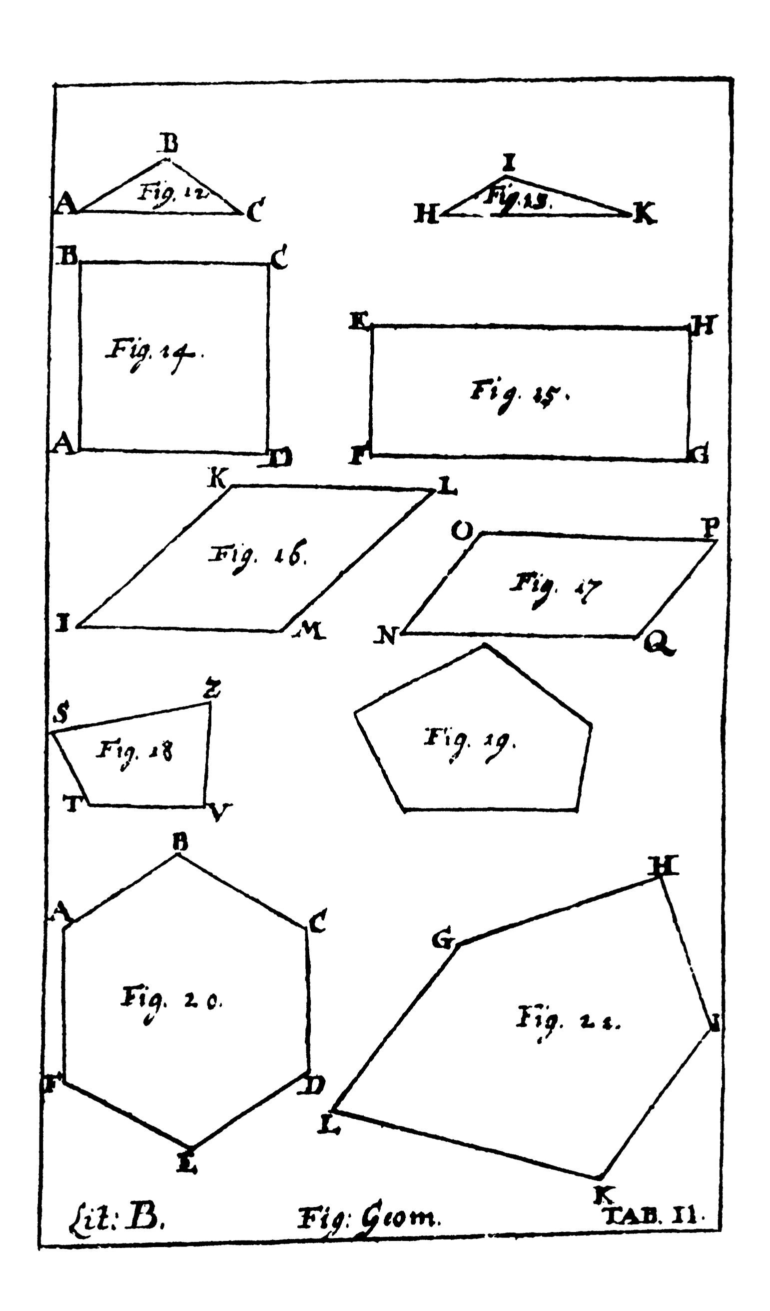
der

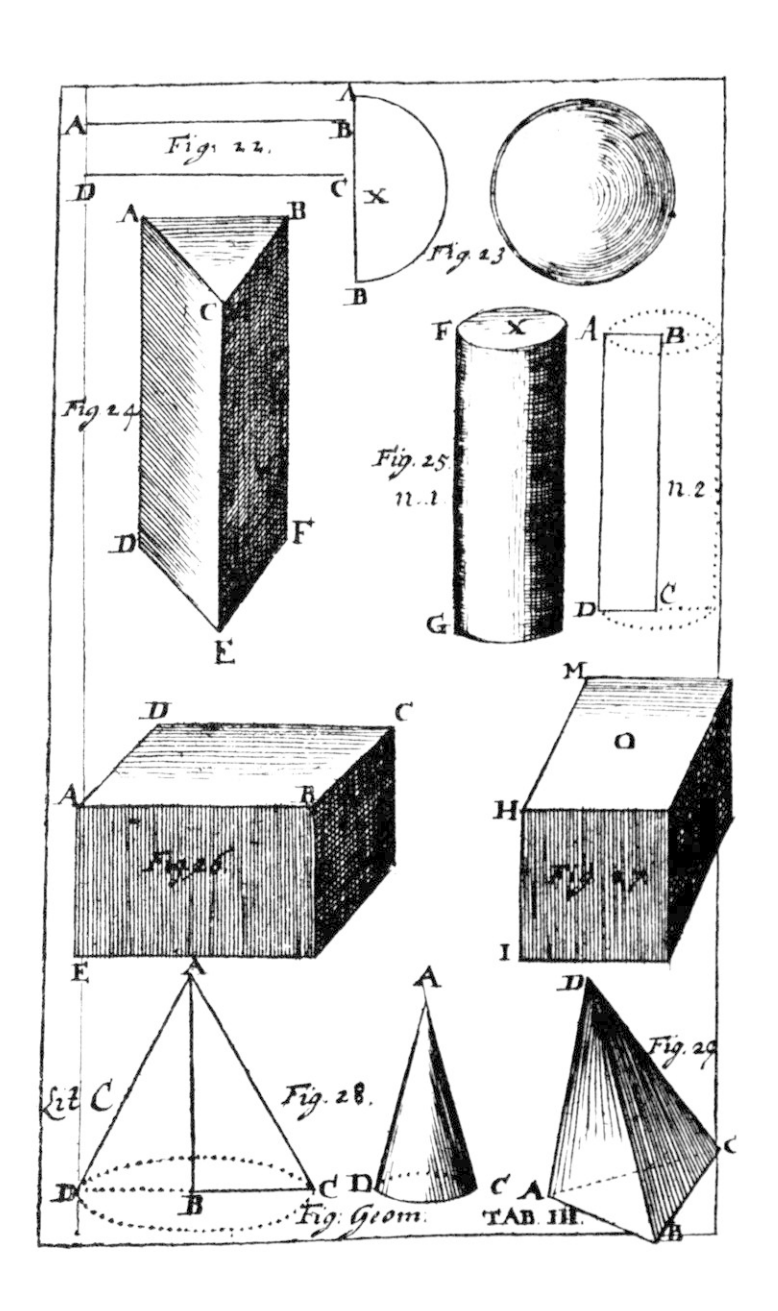
Geometrie.

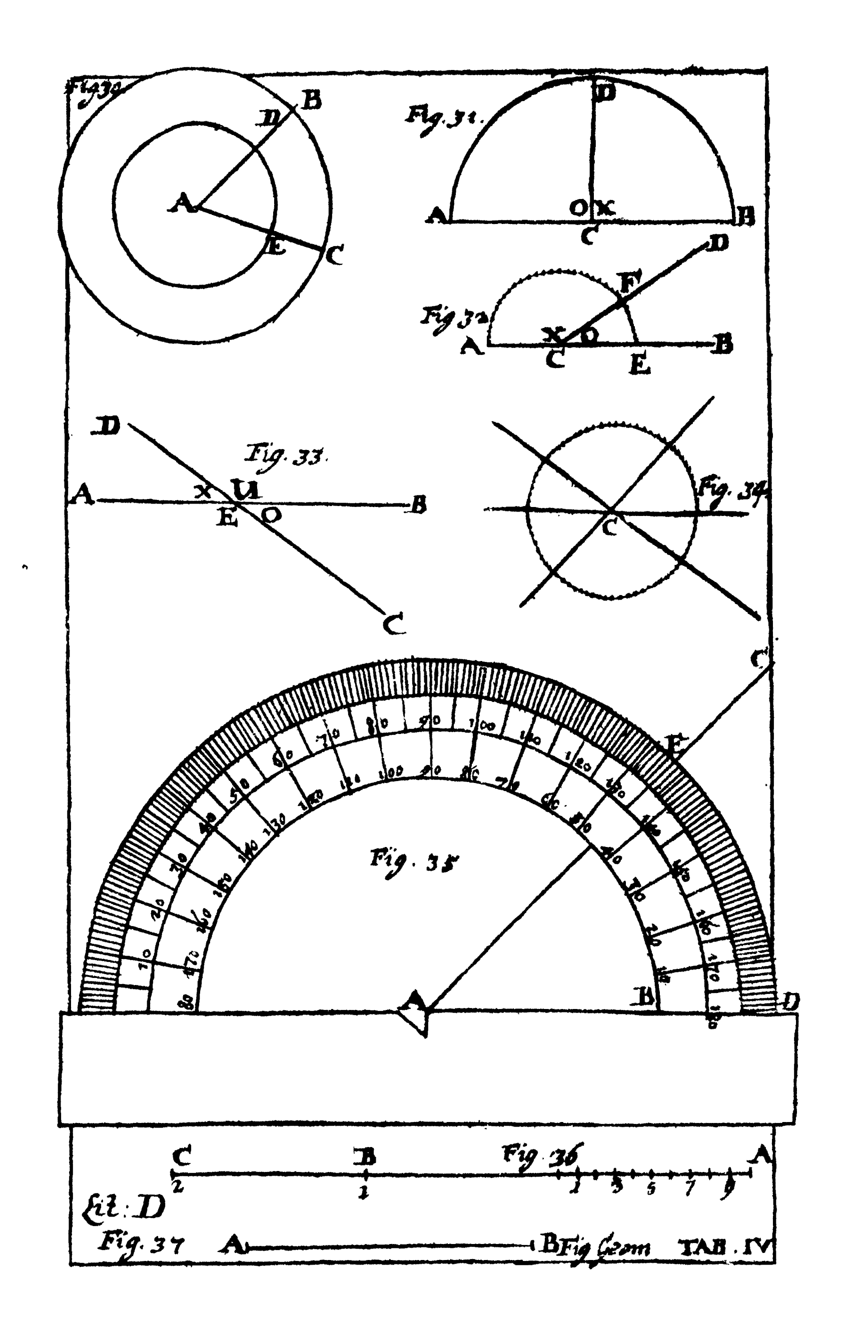


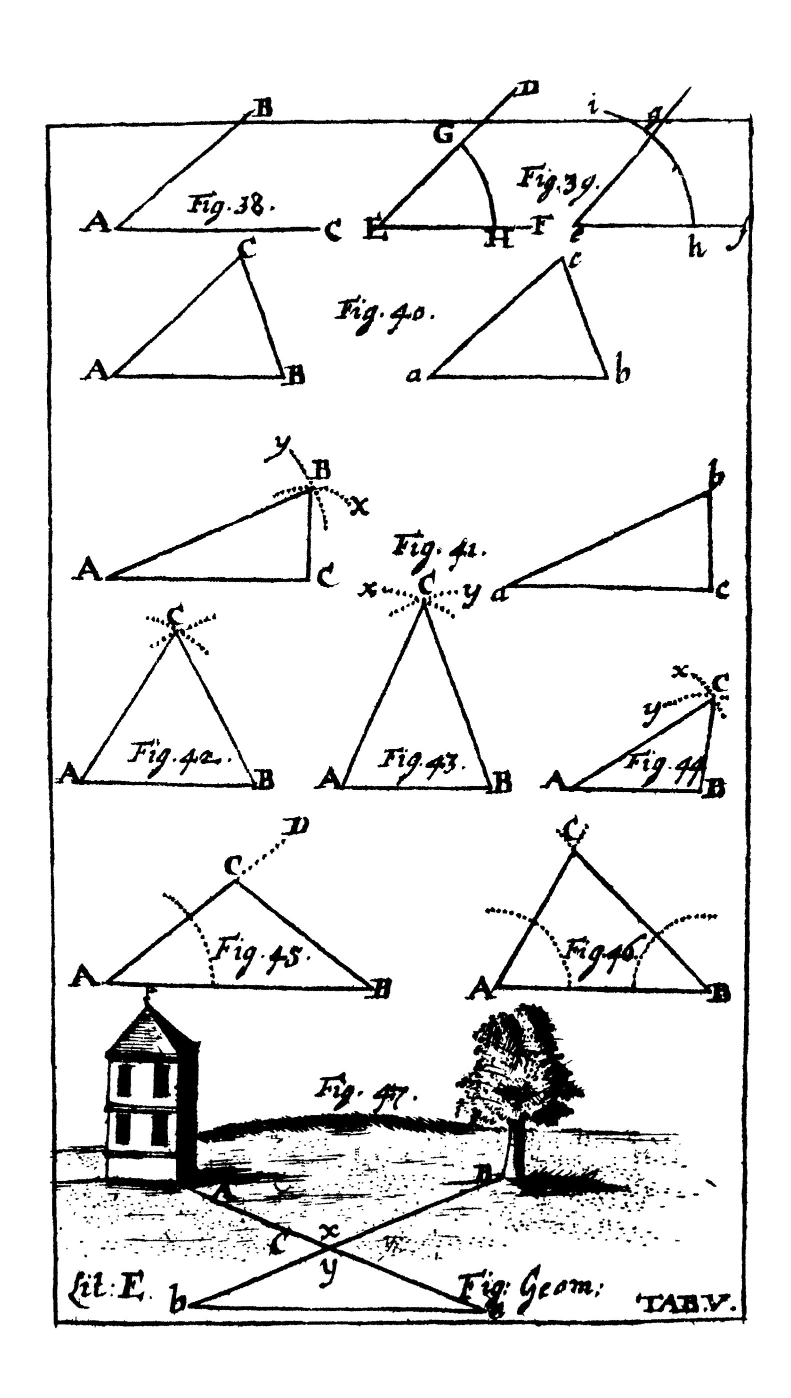


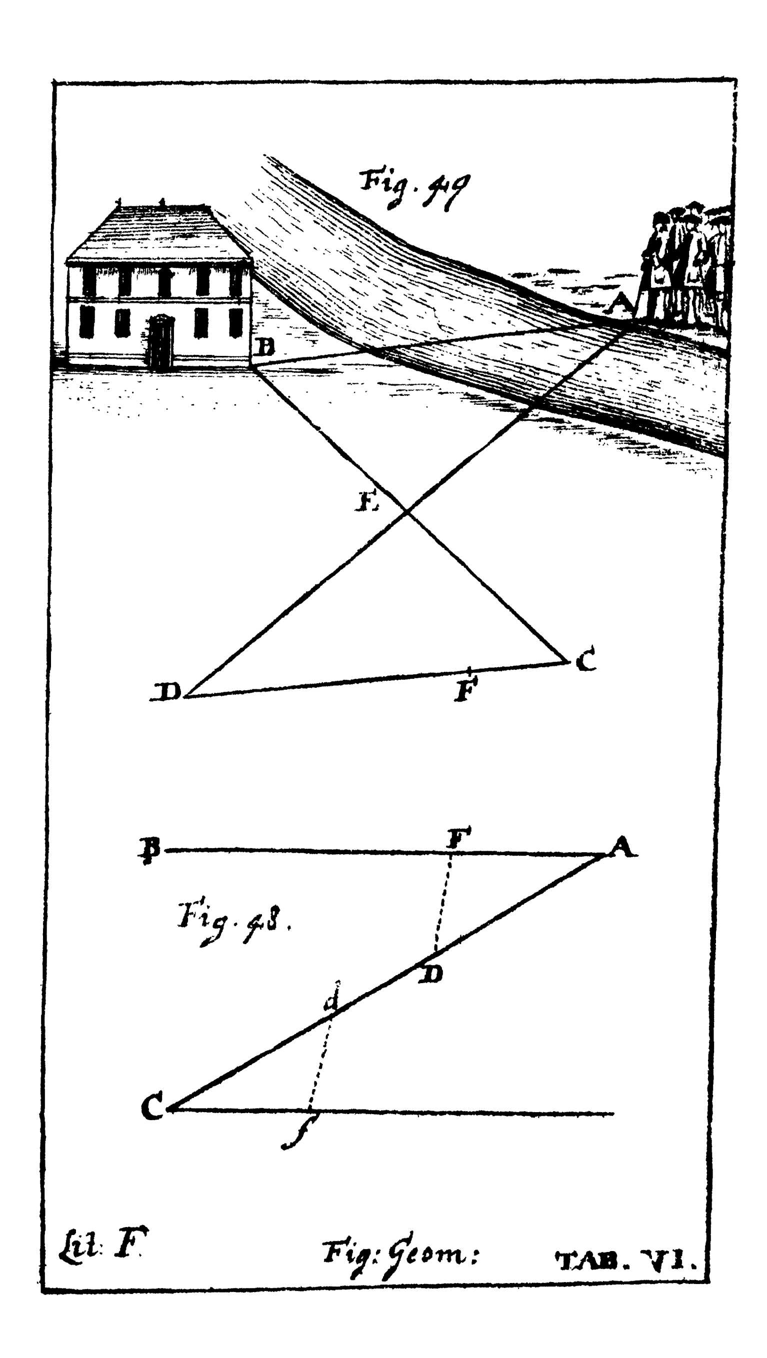
A B
Fig. 1.
A B
Fig. 2.
A
C
D
A
Fig. 3.
E
C
E
G
B
D
Fig. 4.
A E C
A
Fig. 5.
C B D
Fig. 6.
E
Fig. 7.
F
B
Fig. 8.
A C
Fig. 9.
D
B
Fig. 10.
A C
B
Fig. 11.
A C
Lit: A.
Figuræ Geom.
TAB. I.

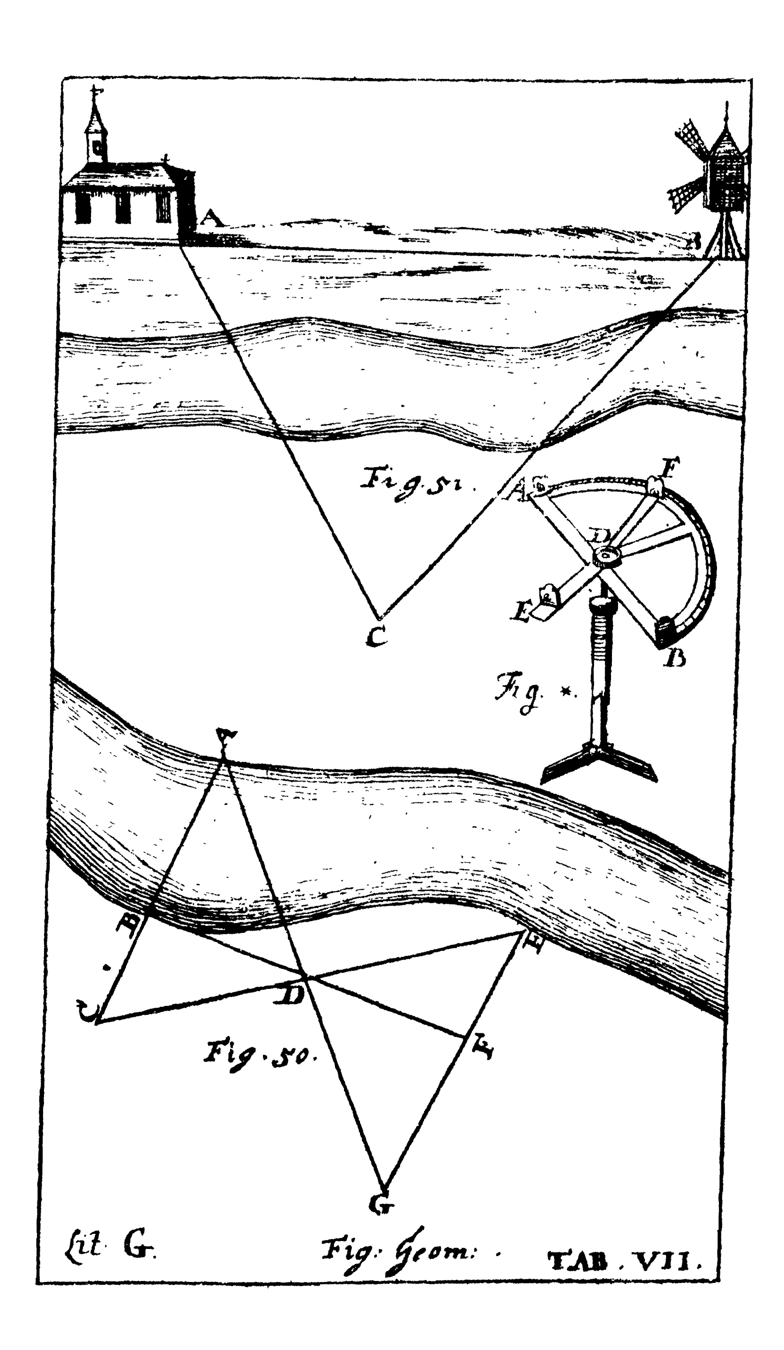

B
A
Fig. 12
C
I
H
Fig. 13
K
B
C
Fig. 14
A
D
E
H
Fig. 15
F
G
K
L
Fig. 16
I
M
O
P
Fig. 17
N
Q
S
Z
Fig. 18
T
V
Fig. 19
B
A
C
Fig. 20
F
D
E
H
G
Fig. 21
I
L
K
Lit: B.
Fig: Geom.
TAB. II.


Fig. 22.
Fig. 23
Fig. 24
Fig. 25
n. 1
n. 2
Fig. 26.
Fig. 28.
Fig. 29
Lit. C
Fig: Geom.
TAB. III.


Fig. 30
Fig. 31
Fig. 32
Fig. 33
Fig. 34
Fig. 35
Fig. 36
Fig. 37
Fig Geom TAB. IV


Fig. 38.
Fig. 39.
Fig. 40.
Fig. 41.
Fig. 42.
Fig. 43.
Fig. 44.
Fig. 45.
Fig. 46.
Fig. 47.
Lit. E.
Fig. Geom.
TAB. V.


Fig. 49
B
E
D
F
C
B
F
A
Fig. 48.
D
d
C
f
Lit. F.
Fig: Geom:
TAB. VI.


A
B
Fig. 51.
C
A
F
D
E
B
Fig. *.
A
B
C
D
E
F
Fig. 50.
G
Lit. G.
Fig. Geom.
TAB. VII.

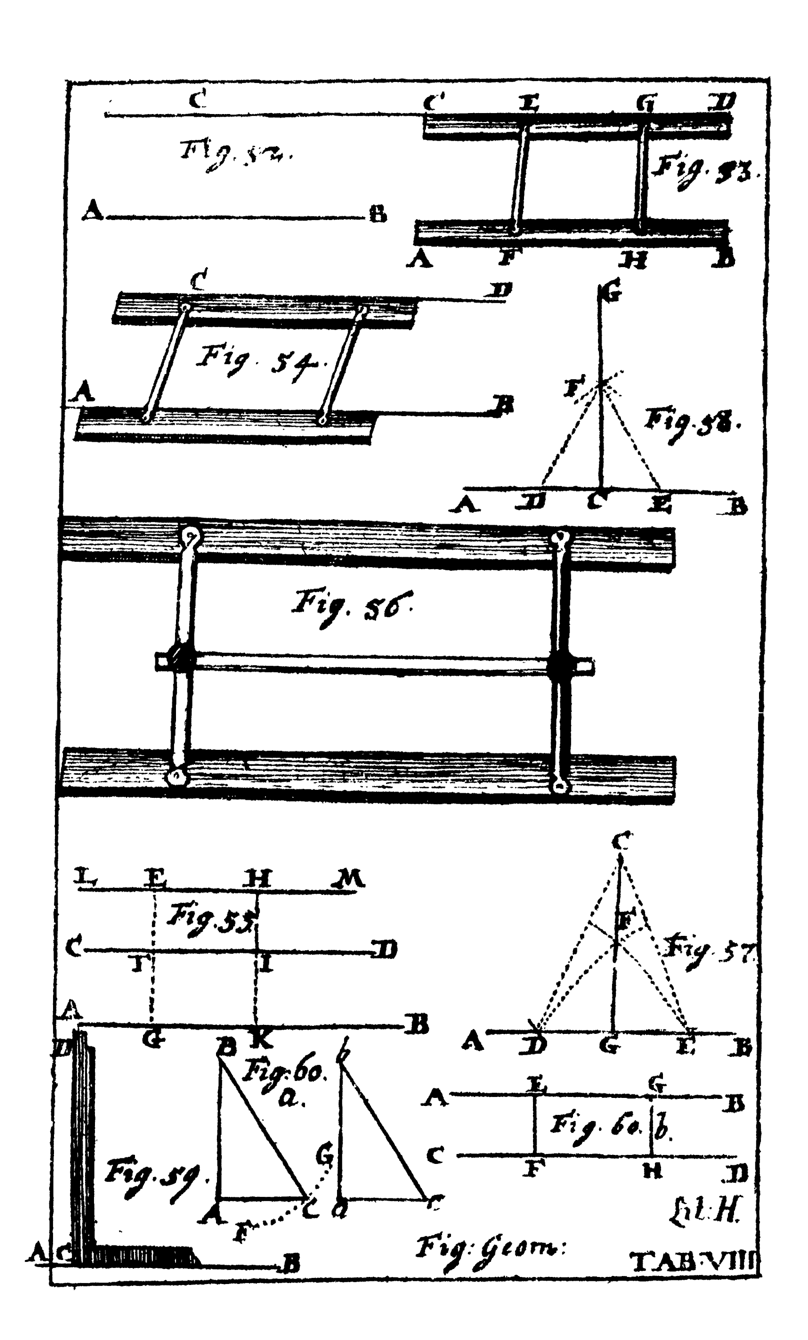
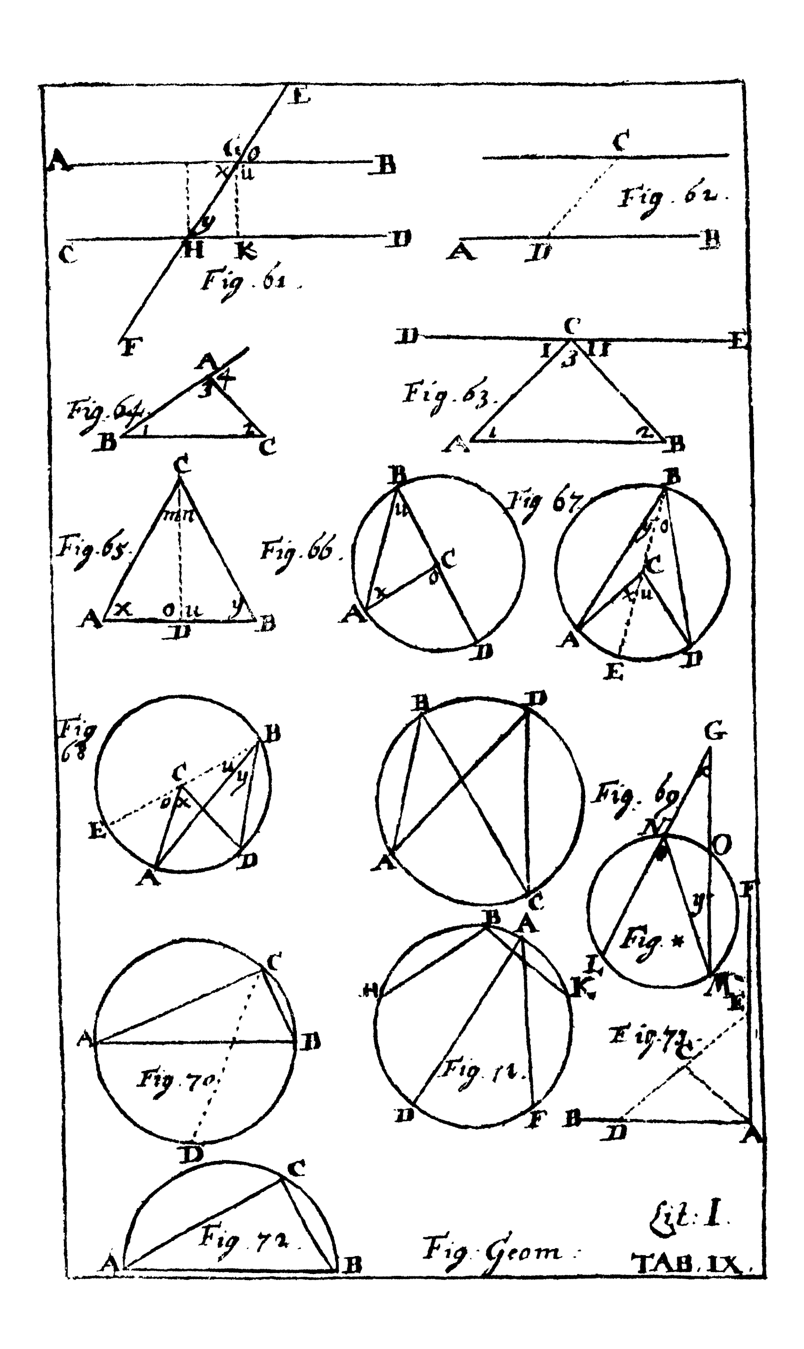


Fig. 52.
Fig. 53.
Fig. 54.
Fig. 58.
Fig. 56.
Fig. 55.
Fig. 57.
Fig. 60. a.
Fig. 59.
Fig. 60. b.
Fig: Geom:
TAB: VIII


Fig. 61.
Fig. 62.
Fig. 63.
Fig. 64.
Fig. 65.
Fig. 66.
Fig 67.
Fig 68
Fig. 69
Fig. *
Fig. 70.
Fig. 71.
Fig. 72.
Fig. 73.
Fig. Geom.
Lit: I.
TAB. IX.

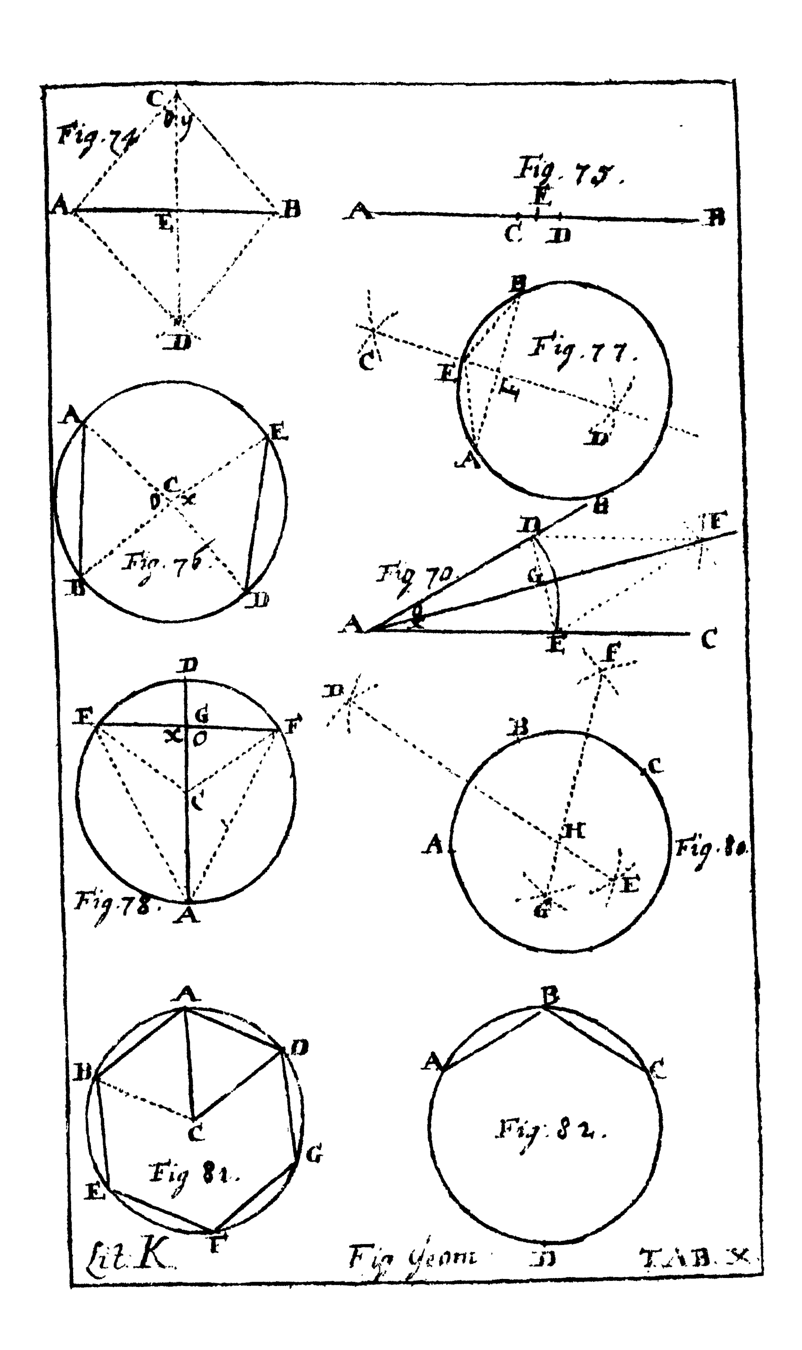
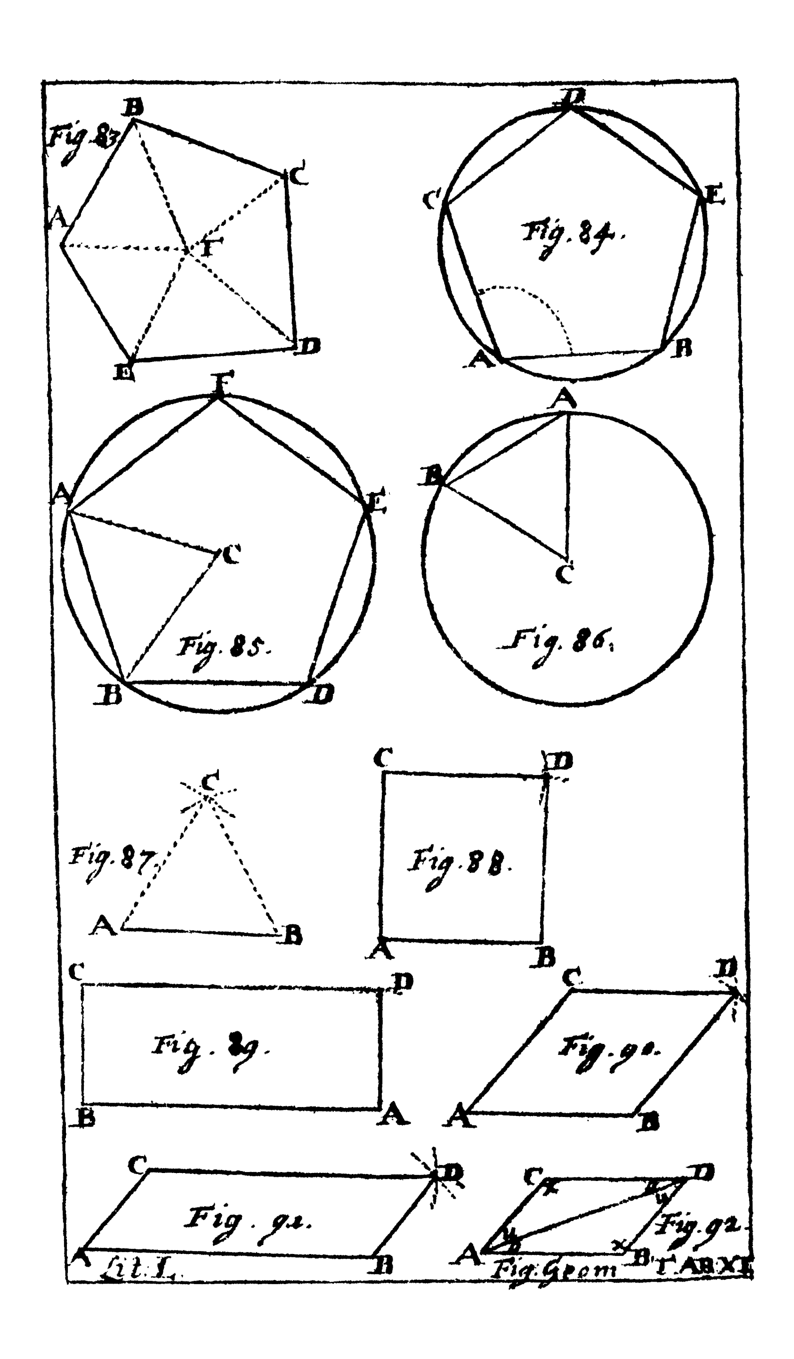
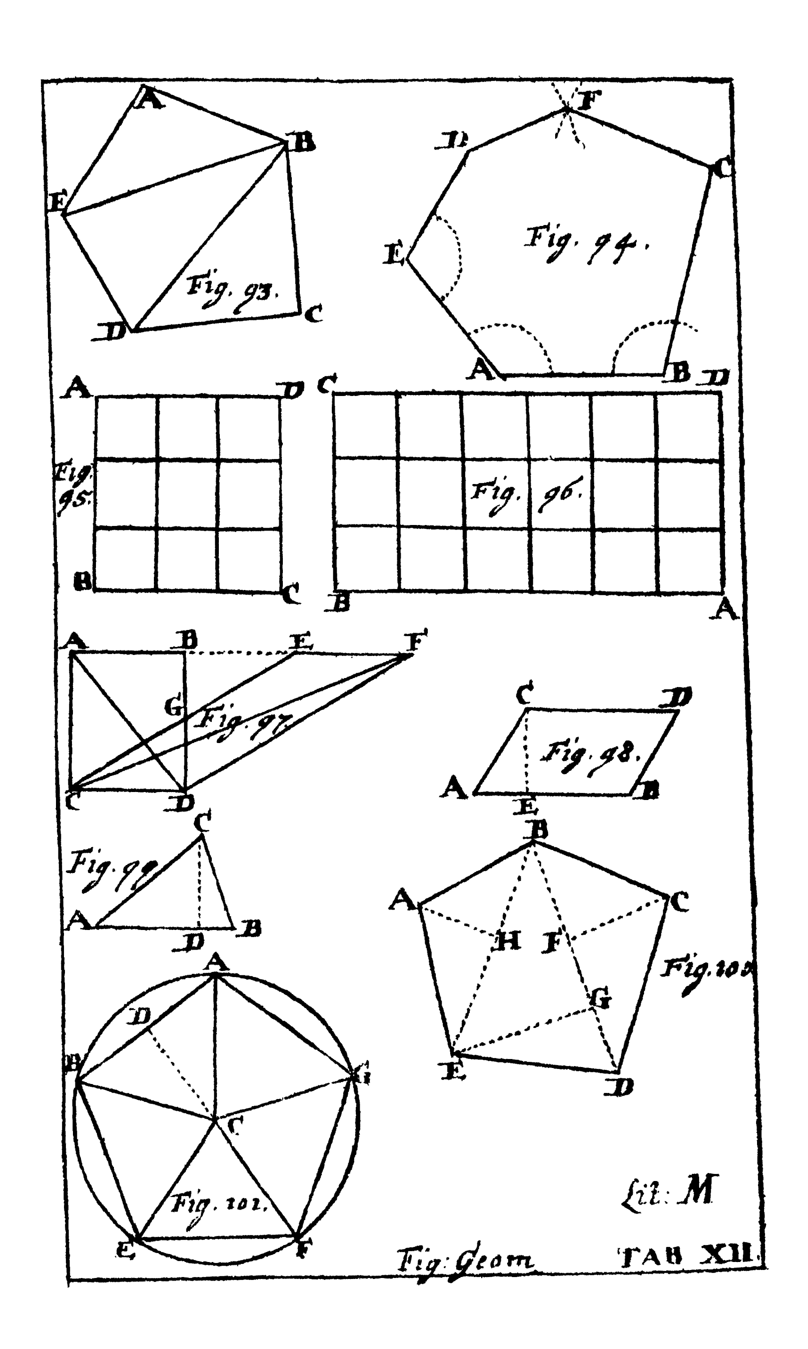
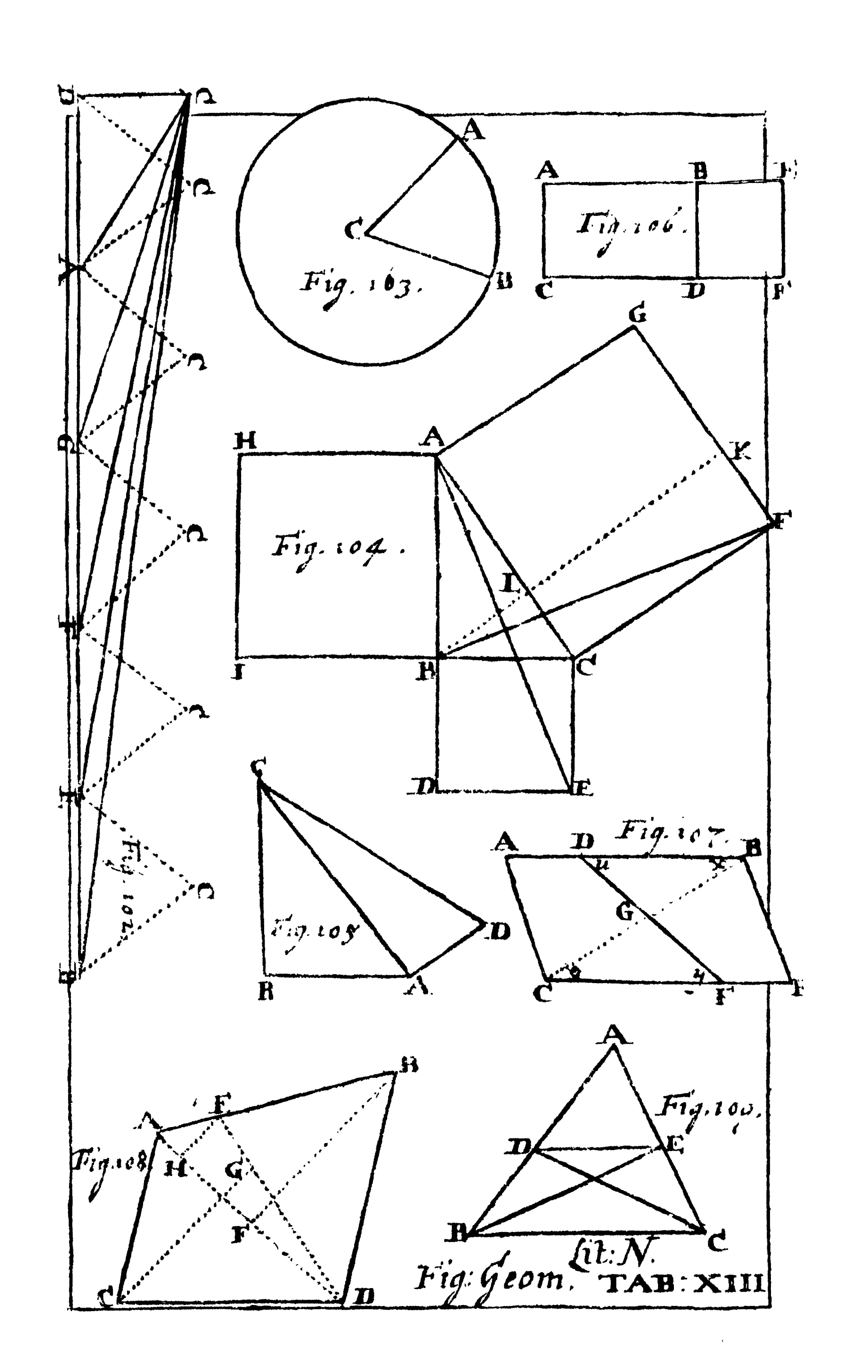


Fig. 74
Fig. 75.
Fig. 77.
Fig. 76
Fig. 70.
Fig. 78.
Fig. 80
Fig. 81.
Fig. 82.
Lit. K.
Fig. Geom.
TAB. X.

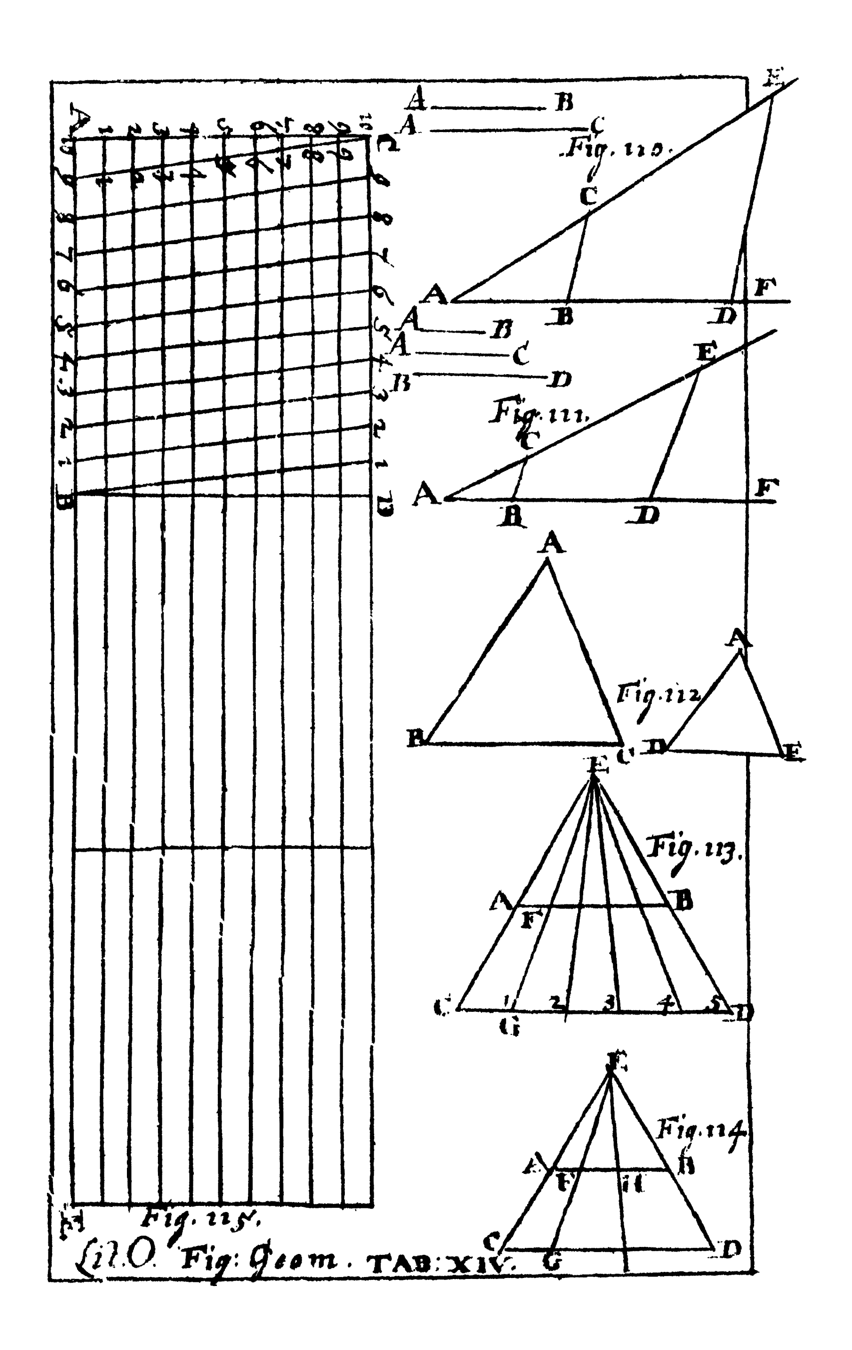

Fig. 83
Fig. 84.
Fig. 85.
Fig. 86.
Fig. 87.
Fig. 88.
Fig. 89.
Fig. 90.
Fig. 91.
Fig. 92.
Lit. L.
Fig. Geom
TAB XI

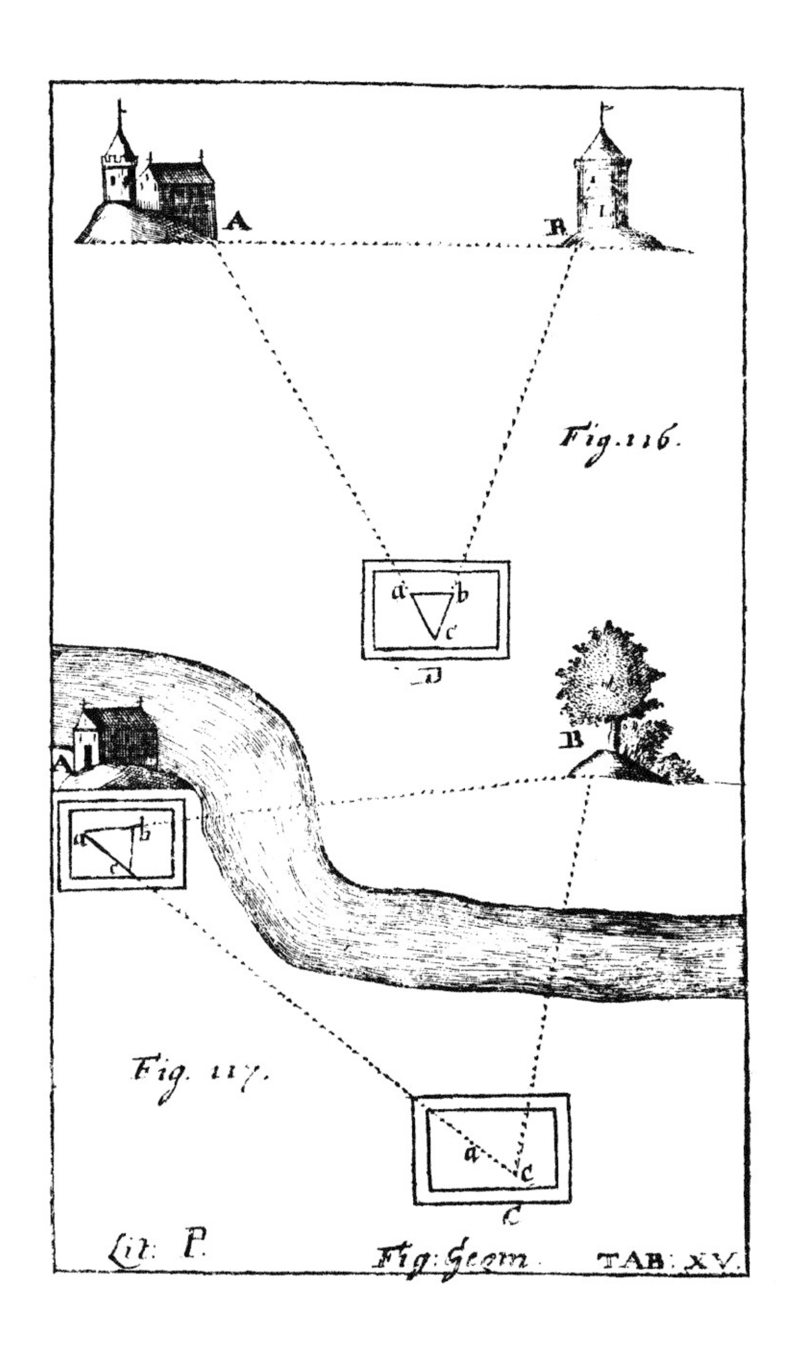


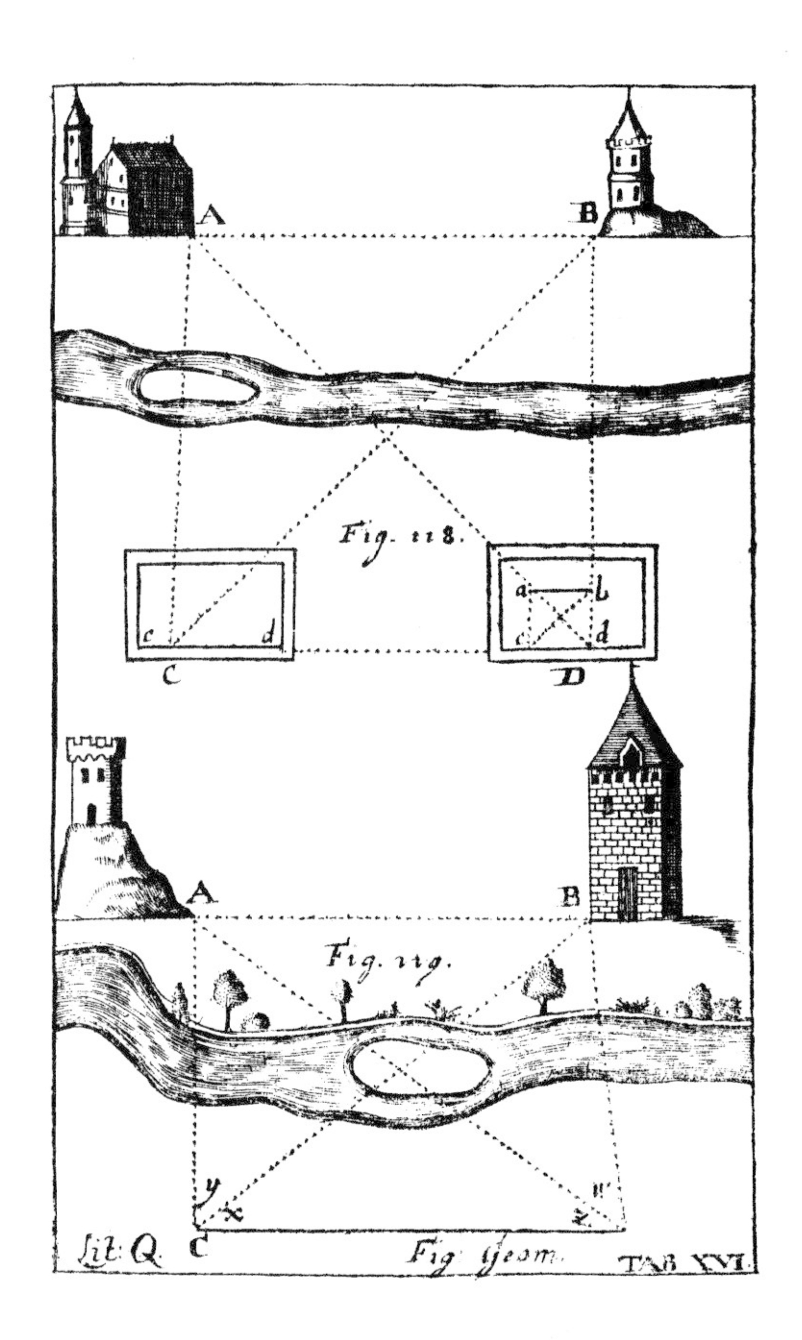

A
B
E
D
C
Fig. 93.
F
D
C
E
Fig. 94.
A
B
D
A
D
Fig. 95.
B
C
C
Fig. 96.
B
A
A
B
E
F
G
Fig. 97.
C
D
C
D
Fig. 98.
A
E
B
Fig. 99
C
A
D
B
B
A
C
H
F
G
Fig. 100
E
D
A
D
B
G
C
Fig. 101.
E
F
Lit: M
Fig: Geom
TAB XII.

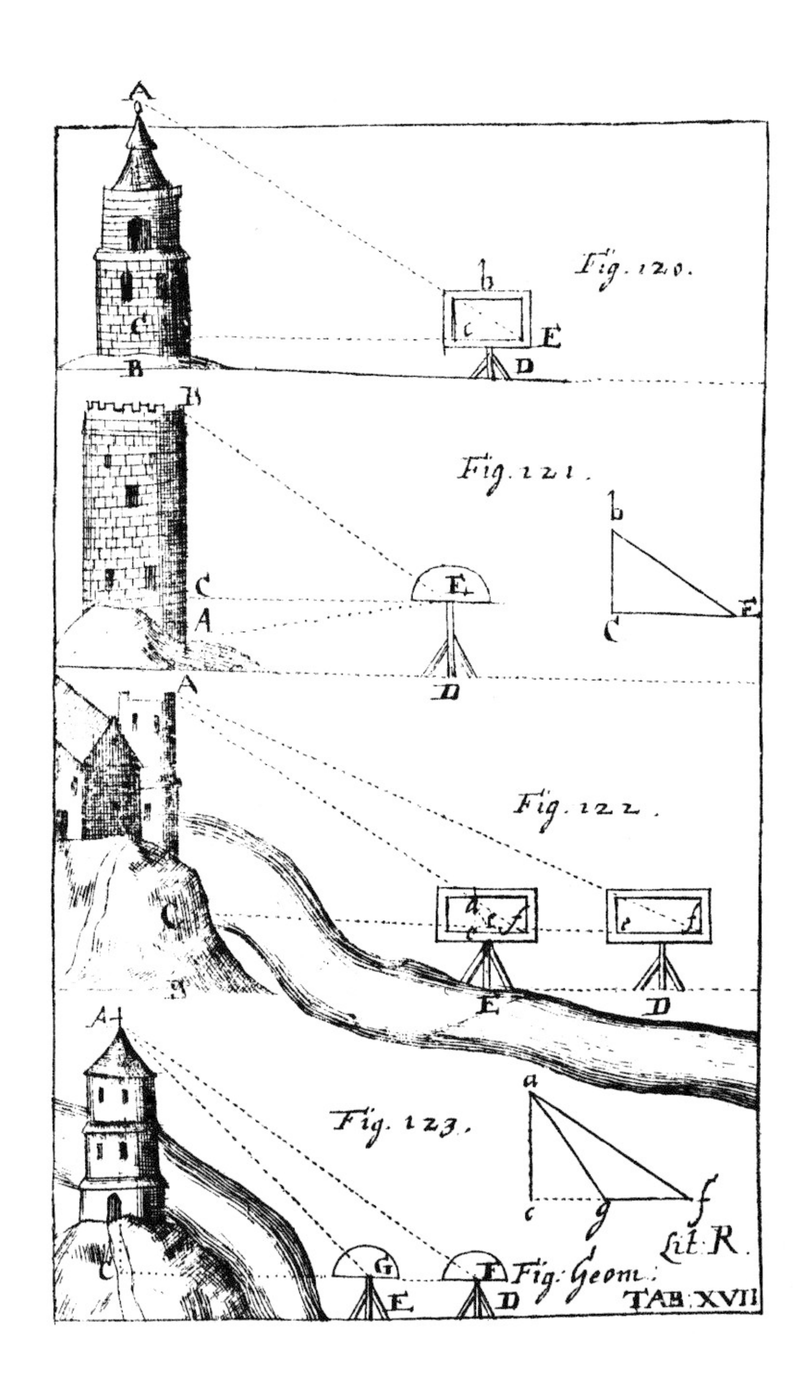

Fig. 103.
Fig. 106.
Fig. 104.
Fig. 102.
Fig. 105
Fig. 107.
Fig. 108.
Fig. 100.
Lit: N.
Fig: Geom. TAB: XIII

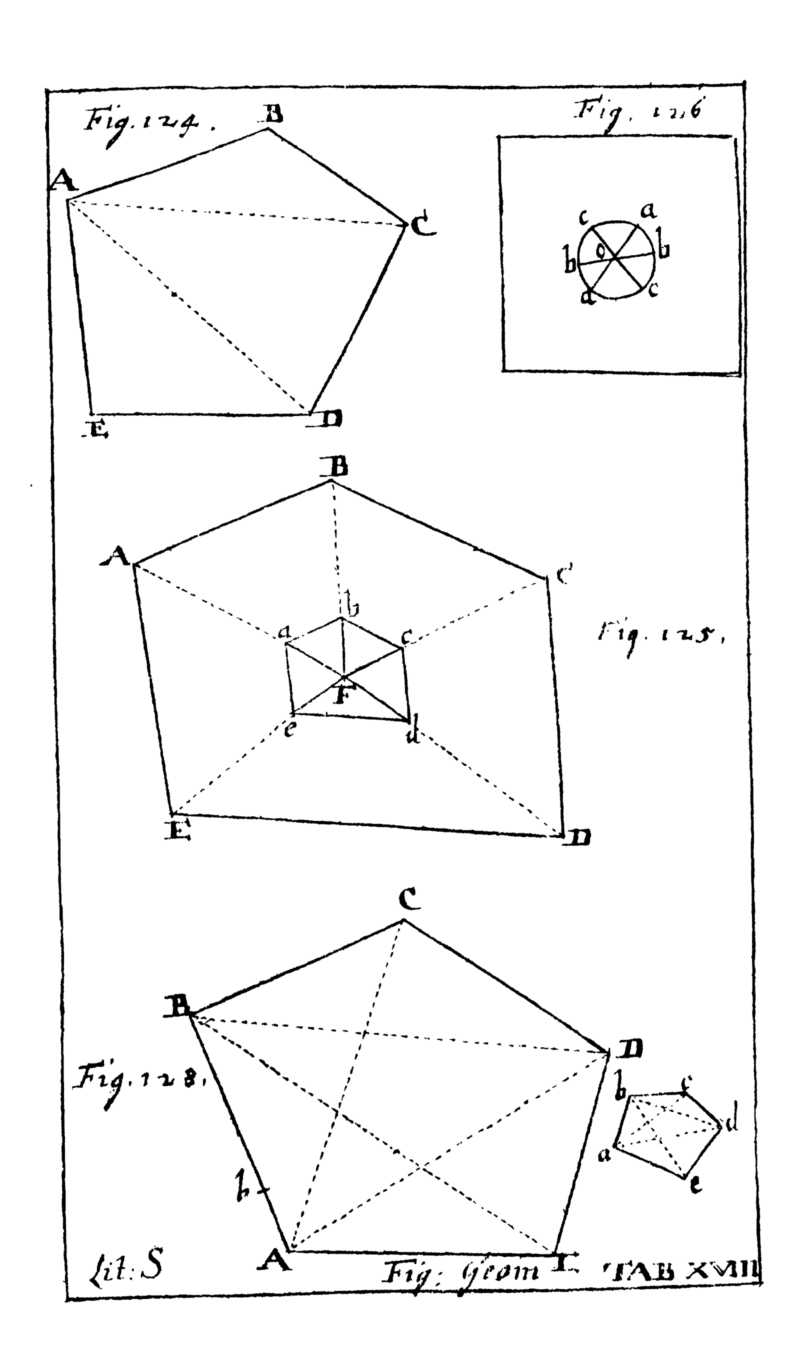


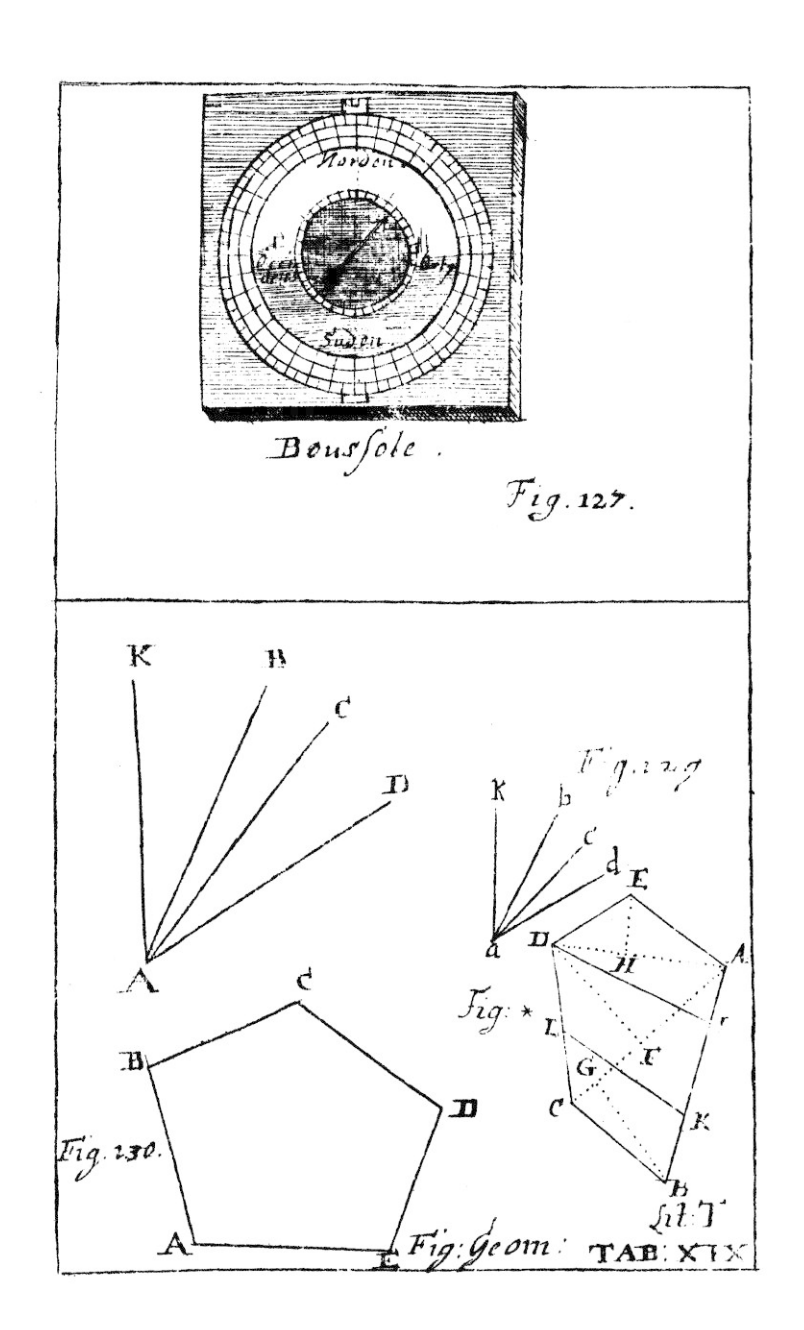

Fig. 110.
Fig. 111.
Fig. 112
Fig. 113.
Fig. 114
Fig. 115.
Fig: Geom. TAB: XIV.

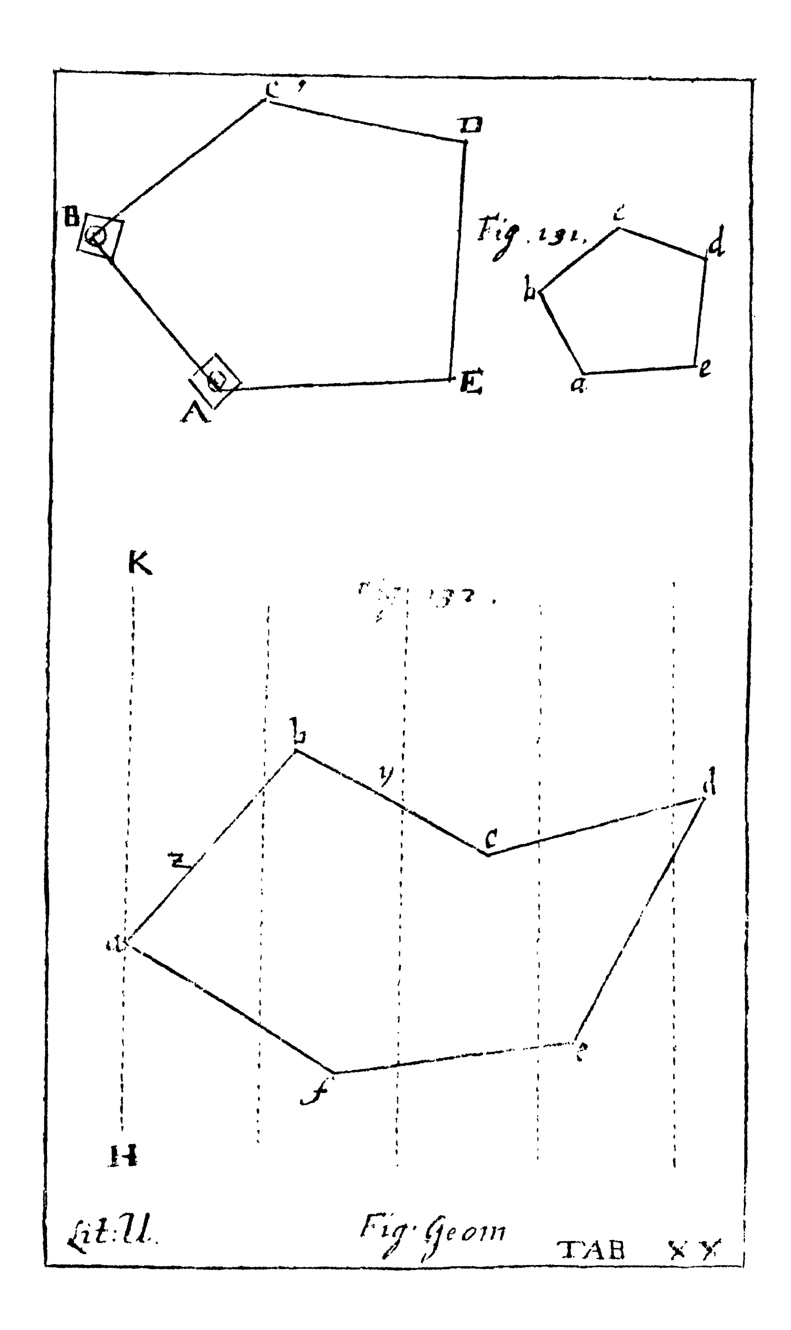

A
B
Fig. 116.
a
b
c
D
B
A
a
b
c
Fig. 117.
a
c
C
Lit: P.
Fig: Geom.
TAB: XV.

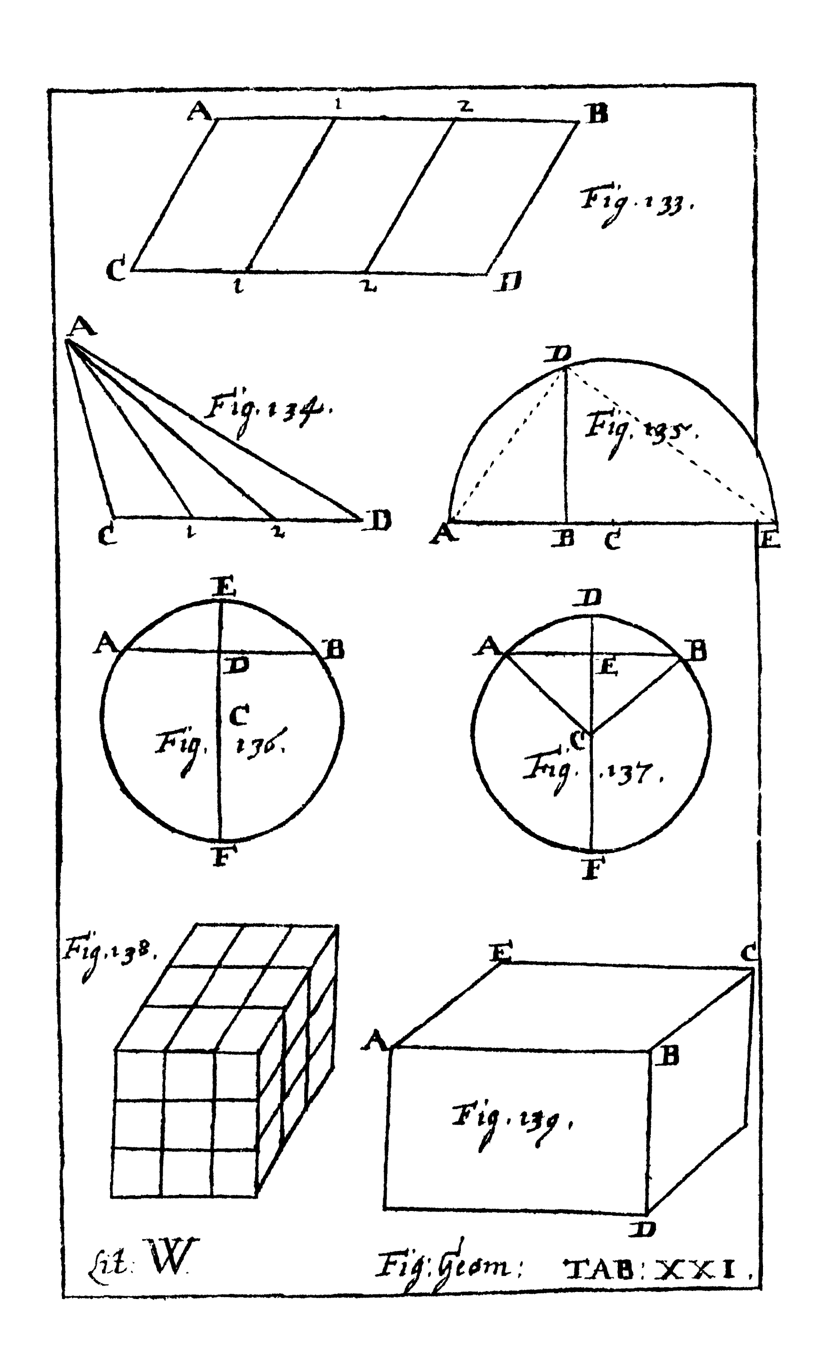

A
B
Fig. 118.
a
b
c
d
C
D
A
B
Fig. 119.
y
x
w
z
C
Lit: Q.
Fig: Geom.
TAB XVI.

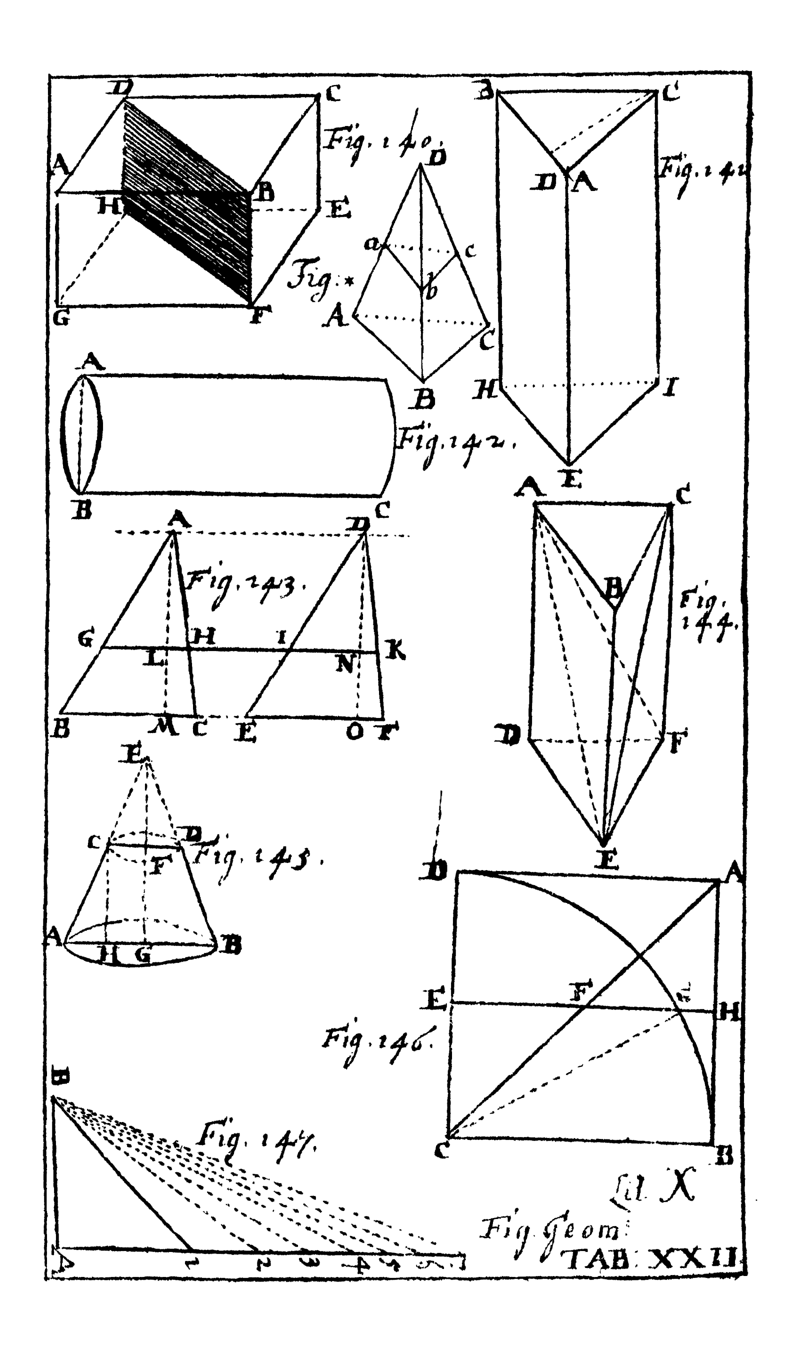

Fig. 120.
Fig. 121.
Fig. 122.
Fig. 123.
Lit. R.
Fig. Geom.
TAB. XVII

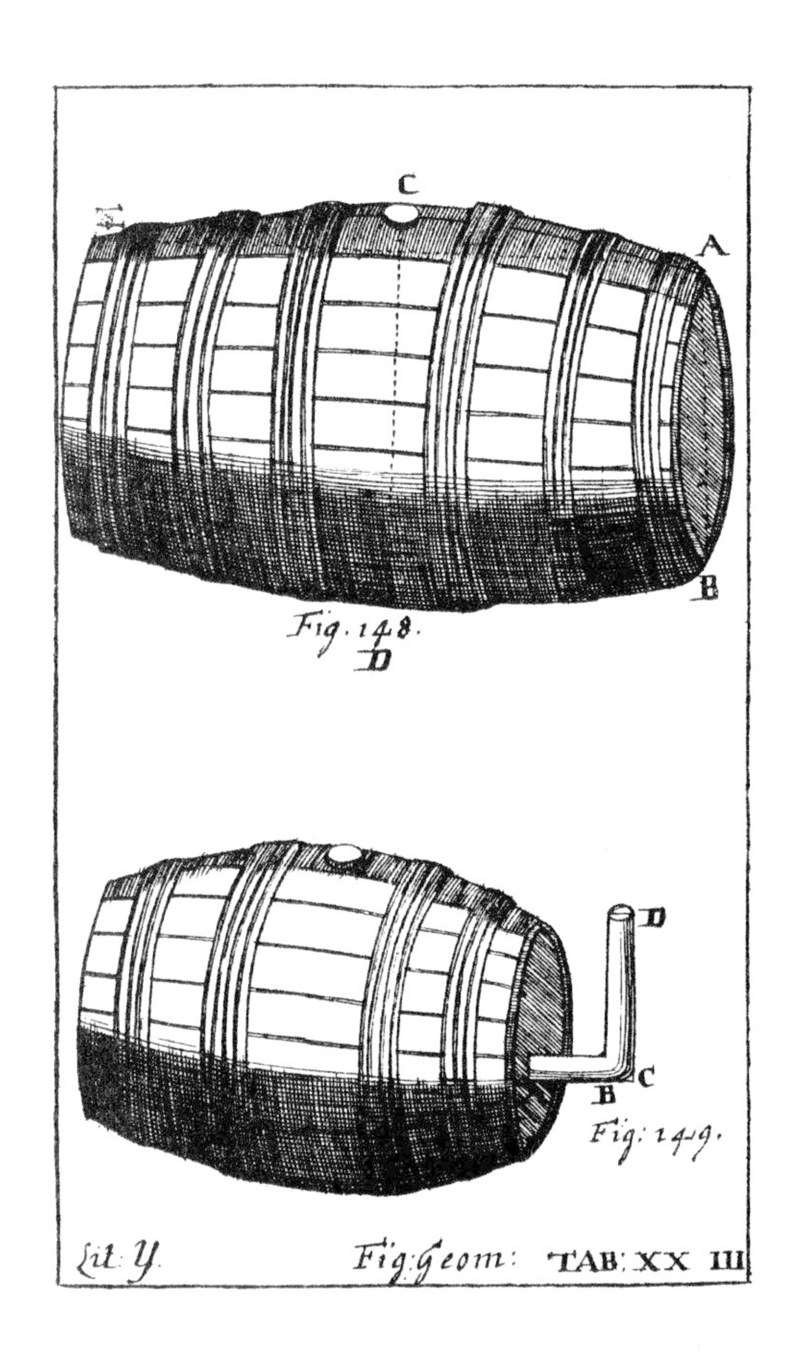

Fig. 124.
A
B
C
D
E
Fig. 126
c
a
b
o
b
a
c
B
A
C
a
b
c
F
e
d
E
D
Fig. 125.
C
B
D
Fig. 128.
b
c
d
a
e
h
A
E
Lit: S
Fig: Geom
TAB XVIII

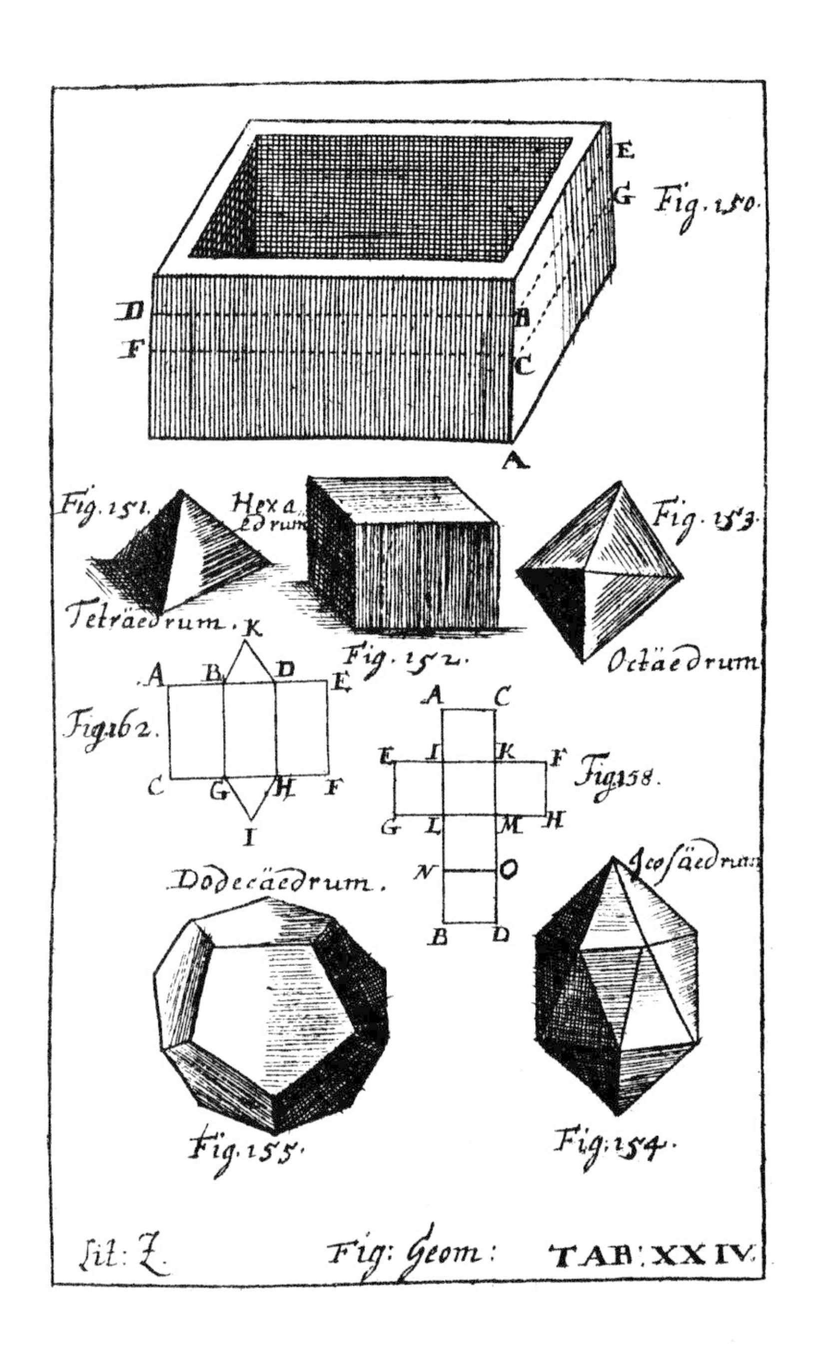

Norden
Suden
Boussole.
Fig. 127.
K
B
C
D
A
Fig. 129
K
b
c
d
a
E
D
H
A
Fig: *
L
F
G
C
K
B
Lit. T
C
B
D
Fig. 130.
A
E
Fig: Geom:
TAB: XIX

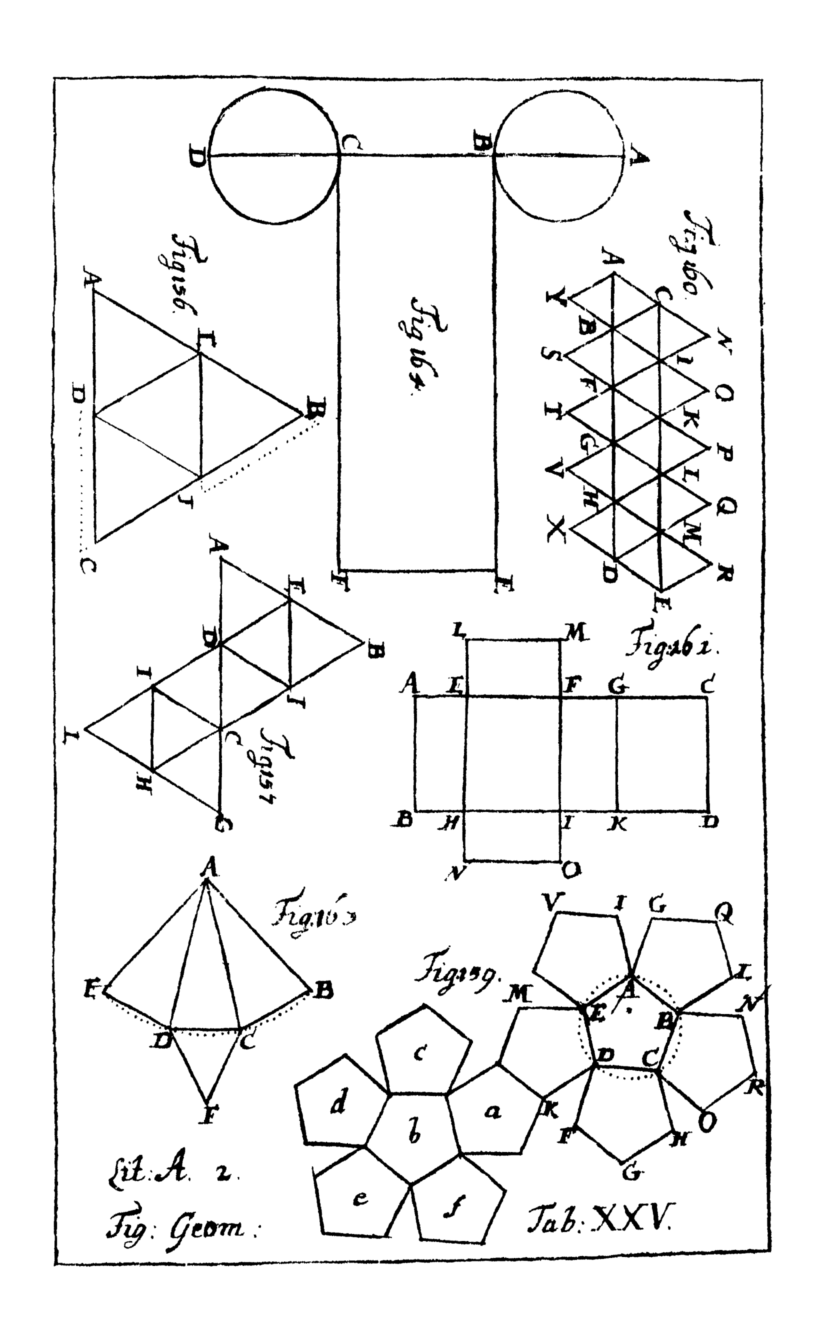

C
D
B
Fig. 191.
c
d
b
A
E
a
e
K
Fig. 192.
b
y
d
z
c
a
e
f
H
Lit: U.
Fig. Geom
TAB XX


A
1
2
B
Fig. 133.
C
1
2
D
A
Fig. 134.
C
1
2
D
D
Fig. 135.
A
B
C
E
E
A
B
D
C
Fig. 136.
F
D
A
B
E
C
Fig. 137.
F
Fig. 138.
E
C
A
B
Fig. 139.
D
Lit: W.
Fig: Geom: TAB: XXI.


Fig. 140.
Fig. *
Fig. 141.
Fig. 142.
Fig. 143.
Fig. 144.
Fig. 145.
Fig. 146.
Fig. 147.
Lit. X
Fig. Geom.
TAB. XXII.


C
A
B
Fig. 148.
D
D
B
C
Fig: 149.
Lit: Y.
Fig: Geom:
TAB: XX III


E
G
Fig. 150.
D
B
F
C
A
Fig. 151.
Hexaedrum
Fig. 153.
Tetraëdrum.
K
Fig. 152.
Octäedrum
A
B
D
E
Fig. 162.
C
G
H
F
I
A
C
E
I
K
F
Fig. 158.
G
L
M
H
Dodecäedrum.
N
O
B
D
Icosäedrum
Fig. 155.
Fig. 154.
Lit: Z.
Fig: Geom:
TAB: XXIV.


Fig 164.
Fig 156.
Fig 160.
Fig 161.
Fig 157.
Fig 163
Fig 159.
Lit: A. 2.
Fig: Geom:
Tab: XXV.

Anfangs-Gründe

der

Trigonometrie.



Vorrede.

Geehrter Leser,

Die Trigonometrie kommt einem Anfänger zwar gantz schlecht vor, und solte er meinen, es wäre an ihrer Erkenntniß wenig, ja gar nichts gelegen. Allein alle Verständige in der Mathematick wissen, daß wir der vortreflichsten Erfindungen würden beraubt werden,

wenn man uns die Trigonometrie nehmen wolte. Wir wüsten nichts von der Grösse der Sterne, ihrer Entfernung von der Erde, ihrer Bewegung, denen Sonn- und Mondfinsternissen, der Grösse der Erdkugel und andern unzehligen Dingen mehr, wenn wir nicht diese Wissenschaft hätten. Ihr habt demnach die Trigonometrie anzusehen, als eine Kunst, die verborgensten Dinge an das Tagelicht zu bringen. Derowegen erlernet dieselbe mit Fleiß, und erwartet mit Geduld, bis ihr in den folgenden Theilen der Mathematick, zum Theil auch aus diesen Anfangs-Gründen, ihren unaussprechlichen Nutzen erkennen lernet. Wenn euch aber der Glaube in die Hand kommen wird; so lernet inskünftige vorsichtiger von dem Nutzen der Sachen urtheilen.

Anfangs-Gründe der Trigonometrie.

Die 1. Erklärung.

1.

Die Trigonometrie ist *eine Wissenschaft, aus drey gegebenen Theilen eines Triangels die übrigen drey zu finden*, nemlich aus zwo Seiten AB und AC und einem Winckel C, die übrigen beyden Winckel A und B nebst der Seite BC; aus zween Winckeln und einer Seite die übrigen Seiten; und aus drey Seiten die Winckel.

Tab. I. Fig. 1.

Die 2. Erklärung.

2. **Die halbe Sehne AD eines Bogens AB heisset der *SINUS* des Bogens AE, ingleichen des Bogens AI, welche die Helften der Bogen AEB und AIB sind.**

Tab. I. Fig. 2.

Der 1. Zusatz.

3. Derowegen stehet der Sinus eines Bogens AD auf dem Radio des Circuls EC perpendicular (§. *125 Geom.*): und also sind die Sinus verschiedener Bogen mit einander parallel (§. *106 Geom.*).

Der 2. Zusatz.

4. Weil der Bogen AE das Maaß des

Winckels ACE, und der Bogen AI das Maaß des Winckels ACI ist (§. 17 *Geom.*); so ist auch AD der Sinus derselben Winckel.

Der 3. Zusatz.

Tab. I. Fig. 2. 5. Und also haben zween Winckel ACE und ACI, die neben einander auf einer Linie EI stehen, einerley Sinum AD.

Die 3. Erklärung.

6. Die Linie EF, welche auf dem Ende des Radii EC perpendicular aufgerichtet wird, heisset des Bogens AE und folglich des Winckels ECA *TANGENS*; FC aber desselben Bogens und Winckels *SECANS*.

Die 4. Erklärung.

7. Hingegen ED wird sein *SINUS VERSUS*, und AG (=DC) der Sinus des Bogens AH, welcher mit EA 90 Grad machet, der *SINUS COMPLEMENTI*, oder auch *COSINUS* genennet. Eben dieses Bogens AH Tangens HK wird der *TANGENS COMPLEMENTI*, oder *COTANGENS*; der Secans aber KC desselben Bogens der *SECANS COMPLEMENTI* oder *COSECANS* genennet.

Die 5. Erklärung.

8. Endlich der *RADIUS* EC heisset der *SINUS TOTUS*.

Zusatz.

Zusatz.

9. Weil der Radius EC der Sinus des Quadranten EH ist; so ist der Sinus totus der Sinus eines rechten Winckels (§. *56 Geom.*).

Der 1. Lehrsatz.

10. **Die Sinus ähnlicher Bogen BC und EF haben gegen ihre Radios BA und ED einerley Verhältniß.** Tab. I. Fig. 3.

Beweiß.

Wenn die Bogen BG und EH einander ähnlich sind, so hat jeder gleich viel Grade (§. *46 Geom.*), und also sind die Winckel A und D einander gleich (§. *17, 54 Geom.*). Nun sind bey C und F rechte Winckel (§. 3). Derowegen ist: wie der Radius AB zum Sinu BC, so der Radius ED zum Sinu EF (§. *183 Geom.*). W. Z. E. W.

Anmerckung.

11. Daher hat man dem Sinui toti in einem jeden Circul insgemein 10000000 Theile zugeeignet, und durch Hülfe der Geometrie ausgerechnet, wie viel derselben der Sinus und Tangens von jedem Grade, ja einer jeden Minute, durch den gantzen Quadranten bekommt. Und solchergestalt sind die Tabulæ Sinuum und Tangentium entstanden, welche man in der Trigonometrie nöthig hat: wie in folgenden Aufgaben umständlicher gezeiget wird.

Die 1. Aufgabe.

12. **Aus dem gegebenen Sinu AD eines Bogens AE den Sinum Complementi DC oder AG zu finden.** Tab. I. Fig. 2.

Auflösung.

1. Ziehet das Quadrat des gegebenen Sinus AD von dem Quadrate des Sinus totius AC ab, so bleibt das Quadrat des Sinus Complementi DC übrig (§. 172 Geom).
2. Aus diesem ziehet die Quadrat-Wurtzel (§. 97 Arithm), so komt der Sinus Complementi DC oder AG heraus.

Die 2. Aufgabe.

Tab. I. Fig. 4. 13. Aus dem gegebenen Sinu AD eines Bogens AE und dem Sinu Complementi DC den Sinum AM des halben Bogens AL zu finden.

Auflösung.

1. Ziehet den Sinum Complementi DC von dem Sinu toto EC ab, so bleibet der Sinus versus ED übrig.
2. Das Quadrat desselben addiret zu dem Quadrate des gegebenen Sinus AD, so komt das Quadrat der Sehne AE heraus (§. 172 Geom.).
3. Hieraus ziehet die Quadrat-Wurtzel (§. 97 Arithm.): so habt ihr die Sehne AE.
4. Endlich halbiret dieselbe: so bekommt ihr AM den Sinum des verlangten Bogens AL (§. 2)

Die 3. Aufgabe.

Tab. I. Fig. 5. 14. Aus dem gegebenen Sinu BG und Cosinu GC eines Bogens FB den Sinum DE des doppelten Bogens DFB zu finden.

Auf-

Auflösung.

In den Triangeln CGB und DEB sind die Winckel bey E und G rechte Winckel (§. 3), und der Winckel B ist beyden Triangeln gemein. Derowegen ist auch: wie der Sinus totus CB zu GC dem Sinu Complementi des Bogens FB, so der doppelte Sinus dieses Bogens DB zu dem verlangten Sinu DE des doppelten Bogens DFB (*§. 183 Geom.*). Da nun die ersten drey gegeben sind, so könnet ihr den vierten durch die Regel Detri (*§. 113 Arithm.*) finden.

Die 4. Aufgabe.

15. **Aus zween gegebenen Sinibus FG und DE zweener Bogen FA und DA, deren Unterscheid DF nicht über 45 Minuten ist, den Sinum IL eines Bogens IA, der zwischen sie fällt, zu finden.**

Tab. I. Fig. 6.

Auflösung.

1. Suchet zu den Bogen DF, IF und dem Unterscheide der gegebenen Sinuum DH die vierte Proportional-Zahl (*§. 113 Arithm.*).
2. Dieselbe addiret zu dem kleinen der gegebenen Sinuum FG, so komt der Sinus IL heraus.

Beweiß.

Weil der Bogen DF nur etliche wenige Minuten hat, so kan man ihn für eine gerade

Linie halten. Da nun IL mit DH parallel ist (§. 3); so ist: wie DF der Unterscheid der Bogen, deren Sinus gegeben werden, zu DH dem Unterscheide der gegebenen Sinuum; also IF der Unterscheid des Bogens FA, zu welchem der kleine gegebene Sinus gehöret, von dem Bogen IA, dessen Sinus verlanget wird, zu dem Unterscheide IK zwischen dem kleinen gegebenen Sinu FG und dem gesuchten IL (§. *184 Geom.*). Derowegen, wenn ihr IK zu FG addiret, so muß nothwendig der verlangte Sinus IL heraus kommen (§. *18 Arithm.*). W. Z. E. W.

Die 5. Aufgabe.

16. **Einiger Bogen Sinus ohne die vorhergehenden Aufgaben zu finden.**

Auflösung.

1. Weil die Seite des Sechseckes oder die Sehne von 60 Graden dem Radio oder Sinui toti gleich ist (§. *135 Geom.*): so dürfet ihr nur den Sinum totum halbiren, wenn ihr den Sinum von 30 Graden verlanget (§. 2).

Tab. I. Fig. 7.

2. Weil die Seite des Vierecks AB die Sehne von 90 Graden, und ihr Quadrat denen beyden Quadraten BC und AC (das ist, da BC = AC (§. *45 Geom.*) dem Quadrat BC zwey mal genommen) gleich

gleich ist (§. 172 *Geom.*); so dupliret das Quadrat des Sinus totius, und ziehet aus dem Producte die Quadrat-Wurtzel (§. 97 *Arithm.*): alsdann bekommt ihr die Sehne von 90°, deren Helfte der Sinus von 45° ist.

Anmerckung.

17. Aus diesen Sinibus kan man durch die vorhergehenden Aufgaben die übrigen finden, wie ich in meinen Element. Trigon. §. 25. ausführlich gezeiget habe, wenn man nur noch die Seite des regulären Fünfeckes gefunden hat, wie in der Algebra angewiesen wird. Zwar hat man, um die Arbeit zu erleichtern, noch mehrere Aufgaben erdacht, die hin und wieder in den Trigonometrischen Schriften zu finden sind: allein, da die Tabulæ Sinuum schon construiret sind, und wir weiter nichts, als die Möglichkeit ihrer Verfertigung zu zeigen, gesonnen sind; so halten wir es vor unnöthig, ein mehreres davon zu gedencken, und zeigen nur noch an, wie man die Tangentes und Secantes aus den Sinibus hat finden können.

Die 6. Aufgabe.

18. **Aus dem gegebenen Sinu eines Bogens AD den Tangentem FE zu finden.** Tab. I. Fig. 2.

Auflösung.

Weil bey D und E rechte Winckel sind (§. 3, 6); so ist die Linie AD mit EF parallel (§. 106 *Geom.*), und demnach verhält sich der Sinus Complementi DC zu dem Sinu AD, wie der Sinus totus CE zu dem Tangente EF (§. 184 *Geom.*).

Die

Die 7. Aufgabe.

Tab. I. Fig. 2.

19. **Aus dem gegebenen Sinu eines Bogens AD den Secantem desselben FC zu finden.**

Auflösung

Vermöge dessen, was bey der vorhergehenden Aufgabe ist erwiesen worden, verhält sich: wie der Sinus complementi DC zum Sinu toto AC, so der Sinus totus EC zu dem Secante FE: und also kan man den letzteren durch die Regel Detri finden (*§. 113. Arithm.*).

Anmerckung.

20. Weil die Sinus und Tangentes grosse Zahlen sind, welche das Multipliciren und Dividiren in der Trigonometrie sehr beschwehrlich machen; so hat Johannes Nepper, ein Schottländischer Baron, und nach ihm Heinrich Brigge, ein Engelländer, gewisse Zahlen ersonnen, welche man an statt der ordentlichen Zahlen mit grossem Vortheile in der Rechnung brauchen kan, indem sie das Multipliciren in das Addiren, und das Dividiren in das Subtrahiren verwandeln. Sie werden Logarithmi genennet, und sind nicht allein für alle Sinus und Tangentes, sondern auch für die gemeinen Zahlen von 1 bis 10000, zuweilen auch weiter in den gewöhnlichen Tabulis Sinuum und Tangentium zu finden. Von denselben müssen wir noch mit wenigem handeln.

Die 6. Erklärung.

21. *Wenn eine Reihe Zahlen in geometrischer Proportion, und andere in arithmetischer fortgehen; so heissen die*

in der letztern die *LOGARITHMI* der erstern.

Anmerckung.

22. Es seyn die beyden Reihen Zahlen

1. 2. 4. 8 16. 32. 64. 128. 256. 512
0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9

unter welchen die erstern in einer geometrischen, die andern in einer arithmetischen Proportion fortgehen; so ist 0 der Logarithmus von 1, 1 der Logarithmus von 2, 2 der Logarithmus von 4, 7 der Logarithmus von 128 u. s. w.

Der 2. Lehrsatz.

23. **Wenn der Logarithmus von Eins 0 ist, so ist der Logarithmus des Products gleich der Summe der Logarithmorum der in einander multiplicirten Zahlen.**

Beweiß.

Weil sich verhalt 1 zu der einen Zahl, wie die andere zu dem Producte (*§. 21 Arithm.*); so ist der Logarithmus des Products die vierte arithmetische Proportionalzahl zu den Logarithmis von 1 und den in einander multiplicirten Zahlen (§. 21). Da nun der Logarithmus von Eins 0 ist; so ist der Logarithmus des Products die Summe aus den Logarithmis der in einander multiplicirten Zahlen (*§. 108 Arithm.*). W. Z. E. W.

Anmerckung.

24. Z. E. 3 die Summe der Logarithmorum 1 und 2 ist der Logarithmus von 8 dem Producte der

beyden Zahlen 2 und 4. Wiederum 7 die Summe der Logarithmorum 2 und 5, ingleichen 4 und 3, ist der Logarithmus von 128 dem Producte aus den beyden Zahlen 4 und 32, ingleichen 8 und 16.

Der 1. Zusatz.

25. Weil in einem Quadrate die beyden Zahlen, welche in einander multipliciret werden, gleich sind (§. 88 *Arithm.*); so ist der Logarithmus des Quadrats dem Logarithmo der Wurtzel, zweymal genommen, gleich (§. 23).

Anmerckung.

26. Also ist 4 der Logarithmus von der Quadrat-Zahl 16 zwey mal so groß, wie 2 der Logarithmus von der Wurtzel 4; und 6 der Logarithmus von der Quadrat-Zahl 64 ist zwey mal so groß, wie 3 der Logarithmus von der Wurtzel 8.

Der 2. Zusatz.

27. Derowegen ist die Helfte eines Logarithmi der Logarithmus der Wurtzel aus der ihm zugehörigen Zahl.

Anmerckung.

28. Also ist die Helfte des Logarithmi 8 der Logarithmus der Wurtzel 16 aus der Quadrat-Zahl 256.

Der 3. Zusatz.

29. Weil die drey Zahlen, durch deren Multiplication in einander eine Cubic-Zahl entstehet, einander gleich sind (§ 89 *Arithm.*); so ist der Logarithmus einer Cubic-Zahl drey mal so groß, wie der Logarithmus der Wurtzel (§. 23).

An-

Anmerckung.

30. Also ist 9 der Logarithmus von der Cubic-Zahl 512 dreymal so groß, als 3 der Logarithmus von der ihr zugehörigen Wurtzel 8.

Der 4. Zusatz.

31. Derowegen ist der Logarithmus der Cubic-Wurtzel der dritte Theil des Logarithmi der Cubic-Zahl.

Anmerckung.

32. Z. E. 2 der Logarithmus von 4 ist der dritte Theil des Logarithmi 6 von der Cubic-Zahl 64.

Der 3. Lehrsatz.

33. **Wenn der Logarithmus von Eins 0 ist, so ist der Logarithmus des Quotienten der Unterscheid zwischen den Logarithmis der beyden Zahlen, die man durch einander dividiret.**

Beweiß.

Weil sich Eins zu dem Quotienten verhält, wie der Divisor zum Dividendo (§. 20 *Arithm.*); so ist der Logarithmus des Quotienten die vierte arithmetische Proportional-Zahl zu den Logarithmis des Divisoris, des Dividendi und Eins (§. 21). Derowegen, da der Logarithmus von Eins 0 ist, so muß der Logarithmus des Quotienten der Unterscheid von den Logarithmis des Divisoris und Dividendi seyn (§. 108 *Arithm.*). W. Z. E. W.

Zusatz.

34. Man findet also den Logarithmum von

von einem Bruche, wenn man den Logarithmum des Zehlers von dem Logarithmo des Nenners abziehet, und vor das überbliebene das Zeichen der Subtraction — setzet (§. 52 *Arithm.*).

Die 1. Anmerckung.

35. Also ist 2 der Unterscheid zwischen 5 und 7 der Logarithmus des Quotienten 4, welcher heraus kommt, wenn man die dazu gehörigen Zahlen 128 und 32 durch einander dividiret. Ingleichen 5 die Differentz zwischen 3 und 8 ist der Logarithmus von 32 dem Quotienten, der heraus kommt, wenn man 256 durch 8 dividiret. Hingegen —1, der Unterscheid zwischen 0 und 1 ist der Logarithmus von $\frac{1}{2}$.

Die 2. Anmerckung.

36. Hieraus erhellet, wie die Logarithmi das Multipliciren in Addiren, das Dividiren in Subtrahiren, die Ausziehung der Quadrat-Wurtzel in Halbiren und die Ausziehung der Cubic-Wurtzel in das Dividiren durch 3 verwandeln.

Die 8. Aufgabe

37. **Für eine jede Zahl den gehörigen Logarithmum zu finden.**

Auflösung.

1. Weil 1, 10, 100, 1000, 10000 u. s. w. in einer geometrischen Proportion fortgehen, so kan man ihre Logarithmos nach Gefallen annehmen. Nehmet also davor an 0. 00000000, 1. 00000000, 2. 00000000, 3. 00000000, 4. 00000000 u. s. w. damit ihr die Logarithmos der Zahlen, die zwi-

zwischen 1 und 10, zwischen 10 und 100, zwischen 100 und 1000, u. s. w. fallen, ohne Brüche finden könnet.

2. Nun ist zwar klar (§. 21), daß vor die Zahlen, welche zwischen 1 und 10, zwischen 10 und 100, zwischen 100 und 1000 und so weiter, fallen, keine Logarithmi genau können gefunden werden. Unterdessen lassen sich Logarithmi für Zahlen finden, die von ihnen um so einen kleinen Bruch unterschieden sind, als man nur verlanget, und daher in trigonometrischen Rechnungen, ohne einigen mercklichen Fehler, für die Logarithmos derselben Zahlen selber können gehalten werden: welches sich am füglichsten in einem Exempel zeigen lässet. Wir wollen das gemeine Exempel behalten, welches man zu geben pfleget, weil es beschwehrlich ist, ein neues zu rechnen und demnach setzen, man solle den Logarithmum von 9 finden. Suchet zwischen 1 und 10 mit sieben Nullen vermehret, die mittlere geometrische (§. *112 Arithm.*), und zwischen ihren Logarithmis die mittlere arithmetische Proportional-Zahl (§. *107 Arithm.*); so habt ihr den Logarithmum von der Zahl C in beygesetzter Tafel. Hierauf suchet ferner die mittlere Proportional-Zahl.

D		B und C
E		B und D
F		B und E
G		B und F
H		G und F
I		G und H
K		H und I
L		H und K
M		H und L
N		L und M
O		M und N
P		M und O
Q	zwischen	O und P
R		P und Q
S		P und R
T		R und S
V		S und T
X		S und V
Y		V und X
Z		V und Y
a		V und Z
b		V und a
c		a und b
d		a und c
e		c und d

und jederzeit zwischen den zugehörigen Logarithmis die arithmetische mittlere Proportional-Zahl; so bekommt ihr endlich nach vieler Arbeit 0.95424251 den Logarithmum vor eine Zahl, die etwas grösser ist, als 9, jedoch

jedoch weniger als um $\frac{1}{100000000}$. Daher könnt ihr denselben vor den Logarithmum von 9 annehmen.

	Mittlere Proportional-Zahlen.	Logarithmi.
A	1.0000000	0.00000000
B	10.0000000	1.00000000
C	3.1622777	0.50000000
D	5.6234132	0.75000000
E	7.4989421	0.87500000
F	8.6596432	0.93750000
G	9.3057204	0.96875000
H	8.9768713	0.95312500
I	9.1398170	0.96093750
K	9.0579777	0.95703125
L	9.0173333	0.95507812
M	8.9970796	0.95410156
N	9.0072008	0.95458983
O	9.0021388	0.95434570
P	8.9996088	0.95422363
Q	9.0008737	0.95428467
R	9.0002412	0.95425415
S	8.9999250	0.95421889
T	9.0000831	0.95424652
V	9.0000041	0.95424271
X	8.9999650	0.95424080
Y	8.9999845	0.95424217
Z	8.9999943	0.95424223
a	8.9999992	0.95424247
b	9.0000016	0.95424259
c	9.0000004	0.95424253
d	8.9999998	0.95424250
e	9.0000000	0.95424251

3. Ihr dürfet aber nicht aller Zahlen Logarithmos auf eine so mühsame Art suchen; sondern, wenn einige Zahlen aus Multiplication anderer, deren Logarithmos ihr schon habt, erwachsen, so dürfet ihr nur dieselben Logarithmos addiren (§. 23). Kommen einige Zahlen heraus, wenn ihr andere, deren Logarithmos ihr bereits gefunden habt, durch einander dividiret; so dürfet ihr nur die erwehnten Logarithmos von einander subtrahiren (§. 33) u. s. w. (§. 25, 27, 29, 31). Z. E. Wenn ihr den Logarithmum von 9 halbiret, so kommt 0,4771212 5 der Logarithmus von 3, weil 9 das Quadrat von 3 ist (§. 27).

Die 9. Aufgabe.

38. **Den Logarithmum vor einen gegebenen Sinum zu finden.**

Auflösung.

Wenn die logarithmischen Tafeln auf so große Zahlen ausgerechnet wären, als die Sinus sind; so dürftet ihr nur die ihnen zugehörigen Logarithmos aus denselben ausschreiben. Allein, weil sie insgemein nur bis 10,000, und in den allergrössesten in des **Heinrichs Brigs** Arithmetica Logarithmica bis 100,000 gehen; so könnt ihr dieses nicht practiciren. Nun liessen sie sich zwar auch nach der vorhergehenden Aufgabe finden: allein die Mühe und Arbeit wäre fast unüberwindlich.

lich. Derowegen bedienet man sich folgender Manier, die zwar in der geometrischen Schärfe nicht eintrift, doch, wenn man sich insonderheit der großen Tafeln bedienet, nahe genug der Wahrheit trit.

1. Schneidet zur Lincken 4 oder 5 Ziffern ab, und suchet ihren Logarithmum in den Tafeln.
2. Vermehret die erste Zahl mit so viel Einheiten, als zur Rechten Zahlen übrig bleiben.
3. Ziehet den ausgeschriebenen Logarithmum von dem nächstfolgenden in den Tafeln ab.
4. Sprechet: wie die Differentz der Zahlen, zu welchen beyde gedachte Logarithmi gehören, zu der Differentz der Logarithmorum; also die überbliebenen Zahlen zu der logarithmischen Differentz, die ihr suchet, und durch die Regel Detri finden könnt.
5. So bald ihr selbige gefunden, addiret sie zu dem ausgeschriebenen Logarithmo: die Summe ist der verlangte Logarithmus.

Z. E. Man soll den Logarithmum Sinus von 25 Graden suchen. Dieser ist in den gewöhnlichen Tabulis Sinuum 4226183. Schneidet die ersten vier Ziffern zur Lincken 4226 ab, und weil 3 übrig bleiben, so vermehret ihren Logarithmum 3.6259295 in der Characteristica oder ersten Zahl 3 um 3, so ist

6.6259295 der Logarithmus von 4226000. Da nun die Differentz zwischen den Logarithmis von 4226 und 4227 welche beyde Zahlen um 1 von einander unterschieden, und also auch von 4226000 und 4227000, deren Unterscheid 1000 ist, 1027 gefunden wird, so sprechet:

1000 : 1027 = 183
183
―――
3081
8216
1027
―――
187941,

und ihr bekommt die logarithmische Differentz 188, welche zu dem Logarithmo 6.6259295 addiret, den Logarithmum Sinus von 25 Graden 6.6259483 bringet, ausser, daß die Characteristica 6 in 9 verwandelt werden muß, weil die Sinus in dem grossen Canone des Pitisci, davor die Logarithmi gesucht werden, aus grössern Zahlen bestehen, als in den gemeinen Tafeln. Solchergestalt ist der verlangte Logarithmus Sinus 9.6259483.

Zusatz.

39. Weil die Sinus nichts anders sind, als grosse Zahlen, deren Logarithmi in den Tafeln nicht stehen; so ist klar, daß man auf eben solche Weise die Logarithmos für grössere

sere Zahlen finden kan, als in den Tafeln stehen.

Anmerckung.

40. Unerachtet man die Sinus nach einem grossen Radio gesucht hat, damit man sie desto genauer finden mögte; so wird doch der Sinus totus in den gemeinen Tafeln, um Weitläufftigkeit in der Rechnung zu vermeiden, nur 10000000 angenommen, damit auch von den Sinibus hinten einige Zahlen wegbleiben können. Unterdessen behält doch der Logarithmus seine zu dem grossen Sinu gehörige Characteristicam. Denn die erste Zahl des Logarithmi wird die Characteristica genennet, weil man daraus siehet, zwischen welche Haupt-Zahlen der Logarithmus fällt. Nemlich, wenn sie 0 ist, fällt er zwischen 1 und 10; ist sie 1, zwischen 10 und 100; ist sie 2, zwischen 100 und 1000, u. s. w. (§. 37).

Die 10. Aufgabe.

41. **Den Logarithmum eines Tangentis zu finden.**

Auflösung.

1. Addiret die Logarithmos des Sinus und Sinus totius.
2. Von der Summe ziehet den Logarithmum Sinus complementi ab, so bleibt der Logarithmus Tangentis übrig (§. 18, 23, 33).

Z. E. Ihr suchet den Logarithmum Tangentis von 23 Graden. Addiret

Logar. Sin. 23°	9.5918780
Logar. Sin. tot.	10.0000000
Von der Summe	19.5918780
Ziehet den Logar. compl.	9.9640261 ab,
so bleibt übrig Log. Tang	9.6278519.

Die 11. Aufgabe.

42. **Den** Logarithmum **eines** Secantis **zu finden.**

Auflösung.

1. Dupliret den Logarithmum des Sinus totius.
2. Von dem, was heraus kommt, ziehet den Logarithmum Sinus Complementi ab, so bleibt der Logarithmus Secantis übrig (§. 19, 23, 33).

3 E. Ihr suchet den Logarithmum Secantis von 23°, so geschiehet es also:

Log. Sin. tot.	10.0000000
	2
	20.0000000
Log. Sin. Compl.	9.9640261
Log. Secant.	10.0359739.

Der 4. Lehrsatz.

Tab. I. Fig. 8.

43. **In einem jeden Triangel** ABC **verhalten sich die Seiten, wie die** Sinus **der ihnen entgegen stehenden Winckel.**

Be-

Beweiß.

Man gedencke sich, es sey der Triangel ABC in einen Circul geschrieben, welches jederzeit geschehen kan (§. *127 Geom.*). So ist der halbe Bogen AB das Maaß des Winckels C (§. *113 Geom.*), und also die halbe Seite AB desselben Sinus (§. 2). Eben so ist der halbe Bogen AC das Maaß des Winckels B, und daher die halbe Seite AC der Sinus des Winckels B. Derowegen verhält sich: wie die Seite AB zu dem Sinu des ihr entgegen gesetzten Winckels C, also die Seite CA zu dem Sinu des ihr entgegen stehenden Winckels B (§. *75 Arithm.*). W. Z. E. W.

Die 12. Aufgabe.

44. **Aus der gegebenen Seite AB und zween Winckeln A und C, die Seite BC zu finden.** Tab. I. Fig. 9.

Auflösung.

Sprechet (§. 43):
Wie der Sinus des Winckels C
zu der ihm entgegen gesetzten Seite AB,
So der Sinus des Winckels A
zu der ihm entgegen stehenden Seite BC.

Z. E. Es sey C = 48° 35′, A = 57° 29′, AB = 74′; so verfahret ihr mit den Logarithmis folgendergestalt:

S 5 Log.

Log. Sin. C	9.8750142	
Log. AB	1.8692317	
Log. Sin. A	9.9259487	
Summe	11.7951804	

Log. BC 1 9201662, zu welchem in den Tafeln der Logarithmus von 83 am nächsten kommt.

Die 1. Anmerckung.

45. Wollt ihr mit den 83 Schuhen nicht zufrieden seyn, sondern noch Zolle dazu haben, so suchet diesen Logarithmum unter der characteristica 2 hinter 820 auf. Alsdenn werdet ihr finden, daß der Logarithmus von 832 ihm am allernächsten kommt, und also über 3 Schuhe noch 2 Zolle sind. Ja wollt ihr gar Linien haben, so suchet euren Logarithmum noch einmal unter der characteristica 3 hinter 8320 auf, so findet ihr, daß der Logarithmus von 8321 ihm am nächsten kommt, und also die Seite BC $8^{0}3'2''1'''$ sey. Und solchergestalt müsset ihr allezeit verfahren, wenn der Logarithmus einer Seite unter seiner characteristica nicht vollkommen zu finden ist.

Die 2. Anmerckung.

46. Weil die Auflösung der Aufgabe durch die Regel Detri geschiehet (*§. 113 Arithm.*), und daher der Sinus A mit der Seite AB multipliciret, das Product aber durch den Sinum des Winckels C dividiret werden solte; so ist klar, daß man den Logarithmum von AB zu dem Logarithmo des Sinus A addiren, und von der Summe den Logarithmum des Sinus C abziehen muß (§. 36).

Die

Die 13. Aufgabe.

47. **Aus zwo gegebenen Seiten AB und BC und einem Winckel C, der einer von ihnen entgegen stehet, die übrigen Winckel zu finden.** Tab. I. Fig. 9.

Auflösung.

I. Sprechet (§. 43):
Wie die Seite AB
zu dem Sinu des entgegen stehenden Winckels C,
So die Seite BC
zu dem Sinu des entgegen stehenden Winckels A.

Z. E. Es sey AB = 82', BC = 75', C 64° 33'. Verfahret also:

Log. AB	1.9138138
Log Sin. C	9.9556688
Log. BC	1.8750613
Summe	11.8307301

Log. Sin A 9.9169163, zu welchem in den Tafeln der Logarithmus von 55° 40' am nächsten kommt.

II. Wenn die gegebene Seite CB oder CG, welche einem gegebenen Winckel A entgegen gesetzt ist, kleiner ist, als eine andere gegebene AC; so kan der Winckel B oder G, den man suchet, so wohl ein spitziger, als stumpfer seyn, und also muß man wissen, ob der gegebene Triangel spitz-, oder stumpfwincklicht ist,

ist, und nimt man in dem andern Falle des gefundenen spitzigen Complement zu zween rechten Winckeln (§. 5).

III. Gleichwie auch in dem Falle, wenn der stumpfe Winckel G gegeben wird, an dessen statt der Sinus des neben-Winckels genommen wird, der mit ihm 180° machet (§. *cit.*).

Die 1. Anmerckung.

48. Seyd ihr mit 54 40′ nicht zufrieden, so könnet ihr noch Secunden dazu suchen. Ziehet nemlich von eurem

Logarithmo 9.9169163
den nächst kleinern 9.9168593 ab, u. mercket
die erstere Differentz 570.

Ingleichen von dem
nächst grössern 9.9169455
den nächst kleinern 9.9168593, und mercket
die andere Differentz 862.

Sprechet: 862 geben 60″, wie viel geben 570?

```
                              570
                               60
                            -----
      34200 (39″            34200,
862)  2586
      ----
       8340
       7758
      ----
        582.
```

So bekommt ihr noch 39″, und also ist der Winckel A 55° 40′ 39″.

Die

Die 2. Anmerckung.

49. Wenn ihr zween Winckel A und C habt, so könnet ihr den dritten durch die Geometrie finden (§. 104 *Geom.*): wie aus beygefügtem Exempel zu ersehen ist:

C	64°	33′	0″
A	55	40	39
A+C	120	13	39
A+C+B	179	59	60
B	59	46	21.

Die 14. Aufgabe.

50. **Aus zween Seiten AB und BC, die in einem rechtwincklichten Triangel den rechten Winckel B einschliessen, die Winckel zu finden.** Tab. II. Fig. 10.

Auflösung.

Nehmet BC für den Sinum totum an, so ist AB der Tangens des Winckels C (§. 6). Sprechet demnach:

Wie die Seite BC
zu der Seite AB;
So verhält sich der Sinus totus
zu dem Tangente des Winckels C.

Z. E. Es sey BC 79′, AB 54′; so geschiehet die Rechnung also:

Log. BC	1.8976271
Log. AB	1.7323938
Log. Sin. tot.	10.0000000
Log. Tang. C	9.8347667

, wel-
chem

chem in den Tafeln am nächsten kommt der Logarithmus Tangentis von 34° 21′. Demnach ist der Winckel C 34° 21′, der Winckel A aber 55° 39′ (§. 102 Geom.).

Lehnsatz.

51. **Wenn man zu der halben Summe zwoer Zahlen oder Größen die halbe Differenz addiret, so kommt die größere von ihnen heraus: subtrahiret man aber dieselbe von ihr, so bleibt die kleinere übrig.**

Beweiß.

Die große Zahl besteht aus der kleinern und ihrer Differenz von der großen, und also der kleinern zwey mal genommen. Da nun die halbe Summe aus der kleinen und der halben Differenz bestehet; so kommt die große heraus, wenn man die halbe Differenz dazu addiret; hingegen bleibt die kleine übrig, wenn man sie subtrahiret. W. Z. E. W.

Die 15. Aufgabe.

Tab. II. Fig. 11.

52. **Aus zwoen gegebenen Seiten eines Triangels AC und CB, nebst dem Winckel C, den sie einschliessen, die übrigen Winckel zu finden.**

Auflösung.

1. Sprechet:

Wie

Wie die Summe der beyden Seiten AC
und CB
zu ihrer Differenz;
So der Tangens der halben Summe der
beyden gesuchten Winckel A und B
zu dem Tangente der halben Differenz
derselben.

2. Addiret diese halbe Differenz zu der halben Summe, so habt ihr den Winckel B, welcher der grösten von den gegebenen Seiten entgegen gesetzt ist. Subtrahiret sie von derselben, so bleibt der Winckel A übrig (§. 51).

Z. E. Es sey AC 75', BC 58', C 108° 24'; so geschiehet die Rechnung folgendermaßen:

AC	75'	AC	75'	A+B+C	179° 69'
BC	58	BC	58	C	108 24'
AC+BC	133	AC—BC	17	A+B	71° 36'
				½(A+B)	35° 48'

Log. AC+BC	2.1238516
Log. AC—BC	1.2304489
Log. Tang. ½(A+B)	9.8580694
Summe	1.1.0885183
Log. Tang. ½(A—B)	8.9646667',

dem in den Tafeln der Logarithmus Tangentis von 5° 16' am nächsten kommt.

½(A

$\frac{1}{2}(A+B)\ 35°48'$	$\frac{1}{2}(A+B)\ 35°48'$
$5\ 16$	$5\ 16$
B $41°\ 4'$,	A $30°32'$.

Beweiß.

Verlängert die Seite AC in D, bis CD = BC, und machet CE = CB; so ist DA die Summe, EA die Differentz der beyden Seiten CB und CA, und DBE ein rechter Winckel (§. 115 *Geom.*). Man ziehe AG mit EB parallel: so ist bey G auch ein rechter Winckel (§. 106, 20 *Geom.*), und GAD = BED (§. 97 *Geom.*), ingleichen GB der Tangens des Winckels GAB, und GD der Tangens des Winckels GAD §. 6). Nun ist DCB = CBA + CAB (§. 101 *Geom.*) = CBE + CEB (§. *cit.*) = 2 CEB (§. 107 *Geom.*), und also CEB oder BED, ingleichen GAD die halbe Summe der gesuchten Winckel CBA und CAB, folglich BAG die halbe Differentz (§. 51). Derowegen verhält sich: wie DA die Summe der beyden Seiten zu EA ihrer Differentz, also DG der Tangens der halben Summe der gesuchten Winckel zu BG dem Tangente ihrer halben Differentz (§. 184 *Geom.*). W. Z. E. W.

Die 16. Aufgabe.

Tab. II. Fig. 12. 53. **Aus drey gegebenen Seiten eines Triangels die Winckel zu finden.**

Auf-

Auflösung.

1. Beschreibet aus der Spitze des Triangels A mit der kleinen Seite AB einen Circul, so ist CD [weil AB = AD (§. 44 *Geom.*),] die Summe zwoer Seiten, FC ihre Differentz.

2. Sprechet: wie die Grund-Linie des Triangels BC
   zu DC der Summe der beyden Seiten AB + AC.
   So ihre Differentz FC
   zu dem Stück der Grund-Linie GC.

3. Ziehet GC von der Grund-Linie BC ab, so bleibt BG übrig.

4. Lasset aus A einen Perpendicul AE auf BG fallen, so ist BE = $\frac{1}{2}$ BG (§. *125 Geom.*), und ihr könnet aus den beyden Seiten AB und BE in dem rechtwincklichten Triangel ABE die Winckel B und A; und in dem andern AEC aus den beyden Seiten AC und EC die Winckel C und A (§. 47) finden.

Z. E. Es sey AB = 36′, AC = 45′, BC = 40′. Die Rechnung geschiehet folgender maßen:

AB 36′	AC 45′
AC 45	AB 36
AB + AC = 81	FC = 9

Log. BC	1.6020600
Log. AB + AC	1.9084850
Log. FC	0.9542425
Summe	2.8627275
Log. GC	1.2606675,

welchem in den Tafeln der Logarithmus von 18 am nächsten kommt. Wenn man aber weiter nachsuchet (§. 45); so findet man endlich GC 1822‴.

BC 4000‴	EG 1089‴
GC 1822	GC 1822
BG 2178‴	EC 2911‴
BE 1089‴	

Log. AB	3.5563025
Log. Sin. tot.	10.0000000
Log. FB	3.0370279
Log. Sin. EAB	9.4807254,

welchem in den Tafeln der Logarithmus von 17° 36′ am nächsten kommt. Und also ist B 72° 24′.

Log. AC	3.6532125
Log. Sin. tot.	10.0000000
Log. EC	3.4640422
Log. Sin. EAC	9.8108297,

welchem in den

den Tafeln der Logarithmus von 40° 19′ am nächsten kommt. Und also ist der Winckel C 49° 41′.

Solchergestalt sind in dem Triangel ABC der Winckel A 57° 55′, B 72° 24′, und C 49° 41′.

Beweiß.

Es ist weiter nichts zu erweisen, als daß sich CB zu CD, wie CF zu CG verhält: welches auf folgende Weise geschiehet. Tab. II. Fig. 13.

Da y zu seinem Maaß den halben Bogen GFD, und x zu seinem den halben GBD hat (§. *113 Geom.*); so ist $x + y = 180°$ (§. *15, 17 Geom.*). Nun ist auch $x + o = 180°$ (§. *59 Geom.*). Derowegen ist $o = y$ (§. *32 Arithm.*). Da ferner der Winckel C den beyden Triangeln CGF und CBD gemein ist; so ist CB : CD = CF : CG (§. *183 Geom.*). W. Z. E. W.

Die 1. Anmerckung.

54. Weil BE und EC in Linien gegeben sind, so muß man auch in der Rechnung an statt 36′ für AB 3600‴, und an statt 45′ für AC 4500‴ annehmen. Tab. II. Fig. 12.

Die 2. Anmerckung.

55. Wir wollen noch mit wenigen den Nutzen der Trigonometrie in Auflösung einiger geometrischen Aufgaben zeigen.

Anhang.

Die 1. Aufgabe.

Tab. III. Fig. 15.

56. **Eine Höhe AB (z. E. eines Thurmes) zu messen, zu der man aus einem angenommenen Stande E kommen kan.**

Auflösung.

1. Messet den Winckel ADC (§. 64 *Geom.*) und die Linie BE (§. 65 *Geom.*):
2. So wisset ihr auch den Winckel A, weil bey C ein rechter Winckel ist (§. 102 *Geom.*).
3. Suchet alsdenn die Linie AC (§. 44), und
4. Addiret dazu die Höhe des Instruments DE (= BC; weil die Linien CD und BE parallel, und CB und ED auf BE perpendicular sind): so kommt die Höhe AB heraus. Wäre aber BE nicht horizontal, so müste man das Stück BC besonders messen (§. 200 *Geom.*).

Die 2. Aufgabe.

Tab. III. Fig. 16.

57. **Eine Höhe AB zu messen, zu der man nicht kommen kan.**

Auf-

Auflösung.

1. Erwehlet euch zween Stände in E und G, um so viel weiter von einander, je höher der Berg oder Thurm ist, den ihr messen wollet, und messet aus demselben die Winckel ADC und AFC (§. 64 *Geom.*).

2. Ziehet den Winckel ADC von AFC ab, so bleibt der Winckel FAD übrig (§. 101 *Geom.*).

3. Suchet aus den nunmehro bekanten Winckeln und der Seite FD in dem Triangel AFD die Seite AF, und

4. Aus dem Winckel F und der Seite AF in dem rechtwincklichten Triangel AFC die Seite AC (§. 44).

5. Endlich addiret zu der Höhe AC die Höhe des Instruments DE, oder, wenn BC der Höhe des Instruments nicht gleich ist, suchet ferner FC, und endlich BC in dem Triangel FBC (§. 44): so habt ihr die verlangte Höhe AB.

Die 3. Aufgabe.

58. Aus zwey Fenstern E und F in verschiedenen Stockwercken eines Gebäudes eine Höhe zu messen, deren Spitze A man aus beyden Fenstern sehen kan.

Auflösung

1. Messet durch einen Bleywurf die Höhe des andern Fensters über dem ersten EF, und des ersten über der Erde FG (§. 65 *Geom.*), und aus den Fenstern die Winckel AEC und AFD (§. 64 *Geom.*).
2. Addiret den Winckel AEC zu 90°, so habt ihr den Winckel AEF; subtrahiret von 90° dem Winckel AFD, so bleibt der Winckel AFE übrig.
3. Addiret die beyden Winckel AEF und AFE, und ziehet die Summe von 180° ab; so bleibt der Winckel EAF übrig (§. 104 *Geom.*).
4. Suchet in dem Triangel AEF die Seite AF, und ferner
5. In dem Triangel AFD die Seite AD (§. 44).
6. Endlich addiret dazu die Höhe des Fensters FG von der Erde; oder, wenn GB nicht horizontal ist, suchet DB besonders (§. 44); so kommt die Höhe AB heraus.

Die 4. Aufgabe.

Tab. IV. Fig. 18.

59. **Die Weite zweener Oerter, zu deren beyden man aus einem angenommenen Stande kommen kan, zu messen.**

Auf-

Auflösung.

1. Messet den Winckel C (§. 64 *Geom.*), und die Linien AC und CB (§. 65 *Geom.*); so könnet ihr
2. Den Winckel A (§. 52), und endlich die verlangte Weite AB (§. 44) finden.

Die 5. Aufgabe.

60. **Die Weite zweener Oerter AB, zu deren einem B man aus einem angenommenen Stande C nur kommen kan (z. E. die Breite eines Flusses), zu messen.** Tab. IV. Fig. 19.

Auflösung.

1. Messet die beyden Winckel B und C (§. 64 *Geom.*), und die Stand-Linie BC (§. 65 *Geom.*); so könnet ihr
2. Die verlangte Weite AB (§. 44) finden.

Die 6. Aufgabe.

61. **Die Weite zweener Oerter AB, zu deren keinem man kommen kan, zu finden.**

Auflösung.

1. Erwehlet drey Stände D, C und E in einer Tab. IV. Fig. 20.

einer Linie, und messet die Winckel ADC, ACD, BCE und BEC (§. 64 *Geom.*) nebst den beyden Stand-Linien DC und CE (§. 65 *Geom.*).

2. Subtrahiret die beyden Winckel ADC und ACD, wiederum ACD und BCE, und abermal BCE und BEC von 180°; so bleibt im ersten Fall der Winckel DAC, im andern der Winckel ACB, und im dritten der Winckel CBE übrig (§. 59, 104 *Geom.*). Alsdann könnet ihr

3. Die Seiten AC und BC (§. 44), und so ferner

4. Den Winckel CAB (§. 52), und endlich die Seite AB (§. 44) finden.

Die 7. Aufgabe.

Tab. II. Fig. 21.

62: Es wird gegeben die Höhe AB und halbe Sehne BC eines Bogens FAC, man soll die Grösse des Bogens in Graden finden.

Auflösung.

1. Suchet anfangs den Radium AD (§. 212 *Geom.*

2. Weil euch nun in dem Triangel DBC ausser dem rechten Winckel B (§. 125 *Geom.*), die Seiten BC und DC bekant sind;

sind; so könnet ihr (§. 47) den Winckel BDC finden.

3. Da nun der Bogen AC das Maaß des gedachten Winckels ist (§. *17 Geom.*); so dürfet ihr ihn nur dupliren, und es kommt die Grösse des verlangten Bogens FAC heraus.

Anmerckung.

63. Dieser Aufgabe könnt ihr euch bedienen, wenn ihr in der 66 Aufgabe der Geometrie (§. 214) den Abschnitt eines Circuls genau finden wollet. Denn dort haben wir den Winckel ADC nur mit dem Transporteur gemessen.

Die 8. Aufgabe.

64. **Die Verhältniß des Diametri eines Circuls zu seiner Peripherie zu finden.** Tab. II. Fig. 22.

Auflösung.

Wenn der Radius des Circuls CD 10000000 ist, so ist so wohl der Sinus AG, als Tangens ED des Bogens von einer Minute DA bey nahe 2909, und also muß der Bogen AD, welcher sonst etwas grösser ist als AG, und kleiner als ED,

 gleich-

gleichfalls bey nahe 2909 seyn. Multipliciret 2909 durch 21600, das ist, die Zahl der Minuten in der gantzen Peripherie: so ist das Product 62834400. Derowegen verhält sich der Diameter zu der Peripherie bey nahe, wie 20000000 zu 62834400, das ist, (wenn man beyderseits mit 200000 dividiret), wie 100 zu 314 (§. 75 *Arithm.*).

Die 9. Aufgabe.

65. **Einen geradelinichten Transporteur zu construiren.**

Auflösung.

1. Aus den Tafeln der Sinuum schreibet die Sinus von 2° 30′, 5°, 7° 30′, 10°, 12° 30′ ꝛc. heraus, nemlich die in einer arithmetischen Progreßion fortgehen, da der Unterscheid der Glieder $2\frac{1}{2}$ Grad ist. Multipliciret sie durch 2; so kommen die Sehnen der Bogen von 5, 10, 15, 20, 25 ꝛc. Graden heraus, wie beygesetztes Täflein zeiget.

Tab. II. Fig. 14.

Grade

Grade	Sehnen	Grade	Sehnen	Grade	Sehnen
5	87	35	601	65	1074
10	174	40	684	70	1147
15	261	45	765	75	1217
20	347	50	845	80	1285
25	432	55	923	85	1351
30	517	60	1000	90	1414

2. Ziehet eine gerade Linie AD, und richtet AB perpendicular darauf, die nach Belieben in 5, 10 ꝛc. Theile getheilet werden kan, nachdem ihr entweder ganze, oder halbe Grade verlanget.

3. Durch alle Theilungs-Puncte ziehet mit AD Parallel-Linien (§. 91 *Geom.*).

4. Auf die Linie AD traget die Sehnen von 5, 15, 25, 35 ꝛc. Graden; auf BC aber von 10, 20, 30 ꝛc. von einem subtilen verjüngten Maaß-Stabe (§. 193 *Geom.*).

5. Endlich ziehet die Linien B 5, 5. 10, 10. 15 ꝛc.

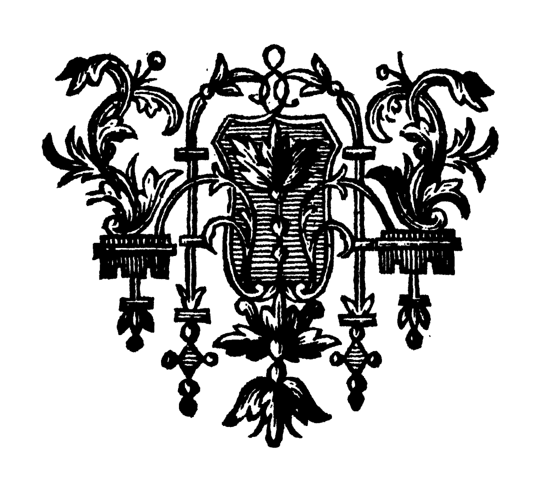
Da nun A 5, B 10 ꝛc. die Sehnen der Bogen von 5, 10 ꝛc. Graden sind, die Sehnen aber der Bogen von 5 zu 5 Graden, wenn sie klein sind, fast in eben der Proportion, wie die Bogen, zu nehmen; so ist bis 1 die Sehne von einem Grade, bis 3 von dreyen ꝛc. (§. 184 *Geom.*).

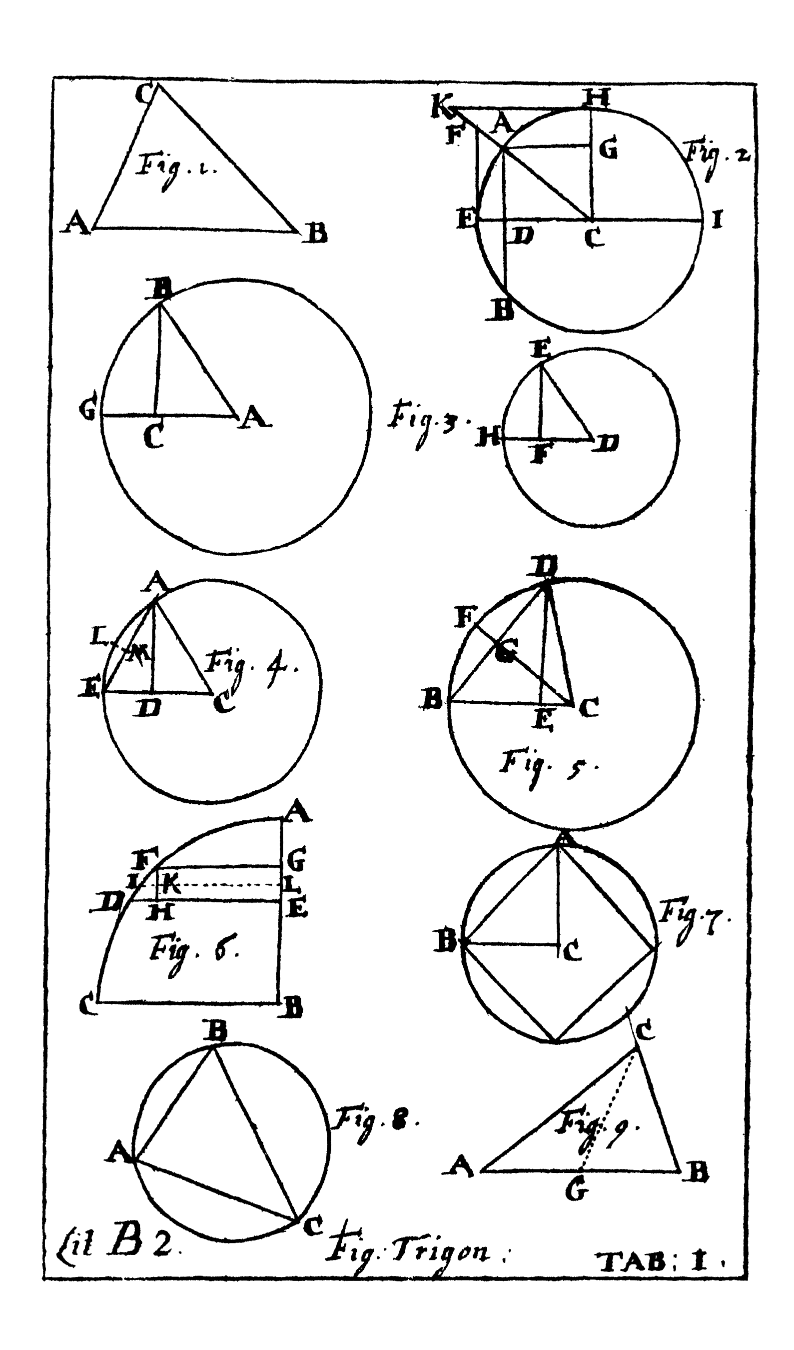
Wenn

Tab. II. Fig. 22.

Wenn man demnach mit B 60, als der Sehne von 60°, die dem Radio gleich ist, aus der Spitze des Winckels C einen Bogen ADB beschreibet; so zeiget seine Sehne AB auf dem Instrumente, wie viel Grade der Bogen hat. Will man aber den Winckel construiren; so trägt man die Sehne aus B in den Bogen, und ziehet den andern Schenckel des Winckels CA.

ENDE
der
Trigonometrie.




Fig. 1.
Fig. 2
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Lit B 2.
Fig. Trigon.
TAB. I.

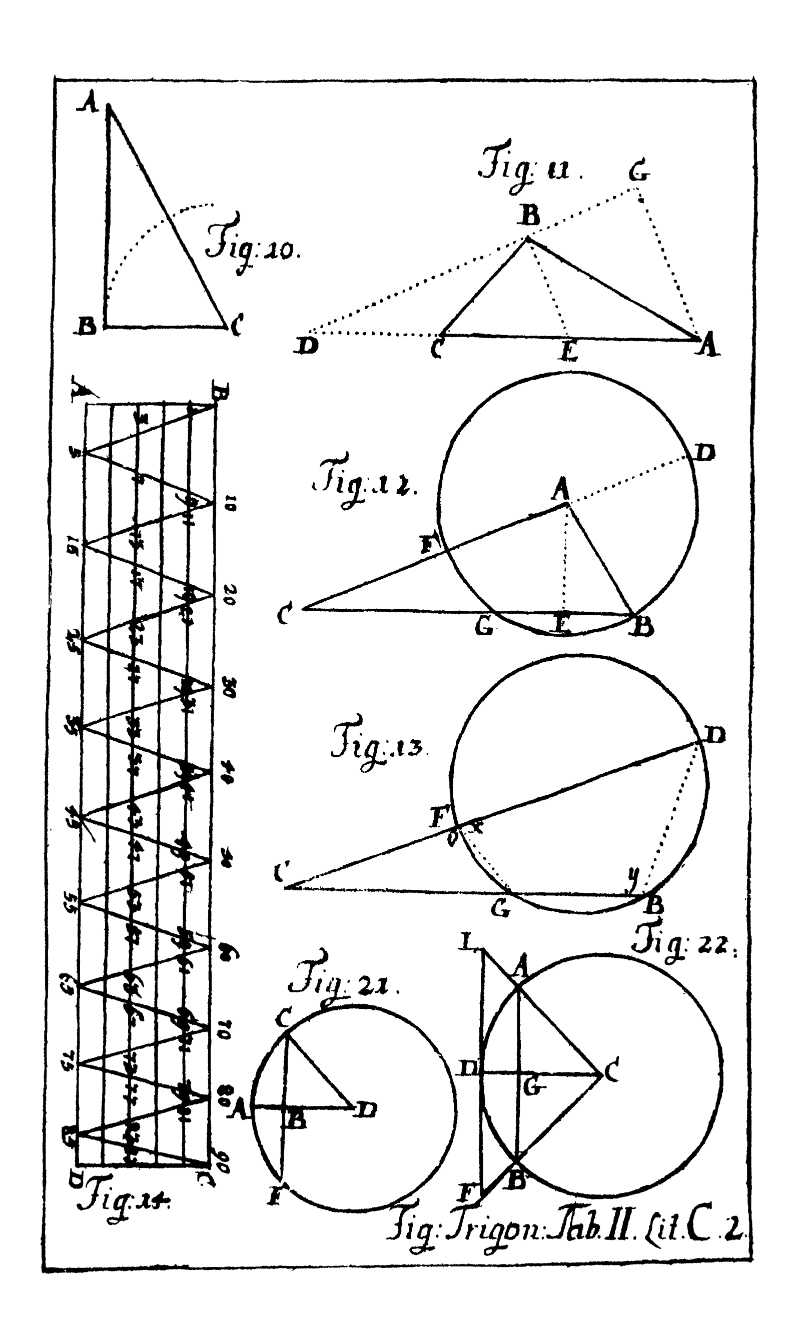
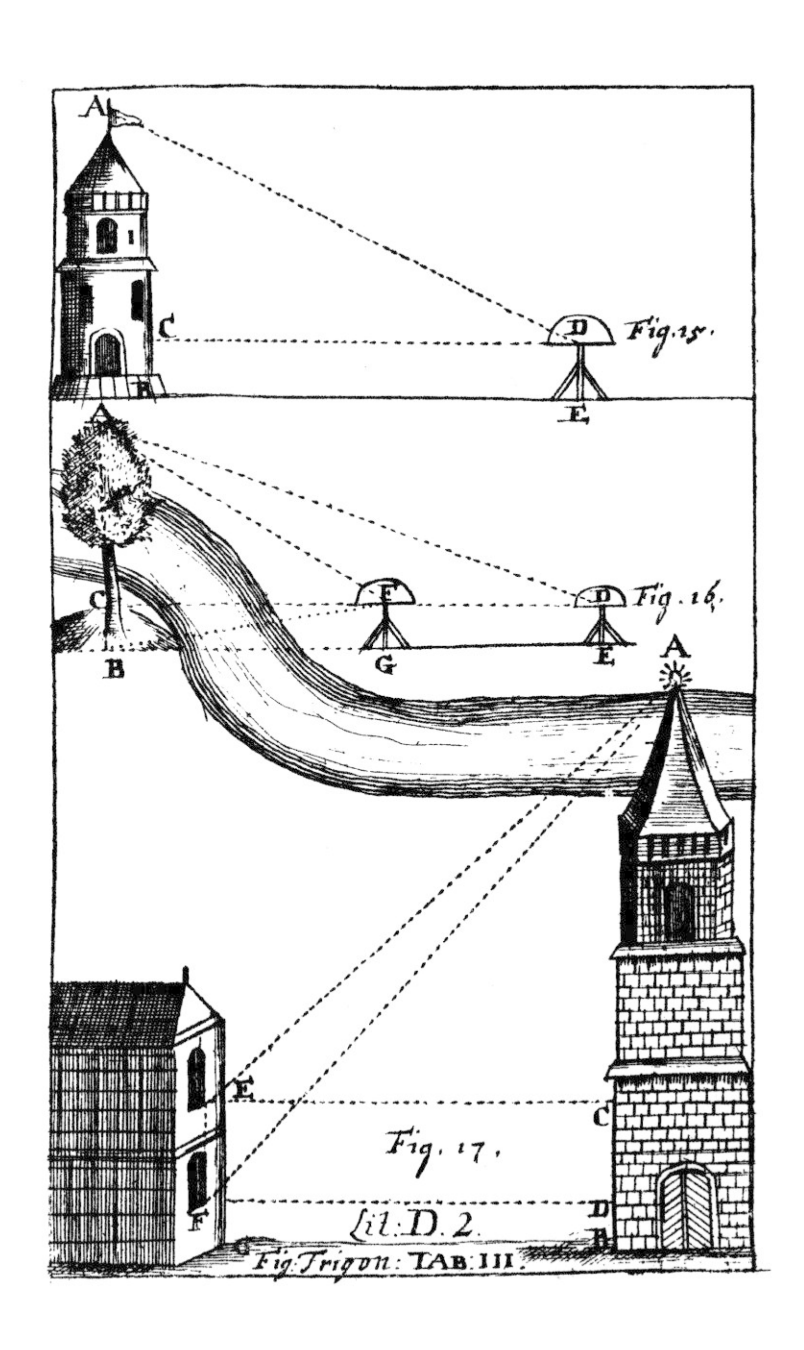


Fig: 10.
A
B
C
Fig: 11.
G
B
D
C
E
A
Fig: 12.
D
A
F
C
G
E
B
Fig: 13.
D
F
C
G
B
Fig: 14.
Fig: 21.
C
A
B
D
F
Fig: 22.
L
A
D
G
C
B
F
Fig: Trigon: Tab. II. Lit. C. 2.


A
C
D
Fig. 15.
B
E
A
C
F
D
Fig. 16.
B
G
E
A
E
C
Fig. 17.
F
D
B
Lit: D. 2.
Fig. Trigon: TAB: III.

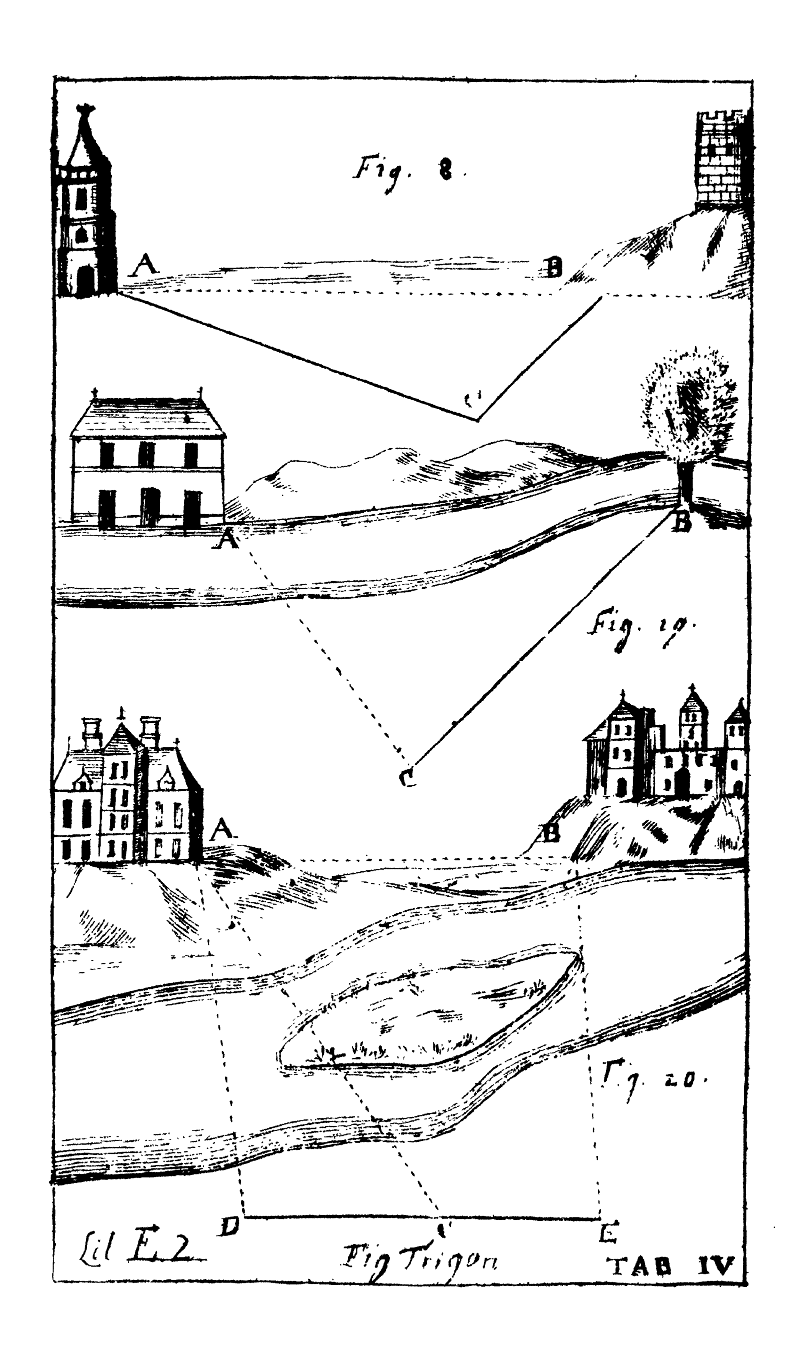


Fig. 8.
A
B
C
A
B
Fig. 19.
C
A
B
Fig. 20.
D
E
Fig Trigon
Lil E. 2
TAB IV

Anfangs-Gründe

der

Bau-Kunst.

Vor-

Vorrede.

Geehrter Leser,

Man hat bisher die Bau-Kunst meistens als ein Handwerck getrieben. Daher ist es auch gekommen, daß man sie kaum hat würdigen wollen, unter die mathematischen Wissenschaften mit zu setzen. Und doch verdienet sie, wegen ihres großen Nutzens in dem menschlicheu Leben, daß sie auf Academien gründlich gelehret, und von der studirenden Jugend mit Fleiß erlernet werde. Zu dem Ende habe ich nicht allein in diesen Anfangs-Gründen der gesamten mathematischen Wissenschaften die Bau-Kunst etwas umständlicher erklären, sondern sie zugleich auf gewisse Gründe setzen wollen, damit sie einer Wissenschaft ähnlich würde, und ein jeder Liebhaber derselben zulänglichen Grund von ihren Regeln in diesem Buche finden mögte. Es erfordert *Vitruvius* mit Recht von einem Bauverständigen, daß er

er von allem, was in einem Gebäude angegeben wird, genugsamen Grund zeigen könne. Bisher aber hat man sich wenig darum bekümmert. Und daher ist es geschehen, und geschiehet noch, daß viele Fehler an wichtigen Gebäuden begangen worden, und noch begangen werden. Vielleicht werden vielen die Beweißthümer nicht mathematisch genug herauskommen. Allein, diese wollen bedencken, daß es weder nöthig, noch möglich ist, alles geometrisch zu erweisen. Unterdessen werden sie doch hoffentlich finden, daß ich mich der mathematischen Lehrart, die oben erkläret worden, so viel in dergleichen Fällen möglich ist, beflissen habe. Und zweifele ich nicht im geringsten, man werde den Nutzen der von mir angeführten Gründe in Ausübung der Bau-Kunst zur Genüge verspüren, absonderlich, wenn es auf die Verzierungen ankommt, man mag entweder ein von andern aufgeführtes Gebäude, oder sonst verfertigtes architectonisches Werck beurtheilen, oder selbst etwas angeben wollen.

Anfangs-Gründe der Bau-Kunst.

Der erste Theil, Von den allgemeinen Regeln der Bau-Kunst.

Die 1. Erklärung.

1.

Die Bau-Kunst ist *eine Wissenschaft, ein Gebäude recht anzugeben, daß es nemlich mit den Haupt-Absichten des Bau-Herrn in allem völlig überein kommt.*

Der 1. Zusatz.

2. Weil die Wissenschaft in einer Fertigkeit des Gemüths bestehet, von allen dem, was man von einer Sache behauptet, richtigen und genugsamen Grund zu geben: so muß der Bau Meister von dem gantzen Bau zulängliche Raison zu geben wissen, das ist, nicht allein sagen können, warum er jedes so und nicht anders angiebt, sondern auch darzuthun vermögend seyn, es sey der Bau den Absichten des Bau-Herrn gemäß.

Der 2. Zusatz.

3. Und weil alles in dem Gebäude mit den Haupt-Absichten des Bau-Herrn überein kommen soll; so werden die Regeln der Bau-Kunst gefunden, und, nachdem sie gefunden worden, geschickt angebracht, auch wird von jedem Gebäude ein vernünftiges Urtheil gefället werden können; wenn man bey jedem, auch dem allergeringsten Theile nachforschet, warum es gemacht wird, und wie es beschaffen seyn müsse, damit man seiner Absicht in allem auf die leichteste Weise völlig ein Genügen thue.

Die 2. Erklärung.

4. **Durch das** Gebäude **verstehen wir einen Raum, der durch die Kunst eingeschlossen wird, um sicher und ungehindert gewisse Verrichtungen darinnen vorzunehmen.**

Zusatz.

5. Daher entstehet aller Unterscheid der Gebäude aus dem Unterscheide der Verrichtungen, welche darinnen vorgenommen werden.

Die 3. Erklärung.

6. **Ein Gebäude wird** feste **genennet, wenn keine Gefahr ist, daß es einfällt, oder in kurzem durch den Gebrauch verschlimmert und unbrauchbahr gemacht wird.**

Die

Die 4. Erklärung.

7. Ein Gebäude ist bequem, wenn man alle nöthige Verrichtungen ohne Hinderniß und Verdruß darinnen vornehmen kan.

Die 5. Erklärung.

8. Die Vollkommenheit des Gebäudes bestehet in einer völligen Uebereinstimmung desselben mit den Haupt-Absichten des Bau-Herrn, gleichwie die Vollkommenheiten der Theile in einer Uebereinstimmung mit ihren Absichten.

Die 6. Erklärung.

9. Die Schönheit ist die Vollkommenheit oder ein nöthiger Schein derselben, in so weit so wohl jene, als dieser wahrgenommen wird, und einen Gefallen in uns verursachet.

Der 1. Zusatz.

10. Weil uns um eines Vorurtheils willen etwas gefallen kan; so können wir vor schön halten, was in der That nicht schön ist: und im Gegentheil entweder die Schönheit nicht mercken, oder gar einen Uebelstand daraus machen. Und daher ist es möglich, daß einer etwas vor schön hält, der andere nicht.

Der 2. Zusatz.

11. Weil aber die wahre Vollkommenheit eine nothwendige Verknüpfung mit den

Haupt-Absichten des Gebäudes und den Absichten der Theile haben muß (§. 8); so können dergleichen Vorurtheile leicht vermieden werden, wenn man sich nach den Haupt-Absichten des Gebäudes und den Absichten der Theile erkundiget: und solchergestalt kan man die wahre Schönheit von der falschen unterscheiden.

Die 7. Erklärung.

12. **Ausserwesentliche Zierrathen des Gebäudes nennet man alles dasjenige, was blos zu dem Ende gemacht wird, damit die Vorbeygehenden dadurch angelocket werden, das Gebäude anzuschauen.**

Zusatz.

13. Damit man nun nicht an ihnen allein hangen bleibe, und dadurch von Betrachtung des Gebäudes abgehalten werde; so müssen sie nicht überflüssig gemacht werden.

Anmerckung.

14. Will man demnach denen Anschauenden Gedancken von der Kostbarkeit des Gebäudes beybringen; so kan dieses viel besser durch die Kostbarkeit der Materie und der Arbeit, als durch den Ueberfluß der ausserwesentlichen Zierrathen geschehen.

Der 1. Grundsatz.

15. **Ein jedes Gebäude muß feste aufgeführet werden (§. 6).**

Der 2. Grundsatz.

16. **Die Dauerhaftigkeit des Gebäudes hat man aus der Länge der Zeit zu urtheilen,**

theilen, durch welche die Verrichtungen währen, die in demselben vorzunehmen sind (§. 6).

Der 3. Grundsatz.

17. **Ein jedes Gebäude muß bequem gebauet werden (§. 7.).**

Der 1. Lehrsatz.

18. **Ein Gebäude muß schön und zierlich gebauet werden.**

Beweiß.

Denn es muß mit den Haupt-Absichten des Bau-Herrn völlig übereinstimmen (§. 1), und also seine wesentliche Vollkommenheit haben (§. 8). Wenn man aber diese wahrnimt, so verursachet sie in uns einen Gefallen (*§. 304 Met.*), und also nennen wir das Gebäude schön (§. 9). Und weil ein Schein des Mangels einer zur Vollkommenheit des Gebäudes nöthigen Sache leicht zu einem Vorurtheile Anlaß geben kan, als wenn dem Gebäude etwas fehlete, und dadurch ein Mißfallen in Betrachtung des Gebäudes entstehen würde (§. 10); so muß der Bau-Meister bey einem Gebäude auch dasjenige anbringen, welches auch nur einen unvermeidlichen Schein der Nothwendigkeit hat, um dergleichen Vorurtheile zu verhindern, in die man verfallen kan, auch wenn man nach den Absichten des gantzen Gebäu-

des und seiner Theile sich erkundiget. Derowegen muß ein Gebäude schön gebauet werden (§. 9). Welches das erstere war.

Weil uns aber kein Gebäude schön düncken kan, welches wir nicht mit Fleiß betrachten; so muß der Bau-Meister auch bey dem Gebäude hin und wieder etwas anbringen, wodurch die Leute bewogen werden, es mit Ernst anzuschauen. Und demnach muß ein Gebäude auch zierlich seyn (§. 12). Welches das andere war.

Der 2. Lehrsatz.

19. **Die ausserwesentlichen Zierrathen müssen weder der wesentlichen Vollkommenheit des Gebäudes, noch ihrem unvermeidlichen Scheine im geringsten etwas benehmen.**

Beweiß.

Denn, weil der Bau-Meister ein Gebäude schön angeben soll (§. 18), so muß er so wohl dessen Vollkommenheit, als auch ihren unvermeidlichen Schein völlig bedencken (§. 9). Und also darf dasjenige, welches uns dazu bringen soll, daß wir wahrnehmen, wie er beydes so wohl bedacht hat, das ist, der ausserwesentliche Zierath (§. 12), keinem etwas im geringsten benehmen. W. Z. E. W.

Der 3. Lehrsatz.

20. **Diejenigen Verhältnisse sind in der Bau-Kunst die besten, welche sich**

durch

durch nicht allzu große Zahlen ausspre-chen lassen.

Beweiß.

Diejenigen Verhältnisse sind für schön zu achten, welche einen Gefallen in uns verursachen, indem wir sie wahrnehmen (§. 9). Wir können sie aber nicht wahrnehmen, wenn wir sie nicht durch daß Augen-Maaß messen können; welches auch bey geübten nicht angehet, als in denen Verhältnissen, welche sich durch nicht allzu große Zahlen aussprechen lassen. Derowegen sind diese für die besten Verhältnisse zu achten. W. Z. E. W.

Der 1. Zusatz.

21. Die guten Verhältnisse sind demnach 1:1, 1:2, 1:3, 1:4, 1:5, 1:6. u. s. w. ingleichen 2:3, 3:4, 4:5, 5:6. u. s. w. noch mehr 3:5, 5:7, 7:9 u. s. w.

Der 2. Zusatz.

22. Weil das bloße Augen-Maaß auch derer geübten die Verhältnisse nicht auf ein Haar treffen kan, so mag man ohne Gewissen, sonderlich wenn es andere Umstände erfordern, von den erzehlten in Kleinigkeiten abweichen.

Der 3. Zusatz.

23. Durch daß Augen-Maaß kan man am besten urtheilen, ob etwas noch einmal so groß ist, als das andere. Derowegen ist die Verhältniß wie 1 zu 2 die zierlichste unter allen.

Anmerckung.

24. Die Alten haben die Verhältniße von dem menschlichen Cörper genommen; andere haben sie aus der Music hergeholet; wie aus dem Vitruvio zu ersehen ist (lib. 3. c. 1.). Unerachtet aber keiner von allen Baumeistern hat zeigen können, mit was vor Rechte man von dem menschlichen Cöper und der Music auf ein Gebäude schliessen kan; so hat dennoch, um dieser Ursachen willen Perrault in der Vorrede über sein Werck von den 5 Ordnungen f. 11. & seqq. und in den Anmerckungen über den Vitruvium lib. 4. c. 1. n. 7. f. 105. & n. 12. f. 106. den Grund der Verhältnisse nicht wohl in der bloßen Gewohnheit gesucht, und dannenhero Blondell in seinem Cours d' Architecture part. 5. lib. 5. c 14. 15 f. 761. seqq. ihm mit Recht wiedersprochen. Aus der Ursache, die ich gebe, ist klar, warum einerley Verhältnisse überall gefallen müssen: nemlich überall gefallen diejenigen, die man leicht wahrnehmen kan. Die Seele hat Lust an dem, was sie leicht begreifen kan; aber Mißfallen daran, was sie verwirret.

Die 1. Aufgbe.

25. **In einem jeden vorkommenden Falle aus den guten Verhältnissen die beste zu erwehlen.**

Auflösung.

1. Weil die Verhältnisse auch mit den Absichten der Theile des Gebäudes, in welchen sie gebraucht werden, überein kommen müssen (§. 1); so könnet ihr aus Erwegung derselben urtheilen, welche Abmessung grösser seyn soll, als die andere,

z. E.

z. E. ob die Höhe grösser seyn soll, als die Breite: ja ihr könnet auch daraus schliessen, ob die grössere viel oder wenig grösser seyn soll, als die kleinere.

2. Nachdem ihr dieses gefunden habt, so wehlet euch aus dem ersten Zusatze des dritten Lehrsatzes (§. 21) eine Verhältniß, da die beyden Glieder entweder viel oder wenig, nach Erforderung der Sache, von einander abgehen.

Z. E. Eine Gemach-Thür muß so hoch seyn, daß man aufgerichtet durchgehen kan, und also nicht unter 6½ Schuhen. Da nun die Helfte davon $3\frac{1}{4}$ nicht viel grösser ist, als die Breite eines angekleideten Menschen; so schickt sich am besten für die Verhältniß der Breite einer Gemach-Thür zu der Höhe, wie 1 zu 2.

Die 8. Erklärung.

26. **Die Eurythmie oder Wohlgereimheit ist die Aehnlichkeit der Seiten bey einem unähnlichen Mittel.** Die Frantzosen nennen sie Symmetrie. Ein Exempel giebt die äusserliche Gestalt unsers Leibes.

Der 1. Zusatz.

27. Da nun die Erfahrung lehret, daß, wenn man auch nur im geringsten von der Eurythmie abweichet, das gute Ansehen so bald verderbet wird, so muß der Bau-Meister dieselbe sorgfältig in allem, was man auf einmal übersehen kan, in acht nehmen.

Der 2. Zusatz.

28. Wenn man demnach etwas in die Weite gantz übersiehet, in der Nähe aber nur einen Theil desselben auf einmal sehen kan; so muß man die Eurythmie so wohl im Gantzen, als in den besondern Theilen anbringen.

Der 3. Zusatz.

29. Daher, wenn ein Gebäude sehr breit ist, so wird es entweder nur in der Mitten, oder auch an den Ecken etwas herausgeruckt, oder wie man insgemein redet, es bekommt *risalit*.

Anmerckung.

30. Warum eben die Eurythmie einen so sonderbaren Gefallen in uns erreget, wollen wir hier eben nicht untersuchen, denn in der Bau-Kunst ist es genug, daß wir wissen, es geschiehet. Jedoch erinnere ich nur dieses, daß sie der Seele behülflich sey, die Gestalt des Gebäudes ohne Mühe deutlich zu begreifen, und in vielen Wercken der Kunst und der Natur, ja auch selbst im Gebäude, mit der wesentlichen Vollkommenheit verknüpfet ist. Denn, wenn z. E. die Thür in der Mitten, die Fenster und übrigen Sachen auf beyden Seiten in allem einander gleich sind; so kommt der Schwehr-Punct recht in die Mitte, und stehet demnach das Gebäude fester, wie aus den Grunden der Mechanick sich erweisen läßt. Wir haben aber schon vorhin vernommen, daß uns gefällt, was wir leicht begreifen können (§. 24), ingleichen, was zur Vollkommenheit einer Sache gehöret (§. 18).

Die

Die 9. Erklärung.

31. Durch den Bau-Zeug verstehen wir alles, was zum Baue würcklich angewendet wird, als Holtz, Ziegeln, Steine, Sand, Kalck.

Der 4. Lehrsatz.

32. Zu einem vorhabenden Baue soll man dauerhaften Bau-Zeug erwehlen.

Beweiß.

Das Gebäude soll feste aufgeführet werden, (§. 15). Weil aber dieses nicht lange unversehrt stehen kan, wenn der Bau-Zeug sich in kurtzem verschlimmern läßt; so muß man zu einem vorhabenden Baue dauerhaften Bau-Zeug erwehlen. W. Z. E. W.

Der 1. Zusatz.

33. Derowegen muß man keinen brauchen, an dessen statt man einen dauerhaftern haben kan, es mag derselbe entweder von verschiedener Art (als Holtz, Ziegel, Steine), oder nur von verschiedener Güte seyn (als Steine die im Feuer springen, und Steine, denen das Feuer nicht schadet).

Der 2. Zusatz.

34. Da man nun zum Bauen Holtz, Ziegeln, Steine, Sand und Kalck brauchet, so muß sich ein Bau-Meister die Eigenschaften dieses Zeuges durch fleißige Erfahrung bekant machen.

Die

Die 1. Anmerckung.

35. Es wäre zu wünschen, daß Leute, die Geschicklichkeit, Zeit und Gelegenheit dazu hätten, diese Eigenschaften genau untersuchten, und die Art und Weise, wodurch sie dieselben erforschen, zugleich mit umständlich bekant machten, damit wir in denen Dingen völlige Gewißheit bekämen, die wir jetzt blos denen glauben müssen, welche sie uns sagen. Vermöge dessen, was ich in den Leipziger Actis A. 1708. p. 163. & seqq. und nach diesem in meinem Tractate von den Kräften des Verstandes c. 4. von den Gesetzen der Erfahrung angewiesen habe.

Der 3. Zusatz.

36. Es lehret aber die Erfahrung, daß die Gebäude durch das Feuer, das Wasser, die Witterungen der Luft, ihre eigene Last, und endlich durch den Gebrauch verschlimmert und verheeret werden. Derowegen, weil ihr die Dauerhaftigkeit des Bau-Zeuges beurtheilen sollet (§. 34); so müsset ihr nachforschen, wie er sich im Feuer, im Wasser in den Witterungen der Luft, unter der Last des Gebäudes und bey dessen Gebrauch hält.

Der 4. Zusatz.

37. Da nun das Holtz im Feuer nicht dauret, leicht wurmstichig wird, und verfaulet; so soll man in Gebäuden, die lange stehen sollen, es entweder gar nicht brauchen, wo man einen andern Zeug dafür nehmen kan, oder, wo dieses nicht angehet, theils den überflüssigen Gebrauch des Holtzes vermeiden, (als wenn man die unnö-

thigen

thigen Sparren in dem Dache, die höl-
tzernen Gesimse an den Gebäuden, u. s. w.
weg läßt); theils auch sebst unter dem Hol-
tze eine geschickte Wahl anstellen (§. 33).

Die 2. Anmerckung.

38. Es hat nemlich nicht alles Holtz einerley Eigenschaften. Vitruvius (lib. 2. c. 9.) mercket an, daß das tannene fein gerade bleibe, aber leicht wurmstichicht werde, und sich geschinde entzünde; das eichene in der Erde wohl daure, und im Wasser fast zu Stein werde, aber sich leicht werfe und Ritzen bekomme; Pappeln und Linden sehr weich seyn, und dannenhero den Bildhauern zu Schnitz-Werck dienen; die Erle in sumpfichten Boden sich wohl halte, und ungeheure Lasten trage; Cypressen und Fichten sich leicht sencken. Sonst hat man auch von dem eichenen Holtze angemercket, daß sich eine schwartze Materie heraus ziehe, davon die Fische sterben.

Die 3. Anmerckung.

39. Ja auch das Holtz von einerley Art wird nicht alles von gleicher Güte befunden. Leevvenhœck (in Anatomia rerum cum animatarum, tum inanimatarum p. 45.) behauptet, daß das Holtz, welches geschwinde wächst und dicke wird, stärcker, fester und dauerhafter sey, als das langsam wächst und dicke wird, und folglich das Holtz besser sey, welches breite, als welches schmaale Jahre hat: ingleichen p. 44, daß das Holtz, welches inwendig hohl ist, leicht faule. Und Alberti l. 2. c. 7. hält das Holtz an erhabenen Oertern für trockener und fester, als das in niedrigen, absonderlich sumpfigen und morastigen. Daher wollen auch einige, man soll das Holtz von einerley Art alles aus einem Walde nehmen, damit es gleiche Zeit an dem Gebäude daure.

Der 5. Lehrsatz.

40. **Das Bau-Holtz muß recht trocken seyn.**

Beweiß.

Wenn das Holtz nicht trocken ist, so trocknet es erst in dem Gebäude. Wenn es trocknet, so schwindet es, wirft sich und bekommt Ritzen. Da nun aber hierdurch das Gebäude verschlimmert wird; so muß man recht trocken Holtz zum Bauen nehmen (§. 32). W. Z. E. W.

Anmerckung.

41. Es wird wol niemand zweifeln, daß das Gebäude Schaden nimt, wenn das Holtz schwindet und sich wirft, wer nur bedencket, was hieraus erfolget. Denn, wenn z. E. nicht recht trocken Holtz zu den Thüren genommen wird, und sie schwinden, so gehen sie nicht recht zu, und kan des Winters die kalte Luft beständig in das Zimmer hinein streichen. Ja, zuweilen springen sie gar, und bekommen in der Mitten Ritzen. Bey den Fenster-Rahmen kan, wenn sie geschwunden sind, nicht allein der Wind und Winters-Zeit die kalte Luft in das Zimmer hinein blasen, sondern auch der Regen hinein laufen, wenn ihn der Wind an die Fenster schlägt.

Zusatz.

42. Derowegen muß man nicht allein das Holtz zu einer Zeit fällen, da es am allerwenigsten Feuchtigkeit hat, sondern auch vorher recht austrocknen lassen, ehe man es zum Bauen braucht.

Die

Die 2. Aufgabe.

43. **Das Bau-Holtz zu fällen.**

Auflösung.

1. Hauet im Herbste die Bäume auf der einen Seite bis an die Mitte des Marcks ein, oder auch wol noch lieber, (wie Böckler gethan in Not. ad *Pallad.* lib. 1. c. 1. f. 4.) zu unterst am Stamme rings herum, als ihr vermeinet, daß der Stamm kaum stehen bleibet.
2. Lasset auch, wenn es euch nicht zu beschwehrlich ist, vor dem Einhauen alle Aeste bis auf den Gipfel ablösen, und verschmieret die obere Verletzung des Gipfels bald mit Leimen (*Alberti* lib. 2. c. 4. Böckler l. c.).
3. Endlich von der Mitte des Decembris an bis gegen die Mitte des Februarii lasset es fällen.

Beweiß.

Denn, weil die Bäume nicht allein die Feuchtigkeit aus der Erde durch die Wurtzeln, sondern auch von dem Regen, dem Thau und der Luft durch die Blätter und Rinde an sich ziehen, und der in ihnen sich befindliche Saft insonderheit zwischen der Rinde in die Höhe steiget, und gleich dem Geblüte in dem menschlichen Cörper circuliret (wie *Perrault* in Not. ad Vitruv. lib. 2. c. 9. n. 7. f. m. 50. und *Mariotte* in seinem Essai premiere de la Vegetation des plantes

plantes p. 63. & seqq. ausgeführet): so wird durch das Ablösen der Aeste und das Einhauen des Stammes dem Baume die Feuchtigkeit benommen, so viel nur möglich ist. Da nun aber nicht allein den Sommer über die überflüssige Feuchtigkeit zur Nahrung der Blätter und Früchte angewendet worden; sondern auch bey uns hauptsächlich die Erde vor dem December ihrer Wärme nicht völlig beraubt wird, (wie *Mariotte* experimentiret in seinem Essai troisieme du chaud & du froid. p. 38. seqq.), und folglich die Feuchtigkeit darinnen nicht völlig gefrieren kan: über dieses, da um die Mitte des Februarii die Sonne mercklich höher steiget, der Saft wieder in die Bäume trit; so haben die Bäume von der Mitte des Decembris an bis gegen die Mitte des Februarii die wenigste Feuchtigkeit. Und dannenhero ist diese die rechte Zeit, sie zu fällen (§. 41). Wenn man nun das Holtz jederzeit fället, da es die wenigste Feuchtigkeit hat, ihm auch vorher so viel möglich, alle Feuchtigkeit benommen ist; so hat man alles gethan, was man hat thun können, um das Bau-Holtz echt trocken zu bekommen. W. Z. E. W.

Die 3. Aufgabe.

44. **Das gefällete Bau-Holtz recht auszutrocknen.**

Auf-

Auflösung.

Leget es unter einen Schopfen an einem trockenen Orte dergestalt über einander, daß es nicht auf der Erde aufflieget, und zwar vor den Sonnen-Strahlen und dem Regen verwahret ist, dennoch aber allenthalben von der freyen Luft durchstrichen werden kan, und lasset es 3 Jahre liegen: so wird es nach und nach austrocknen.

Beweiß.

Weil der Regen das Holtz feuchte macht, so hindert er das Trocknen. Wenn es in der Sonne liegt, so bekommt es Ritzen, weil der obere Theil des Holtzes eher trocknet, als der mittlere, und, indem es sich zusammen ziehet und das mittlere nicht bedecken kan, springet. Wenn das Holtz auf der Erde aufflieget, so ist es unter ihm immer naß, unerachtet der Erdboden um und um trocken ist, indem die aus der Erde steigenden Dünste nicht in die Luft gehen können. Die Luft trocknet fast geschwinder, als die Wärme der Sonne, und nicht so ungleich, wie diese. Daher, wenn das Holtz nach und nach austrocknen und im trocknen nicht aufspringen soll; so muß es wieder den Regen und die Sonne verwahret werden; die freye Luft aber muß darunter wegstreichen, und es von allen Seiten bestreichen können. W. Z. E. W.

Anmerckung.

45. *Perrault* (in Not. ad Vitruv. lib. 2. c. 9.) hat gefunden, daß das Wasser durch das Holtz sickere, wenn es von oben begossen wird, nicht aber so leichte, wenn es von unten geschiehet. Ich habe das Experiment mehr als einmal wiederholet und richtig befunden: wie wol eine gute Weile erfordert worden, ehe es durchgelaufen ist. Um dieser Ursache willen will *Perrault*, man solle dem Holtze im Gebäude eine verkehrte Lage derjenigen geben, die es im Walde hatte: daß dannenhero Böckler (in Not. ad *Pallad.* lib. 1. c. 2. f. 5.) ohne Grund das Gegentheil befiehlet. *Palladius* loc. cit. hält davor, daß das Holtz fein gleich trockne und sich nicht spalte, wenn man es mit Rindermist anstreichet.

Die 4. Aufgabe.

46. Die Güte der Steine zu erforschen.

Auflösung.

Die Güte der Steine bestehet darinnen, daß sie große Lasten tragen können, auch sich nicht leicht zerreiben, ingleichen in der Luft und dem Meer-Wasser nicht zerfallen, weder in der Kälte, noch im Feuer springen (§. 36).

Wollet ihr nun wissen, ob der Stein feste ist oder nicht, so könnet ihr solches durch gewaltsames Schlagen erfahren. Die Dauerhaftigkeit in der Kälte und Luft könnet ihr erfahren, wenn ihr sie nach dem *Vitruvio* (lib. 2. c. 7.) zwey Jahre unter freyem Himmel liegen lasset; oder nach dem *Alberti* (lib. 2.

(lib. 2. c. 8. p. m 25.) mit Scheide-Wasser, oder auch nur gemeinem Wasser anfeuchtet, und mit einer eisernen Bürste kratzet: denn, so sie in dem letztern Falle eine schleimige Materie von sich gehen lassen, sollen sie sich in der Luft nicht wohl halten. Wenn ihr einen Stein ins Feuer werfet, so werdet ihr gewahr, ob er darinnen springet, oder nicht. Auch meinet *Alberti* (lib. 2. c. 8.), es könne sich ein Stein im feuchten nicht wohl halten, wenn er schwehrer wird, so man ihn mit Wasser begießt.

Anmerckung.

47. Man hat auch bey gebrochenen Steinen, die nicht gar zu harte sind, acht zu geben, ob sie Stein-Galle haben: indem dieselbe oft weich wie Kreide ist, sich im Wasser oder feuchten auflöset, und mit der Zeit gantz verzehret wird, wodurch das Gemäure leicht spaltet und oftmals sein Fall erfolgen kan. (Böckler in Not. ad Pallad. f. 10.).

Der 6. Lehrsatz.

48. **Die Steine sollen im Sommer gebrochen, und in die Sonne gelegt werden, auch eine Weile liegen, ehe sie verarbeitet werden.**

Beweiß.

Denn alle Steine haben eine Feuchtigkeit in sich, wenn sie aus der Erde kommen. Legt man sie in die Sonne, so trocknen sie aus. Gefrieren aber im Winter dieselben, so springen sie öfters, oder werden wenig-

stens mürbe. Durch das liegen aber werden die Steine harte.

Anmerckung.

49. Der Marmor und die Bruchsteine, welche die Stein-Metzer brauchen, sollen bald verarbeitet werden, weil sie noch gelinde und gut zu arbeiten sind.

Die 5. Aufgabe.

50. **Die Back-Steine oder Ziegeln zu machen.**

Auflösung.

1. Streichet die Ziegeln im Frühlinge und Herbste, nicht aber im heissen Sommer und im Winter, wenn es gefrieret, aus zarter und nicht allzu fetter Erde, die ohne Sand, Kieß, Würtzelgen und Würmern ist, welche ihr vorher eingeweichet und wohl untereinander gerühret habt.
2. Setzet sie in eine Scheure, da sie zwar wieder die Sonnen-Strahlen und den Regen verwahret sind, aber doch die Luft frey durchstreichen kan: damit sie austrocknen. Müsset ihr sie aber aus Noth im Sommer oder im Winter streichen, so bedeckt sie im Winter mit Sande, im Sommer mit Spreu oder Stroh.
3. Endlich, wenn sie recht ausgetrocknet sind, so laßt sie in dem Ofen brennen.

Beweiß.

Von den Ziegeln erfordert man, daß sie feste und nicht allzuschwehr sind. Aus sandichter

dichter Erde aber werden sie schwehr und zerbrechlich. Die fette schwindet sehr und machet, daß die Ziegeln im austrocknen Ritzen bekommen. Der Kieß machet sie im austrocknen pucklicht, indem die harte Materie der Steine nicht wie die Erde schwindet. Ja die Kalck-Steine werden im brennen gar zu Kalck. Wenn nun hernach die Ziegeln die Feuchtigkeit in sich ziehen, so werden sie von dem sich aufblasenden Kalcke auseinander getrieben. Die Würtzelgen und Würmer werden von der Gewalt des Feuers verzehret, und lassen die Ziegeln hin und wieder hohl. Wenn nun in dem feuchten Herbste sich die Feuchtigkeiten häufig hinein ziehen, und sie in dem Winter durch den Frost gefrieren; so werden die Ziegeln dadurch gesprenget: wie *Dieussart* in seinem Theatro Archit. Civil. lib. 1. c. 6. f. 15. angemercket hat. Daher muß man im Ziegel-Streichen sich vor allen diesen Dingen hüten. Wenn die Erde wohl erweichet wird, so löset sie sich recht auf, und, indem sie durch einander gerühret wird, giebt sie sich wieder fester zusammen. Daher kan man auch feste Ziegeln daraus streichen. Wenn der Frost die Ziegeln betrift, so zerfallen sie, und ist die gantze Arbeit vergebens: ist der Frost nicht zu heftig, so werden sie wenigstens zerbrechlich. Daher kan man sie nicht im Winter streichen, es sey denn, daß sie zugedeckt und wieder den Frost verwahret wer-

den. In der Hitze trocknen sie ungleich, bekommen Ritzen, und werfen sich. Daher streicht man sie nicht in heissen Sommer-Tagen, oder bedeckt sie mit Stroh, daß sie nicht so geschwinde trocknen können: aus welcher Absicht auch sie nicht in die Sonne geleget werden. Und weil sie in kalten Ländern von der Sonne, nachdem sie ausgetrocknet sind, nicht genug gehärtet werden können; so muß man sie endlich brennen und durch die Gewalt des Feuers ausrichten, was die Sonnen-Strahlen bey uns nicht vermögen. Sie müssen aber vorher recht trocken seyn; sonst bekommen sie im Ofen Ritzen. Demnach hat man gültige Ursachen, warum man alles dasjenige in acht nimt, was zur Zubereitung der Ziegeln ist vorgeschrieben worden. W. Z. E. W.

Die 1. Anmerckung.

51. Die übermäßige Fettigkeit der Erde wird durch dazu gemischten feinen Sand gemäßiget.

Die 2. Anmerckung.

52. Damit die Steine aus der Erde können geworfen werden, so kan man sie zwar erst durch das Viehe, zuletzt aber, wenn die grobe Arbeit verrichtet worden ist, durch Menschen treten lassen.

Die 3. Anmerckung.

53. Damit die Ziegel-Erde recht aufgelöset würde, so haben es die Alten (wie *Dieussart* l. c. berichtet) für gut befunden, wenn sie in einem bey der Zigel-Scheure dazu gemachten Kumme zween Winter und einem Sommer angefeuchtet aufbehalten würde, ehe man sie zum Ziegel-Streichen brauchet.

Die

Die 4. Anmerckung.

54. Die grosse Glut machet die Ziegeln aus Ziegel-Erde im Ofen flüßig, und verwandelt sie gar in Glaß. Daher machet man nicht allein in den Ziegel-Oefen Gewölber von Kalck-Steinen, damit die stärckste Glut daran schläget und sie calciniret; sondern man setzet auch unten herum Ziegeln aus Thon, oder Töpfer-Erde, denen die Glut nicht schadet; die aber viel schwehrer sind, als die andern.

Die 5. Anmerckung.

55. Goldmann (lib. 1. c. 15. f. 61.) erinnert, daß die Ziegeln noch einmal so hart werden, als sonst, wenn man sie wiederum Wasser in sich ziehen läßt, nachdem sie aus dem Ofen kommen, und sie zum andern male brennet.

Die 6. Aufgabe.

56. **Die Ziegeln zu probiren, ob sie gut sind, oder nicht.**

Auflösung.

Wollet ihr wissen, ob die Ziegeln recht feste sind, oder nicht, so dürfet ihr sie nur beschwehren, oder darauf schlagen.

Hingegen, wenn ihr euch versichern wollt, ob sie recht ausgebrannt sind, oder nicht, so schlaget mit einem Höltzlein, Eisen oder Finger daran, und mercket darauf, ob sie helle klingen.

Oder tauchet sie ins Wasser, und gebet darauf acht, ob sie schlammig werden, oder nicht. Denn, wenn sie rein klingen und nicht schlammig werden, sind sie recht ausgebrannt.

Der 7. Lehrsatz.

57. **Der Sand, den man zum Bauen brauchet, muß trocken, rauh und rein, das ist, mit keiner Erde vermenget seyn.**

Beweiß.

Man mischet im Bauen den Sand unter den Kalck vermittelst des Wassers, damit man dadurch die Ziegeln und Steine in dem Mauer-Wercke mit einander verbinden kan. Derowegen muß man solchen Sand brauchen, der sich mit dem Kalcke fest vereiniget, das ist, vermöge der Erfahrung, trocken, rauhe und rein ist. W. Z. E. W.

Die 7. Aufgabe.

58. **Den Bau-Sand zu probiren.**

Auflösung.

Reibet ihn in dem Hand-Teller, und mercket darauf, ob er ein Geräusche macht, und Staub zurücke läßt. Denn aus dem erstern erkennet man, daß er trocken und rauhe; aus dem andern, daß er rein ist.

Oder: Rühret ihn im Wasser herum. Denn so er dasselbe trübe macht, so ist er unrein.

Oder: Laßt ihn unter freyem Himmel liegen und gebet acht, ob er bewächst. Denn wenn dieses geschiehet, so ist er unrein. Er wird aber auch unrein, wenn er lange unter freyem Himmel liegt, weil der Staub aus der

der Luft darauf fällt, und mit Thau und Regen auch tiefer hinunter gebracht wird.

Die 1. Anmerckung.

59. *Vitruvius* (lib. 2. c. 4.) erzehlet dreyerley Arten des Sandes, nemlich den gegrabenen Sand, den Fluß-Sand und den Meer-Sand. Der gegrabene ist entweder schwartz, oder grau, oder roth, oder glänzend, oder kiesicht. Der schwartze Sand ist unrein, und also zum Bauen nicht tauglich (§. 57). Der graue ist etwas besser, weil er nicht so viel Erde bey sich hat. *Vitruvius* ziehet ihm den rothen vor, den man nach *Alberti* Bericht (lib. 2. c. 12.) zu den öffentlichen Gebäuden in Rom gebraucht; allen Arten des Sandes aber den glänzenden, weil er der reineste und festeste ist.

Die 2. Anmerckung.

60. Es meldet *Palladius* (lib. 1. c. 4.), daß unter dem gegrabenen Sande durch lange Erfahrung der weisse für den schlimsten befunden worden, sonder Zweifel, weil er niche rauh genung, und sich dannenhero mit dem Kalcke nicht wohl verbinden läßt.

Die 3. Anmerckung.

61. Ueber dieses erinnert *Vitruvius* (l. c.), daß der gegrabene Sand unrein wird, wenn er lange Zeit in der Luft, der Sonne, dem Monde und dem Reife lieget: wovon ich vorhin die Ursache angezeiget habe. Der Mond thut nichts dabey; aber wohl die Sonne, in so weit sie durch ihre Wärme ihn austrocknet, wenn er feuchte worden ist, wodurch der Staub an dem Sande hangen bleibt.

Die 4. Anmerckung.

62. Der Meer-Sand muß mit süssem Wasser abgewaschen werden, sonst zerbeisset das mit ihm vermischte Saltz den Kalck. Hingegen den Kieß-Sand muß man durch Hürten (das ist, durch ein von

eisernem Drath gemachtes Gegitter) werfen, damit er von den groben Kiesel-Steinen gereiniget werde, die sonst verhindern, daß man die Ziegeln nicht gerade auf einander legen kan.

Der 8. Lehrsatz.

63. **Der Kalck soll aus harten und reinen Steinen gebrannt werden.**

Beweiß.

Denn es lehret die Erfahrung, daß die harten Steine einen weissen und festen; die weichen aber einen Kalck geben, der gleichsam in Asche zerfällt, wenn er aus dem Ofen getragen wird. Und wenn die Steine unrein sind, so wird auch der Kalck unrein. Weil aber weder der Kalck, welcher bald zerfällt, noch auch der unreine festen Mörtel giebet; so wird keiner von beyden in der Bau-Kunst gelobt (§. 32). Und dannenhero ziehet man den aus harten und reinen Steinen vor. W. Z. E. W.

Die 1. Anmerckung.

64. *Vitruvius* (lib. 2. c. 5.) und *Alberti* (lib. 2. c. 11.) verwerfen auch nicht den Kalck, der aus Schwammlöcherichten Steinen gebrannt wird. Und der letztere hält den Kalck zu allem Gebrauche dienlich, den man aus Mühl-Steinen, in welchen kein Saltz zu finden ist, zubereitet. Er ziehet über dieses die gebrochenen Steine den zusammen geklaubeten vor, und hält die vor besser, welche in einem schattichten, und feuchten, als die in einem trockenen Bruche gefunden werden. *Palladius* pflichtet ihm bey, und erinnert noch dazu, daß die Steine aus fliessenden

Was-

Wassern und Bächen einen saubern und weissen Kalck geben (lib. 1. c. 5.).

Die 2. Anmerckung.

65. Wo man Mangel an Kalck-Steinen hat, brennet man Kalck aus Muscheln, wie in Holland, und werden dazu die runden weissen Muscheln genommen, welche man an dem Ufer der See findet. Es erinnert aber Goldmann (lib. I c. 17. f. 62.), daß er die Feuchtigkeit sehr an sich ziehet, und wenn er zum Tünch gebraucht wird, der Regen ihn von den Wänden abschälet. In andern Fällen halten ihn einige vor den besten. (*Dieussart* lib. 1. c. 7. f. 18.).

Die 3. Anmerckung.

66. Es ist auch eine Art Kalck, welcher aus den Kalck-Gruben gegraben, in Ziegel-Formen gestrichen, hierauf abgetrocknet, und endlich wie die Ziegeln, im Ofen gebrannt wird. Und muß derselbe trocken, und im trockenen verwahret werden. (*Dieussart* (l. 1. c. 7. f. 18.). Goldmann mercket an (lib. 1 c. 17. f. 62.), daß er erst durch die Länge der Zeit erhärtet wird.

Die 4. Anmerckung.

67. Ehe man die Steine in den Ofen wirft, sollen sie zuvor zerschlagen werden. Denn, wenn es sich sonst zuträgt, daß in dem Steine eine große Höhle ist; so dehnet sich die Luft von der Gewalt der Flamme aus, wirft den Stein mit einem großen Knalle in Stücken, und beschädiget leicht den Ofen.

Die 5. Anmerckung.

68. *Alberti* und *Palladius* (l. c.) wollen, der Kalck solle 60 Stunden gebrannt werden, welches Böckler in den Anmerckungen über den *Palladium* (lib. 1. c. 5.) billiget.

Die

Die 8. Aufgabe.

69. **Den Kalck zu probiren, ob er gut gebrant sey, oder nicht.**

Auflösung.

Alberti (lib. 2. c 11. lib. 3. c. 4) giebt folgende Proben an. Es sollen die Steine um $\frac{1}{3}$ leichter worden seyn: der Kalck soll weiß, leicht und klingend seyn: er soll sich in dem Gestelle, darinnen er eingemacht wird, dicke anhängen. **Böckler** (l. c.) giebet als ein Merckmal eines guten Kalckes an, wenn er im Löschen mit einem dicken Dampfe auffsteiget: und *Dieussart* (l. c.) setzet hinzu, wenn er im Löschen viel Wasser erfordert.

Die 9. Aufgabe.

70. **Den Kalck durch etliche Jahre gut zu erhalten.**

Auflösung.

1. Löschet ihn mit Wasser, und rühret ihn in einen dünnen Brey.
2. Lasset ihn durch ein Loch an dem Boden des Troges in eine in der Erde zubereitete Grube fliessen.
3. Wenn die Grube voll ist, so decket sie mit Sande zu, damit der Kalck nicht austrocknen kan, sondern so lange feuchte bleibt, bis man ihn zum Verarbeiten mit Spathen aussticht.

Anders.

Anders.

Böckler (in seinen Anmerckungen über den *Palladium* lib. 1. c. 5.) recommendiret folgende Manier. Wenn ihr den Kalck 3, 4, 10 und noch mehrere Jahre gut und kräftig erhalten wollt:

1. So bald er aus dem Ofen kommt, leget ihn auf einen Platz zwey bis drey Schuh über einander.
2. Streuet 2 bis 3 Schuh hoch Fluß- oder Feld-Sand darüber, und feuchtet den Sand durchaus starck genung an, indem ihr so viel Wasser darauf giesset, daß der Kalck sich nicht bloß entzündet und verbrennet, sondern gelöschet wird.
3. Wenn sich der Sand von dem aufsteigenden Dampfe spaltet, so ziehet ihn mit einer höltzernen Schaufel bald wieder zu, daß der Dampf nicht heraus kan.

So sollen die Kalck-Steine zu lauter Feiste, wie ein Käse von eitel Milchram, werden, und die Ziegeln als das beste Kütt heften.

Die 10. Erklärung.

71. Eine Stütze nennen wir alles dasjenige, was eine Last aufhält, die sonst fallen würde.

Die 11. Erklärung.

72. Die runden Stützen werden Seulen genennet, und zwar Wand-Seulen, wenn ihr Schaft zum Theil eingemauret ist.

Die 12. Erklärung.

73. Die eckichte Stützen heissen Pilasters oder Pfeiler, und nennen sie einige Wand-Pfeiler, wenn sie zum Theil eingemauret sind.

Die 13. Erklärung.

74. Ein Stein, der den Kopf eines über die Mauer hervorragenden Balckens vorstellet, wird ein Krag-Stein genennet.

Der 9. Lehrsatz.

75. Es muß an dem gantzen Gebäude nichts angehängtes und angekleibtes erscheinen, sondern vielmehr alles entweder seinen festen Grund haben, oder zulänglich unterstützt seyn.

Beweiß.

Denn, was weder einen festen Grund hat, noch unterstützt ist, wird entweder in der Zeit in der That herunter fallen, oder wenigstens das Ansehen haben, als wenn es in die Länge nicht würde dauren können. Keines aber von beyden kan an einem Gebäude geduldet werden (§. 15, 18) Derowegen muß an dem gantzen Gebäude rc. W. Z. E. W.

Der 1. Zusatz.

76. Und demnach müssen die Scheide-Mauren und Zwischen-Wände entweder auf einer Mauer oder einem Gewölbe aufstehen,

stehen, oder man muß die letztern von Hänge-Wercke machen.

Der 2. Zusatz.

77. Man muß keine Stütze an das Gebäude machen, wo nichts zu tragen ist.

Der 3. Zusatz.

78. Und weil die Stütze hindern soll, daß die auf ihr ruhende Last nicht weichen kan; so muß sie auch selbst nicht weichen können, und dannenhero auf einem festen Grunde ruhen.

Der 4. Zusatz.

79. Wiederum, weil alles zulänglich unterstützt seyn soll, so muß man freystehende Seulen und Pfeiler brauchen, wo die Last weit heraus gehet, oder gar frey schwebet, als das Gewölbe einer Kirche. Hingegen, wenn die Last nicht weit hervor raget, so kan man mit Wand-Seulen und Wand-Pfeilern zufrieden seyn (§. 72, 73). Wo aber zu Säulen und Pfeilern kein Raum ist; da bedienet man sich der Krag-Steine (§. 74).

Der 5. Zusatz.

80. Also sind Krag-Steine Noth-Stützen, und können nirgens gebilliget werden, wo man für andere Raum hat. Vielweniger würde sichs reimen, wenn man Krag-Steine auf Seulen und Pilastern legen wolte.

Der 6. Zusatz.

81. Und damit man dem Ansehen der Festigkeit nichts vergebe (§ 9, 18), so dürfen die Krag-Steine oder auch würcklichen Köpfe der Balcken innerhalb der Last, welche sie tragen, nicht verborgen werden.

Der 10. Lehrsatz.

82. *Jede Stütze muß in ihren Abmessungen der Last proportionirt seyn, die sie tragen soll, und entweder aus eben solcher Materie zubereitet werden, aus welcher die Last bestehet, oder auch aus gleich fester, oder auch lieber aus noch festerer.*

Beweiß.

Denn, sonst wäre Gefahr, daß entweder die Stütze mit der Zeit dem Drucken der Last nachgeben würde, wenn sie gleich im Anfange hielte, oder nicht so lange daurete, als die Last, welche auf ihr ruhet. Da nun beydes der Festigkeit des Gebäudes zu wieder ist (§ 6); so muß jede Stütze der Last proportioniret seyn, die sie tragen soll, u. s. w. (§. 15.). W. Z. E. W.

Der 1. Zusatz.

83. Weil nun eine kurze und dicke Stütze mehr tragen kan, als eine hohe und dünne; so muß die Dicke in der Höhe wenig mal enthalten seyn, wo eine große Last zu tragen ist, hingegen vielmal, wo eine kleine zu unterstützen ist.

Der

Der 2. Zusatz.

84. Und da sie gewisser stehet, wenn sie unten dicke, und oben dünne ist (wie aus der Mechanick und Erfahrung bekant); so muß sie wie ein abgekürtzter Kegel in ihrer Dicke abnehmen.

Anmerckung.

Tab. I. Fig. 1.

85. In der alten schlechten Bau-Art, (welche Blondell Cours d'Architecture lib. 1. c. 2. part. 1. f. 3, und Goldmann lib. 2. c. 1. f. 73. nach Anleitung des *Vitruvii* lib. 2. c. 1. deutlich beschrieben haben), brauchte man anfangs, die Stämme der Bäume K das Dach zu unterstützen, und setzte sie an die vier Ecken des Hauses, damit das Dach darauf ruhen mögte, und nicht die Wände mit desselben Last beschwehret würden. Damit nun diese Stützen nicht spalteten, umgab man sie oben und unten mit einem eisernen Reifen C und B; legte auch oben eine Tafel D darauf, welche der Reifen tragen half. Damit sie wieder den Regen und die Feuchtigkeit der Erde verwahret würden, setzte man einen viereckichten Besetzziegel A unter. Hierauf kam, nach der Breite des Gebäudes quer über, der Balcken E, auf welchem andere Balcken F, F, F &c. nach der Länge des Gebäudes ruheten, darauf die Dielen des Bodens genagelt wurden. Endlich wurden die Dach-Sparren IHI aufgerichtet, und zu den Seiten wurde zu oberste die Dach-Rinne dem Dache unterzogen, damit der Regen abschiessen konte. Da man aber ferner wahrnahm, daß bey großem Platz-Regen die Seulen unten Schaden nahmen, so setzte man einen Würfel aus Werck-Stücken unter; damit nun auch dessen Ecken unbeschädiget blieben, legte man unten einen breiten Grund-Stein unter, oben deckte man denselben mit

einem platten Deckel: wiewol man den Grund-Stein und Deckel abhängig machte, daß der Regen daran ablaufen konte.

Die 14. Erklärung.

86. *Alles was in dieser schlechten Bau-Art aus nöthigen Absichten ist gemacht worden, hat man aus Stein oder auch zuweilen aus Holtze zierlich nachzumachen getrachtet, und das Werck, welches durch diese Arbeit heraus gekommen ist, eine Ordnung genennet: daß also die Ordnung der Bau-Kunst eine Seule mit ihren dazu gehörigen Gesimsen ist.*

Der 1. Zusatz.

Tab. I. Fig. 2.

87. Daher ist es geschehen, daß eine Ordnung aus drey Haupt-Theilen bestehet, von denen der unterste AB dasjenige, was zu Erhöhung der Stützen gebraucht worden; der andere CD die Seule oder Stütze selbst; der dritte EF die Last, so auf der Stütze ruhete, vorstellet.

Der 2. Zusatz.

88. Wenn man von den Ordnungen und ihrem Gebrauche urtheilen will, so muß man die nöthigen Absichten in der schlechten Bau-Art jederzeit zum Grunde des Urtheils setzen.

Anmerckung.

89. Hieraus siehet man, daß diejenigen sich sehr betrügen, welche die Lehre von den Ordnungen in der

der Bau-Kunst keinen Grund zu haben vermeinen. Denn unerachtet die wesentliche Vollkommenheit des Gebäudes dieselben nicht überall erfordert, wo man sie zu gebrauchen pfleget; so muß sie doch dieselben zu erfordern scheinen. Und da der Bau-Meister auch diesem Scheine ein Genügen thun muß (§. 18); so hat er sich völlig nach den Absichten zu richten, die man haben müste, wenn sie schlechterdings nöthig wären. Diese Absichten aber hat man aus der schlechten Bau-Art (§. 85) herzuholen Dannenhero, wenn auch einer den angegebenen Ursprung der Ordnungen historisch für unrichtig hielte; so muß er dennoch, vermöge der von uns bestetigten Gründe der Bau-Regeln, zugeben, daß man die bey der schlechten Bau-Art nöthigen Absichten zu Schein-Absichten bey den Regeln machen müsse, und man dannenhero annehmen könne, als wenn dieses ihr Ursprung gewesen wäre.

Die 15. Erklärung.

Tab I. Fig. 2.

90. **Der unterste Theil der Ordnung AB wird das Postement, der mittlere CD die Seule; der obere EF des Haupt-Gesimse genennet.**

Anmerckung.

91. Goldmann nennet das Postement den Seulen-Stuhl, und das Haupt-Gesimse das Gebälcke. Es ist nemlich zu wissen, daß er sich so wohl in der Benennung der Haupt-, als anderer Glieder beständig nach den Lateinischen Nahmen des *Vitruvii* richtet. Wir bleiben bey den Benennungen der meisten Werck-Leute, theils, damit auch sie diese Anfangs-Gründe der Bau-Kunst ungehindert zu ihrem Nutzen lesen, theils unsere Zuhörer und andere, die nach ihnen sich etwan informiren zu lassen, belieben mögten,

mit jenen von Bau-Sachen reden können, theils, weil dieser Benennungen nicht so viel sind, als bey dem Goldmann, da öfters ein Glied verschiedene Nahmen bekommt, blos von der Stelle, die es in der Ordnung einnimt, auch weil sie in andern Teutschen Schriften beständig gebraucht worden sind.

Der 1. Zusatz.

92. Weil das Postement nur zur Erhöhung der Seule gebraucht wird (§ 87, 90); so kan es überall wegbleiben, wo die Seule schon vor sich erhöhet ist.

Der 2. Zusatz.

93. Hingegen, weil das Haupt-Gesimse die Last ist, welche die Seule trägt (§. 87, 90), keine Seule aber gemacht werden muß, wo nichts zu tragen ist (§. 77); so kan das Haupt-Gesimse niemals wegbleiben.

Der 3. Zusatz.

94. Gleichwie aber das Postement zur Erhöhung der Seulen gebraucht wird (§. 87); eben so kan man es zur Erhöhung anderer Sachen, die um einer gleichmäßigen Ursache willen erhöhet werden müssen, als der Statuen in einem Garten, brauchen.

Die 16. Erklärung.

95. **Die Linie, um welche ein Theil, oder auch ein Glied eines Theils breiter ist, als das andere, nennet man die Ausladung.** Goldmann **heisset sie die Vorstechung.**

Die

Die 17. Erklärung.

96. **Das Postement hat drey Theile, 1. das Fuß-Gesimse BG (den Fuß des Seulen-Stuhls), 2. den Würfel HG, 3. das Postement-Gesimse AH (den Deckel); deren der erste den Grund-Stein, den man unter den Würfel, der andere aber den Deckel, den man über den Würfel legte, vorstellet (§. 85).** Tab. I. Fig. 2.

Zusatz.

97. Da nun das Fuß- und Postement-Gesimse zu Verwahrung des Würfels dienen (§. 85); so kan keines von beyden jemals weggelassen werden, beyde aber müssen Ausladung über den Würfel haben.

Die 18. Erklärung.

98. **Die Seule hat gleichfalls drey Theile, 1. das Schaft-Gesimse IC (den Fuß), 2. den Schaft IK (den Stamm), 3. das Capitäl DK (den Knauf). Der erste stellet den Besetz Ziegel vor, der unter die Seule kam; der dritte die Tafel, welche auf die Seule gelegt wurde (§. 85).** Tab. I. Fig. 2.

Zusatz.

99. Daher muß das Schaft-Gesimse und Capitäl Ausladung über die Seule haben, damit die Seule gewisser stehet, und der Balcken sicherer aufliegt. Hingegen kan

das Schaft-Gesimse keine Ausladung über den Würfel haben, weil es auf diesem ruhet.

Die 19. Erklärung.

Tab. I. Fig. 2. 100. **Auch das Haupt-Gesimse hat drey Theile**, 1. den Architrab LE (**den Unter-Balcken**), 2. den Frieß MN **den Borten**), 3. den Karnieß FO (**den Krantz**). **Der erste stellet den Quer-Balcken vor, der nach der Breite des Hauses gelegt wurde, der andere die Köpfe der Balcken, welche auf diesem ruheten, und der dritte die Dielen, so darauf genagelt wurden, nebst der Dach-Rinne** (§. 85).

Der 1. Zusatz.

101. Daher muß das unterste Glied des Architrabs, ingleichen der Frieß keine Ausladung über den Ober-Theil des Schaftes haben. Denn keine Last muß breiter seyn, als der Grund, worauf sie ruhet, wenn sie feste liegen soll.

Der 2. Zusatz.

102. Hingegen der Karnieß muß Ausladung über die gantze Ordnung haben, weil er den Regen von ihr abhalten soll (§. 85).

Anmerckung.

103. Die Nahmen, welche in eine parenthesin eingeschlossen, sind Goldmanns. Und haben wir sie um deswillen mit beybehalten, damit der Leser zugleich zu seinem herrlichen Wercke von der Bau-Kunst zubereitet würde.

Die 20. Erklärung.

104. **Damit** die erwehnten Theile der Ordnungen ein besseres Ansehen bekämen, so hat man sie aus kleinen Gliedern zusammen setzen wollen. Da man sich aber vorgenommen hat, keine anzunehmen, als die sich durch Zirckel und Lineal zeichnen lassen, so hat man zweyerley Arten der Glieder bekommen, platte und krumme. Jene nennet man Platten, wenn sie groß sind; Plättlein, wenn sie klein sind; diese aber sind entweder erhaben, oder ausgehöhlet, oder erhaben und ausgehöhlet zugleich. Es können aber die erhabenen und ausgehöhlten entweder aus einem halben Circul, oder nur aus einem Bogen gemacht werden. Die erhabenen heissen Stäbe, wenn sie groß sind; Stäblein, wenn sie klein sind; Viertel-Stäbe, wenn ihre Figur nach einem Bogen gerichtet ist; die ausgehöhlten insgesammt Hohl-Kehlen: die zugleich erhaben und ausgehöhlet sind, Karnieße, wenn sie groß sind, Karnießlein, wenn sie klein sind. Hierzu kommt noch der Ab- und Anlauf, welcher ein ausgehöhltes Glied ist, welches entweder oben, oder unten zwey, sonderlich platte Glieder an einander hänget.

Tab. II. Fig. 11.

Anmerckung.

105. Goldmann nennet diese Glieder gantz anders und mit viel mehreren Nahmen. Die Platten heissen bey ihm bald Streifen, bald Bänder, im Karnieße und Postement-Gesimse Krantz-Leisten, die Plättlein aber Riemlein; und an dem Ende eines Haupt-Theils Ueberschläge; unten an dem Schafte Untersäume, oben Obersäume. Die gantzen Stäbe nennet er Pfühle, die Viertel-Stäbe Wülste, die Stäblein Stäbe und Stäblein: die nach einem Bogen ausgehöhlten Hohl-Kehlen Hohl-Leisten, die übrigen Einziehungen: die Karnieße, da die Ausladung der Höhe gleich ist, Kinn-Leisten und Sturtz-Rinnen; die übrigen aber Kehl-Leisten.

Die 10. Aufgabe.

Tab. I. Fig. 3.

106. **Einen Stab zu zeichnen.**

Auflösung.

1. Theilet die Höhe AB in 2 gleiche Theile in C (§. *120, 121 Geom.*).
2. Beschreibet aus C mit dem Radio CA einen halben Circul (§. 104).

Die 11. Aufgabe.

Tab I. Fig. 4.

107. **Einen Viertel-Stab zu zeichnen.**

Auflösung.

1. Theilet die Höhe BC in 3 gleiche Theile, und gebet $\frac{2}{3}$ davon, nemlich BG, der Ausladung AB (§. 21).
2. Theilet das mittlere Drittel EG in 4 gleiche Theile, und machet $BD = BF = \frac{1}{3}BC + \frac{1}{4}EG$.

3. End-

3. Endlich beschreibet aus D mit dem Radio DA den Bogen AC.

Anders.

1. Suchet die Ausladung AB wie vorhin. Tab. I. Fig. 5.
2. Machet mit BC aus C und B einen Durchschnitt in D.
3. Beschreibet aus D den Bogen BC.

Die 12. Aufgabe.

108. *Eine Hohl-Kehle zu zeichnen.* Tab. II. Fig. 6.

Auflösung.

1. Theilet die Hohe AB in 2 gleiche Theile in E und machet die Ausladung AC=AE (§. 21).
2. Theilet ferner AE in zween gleiche Theile in F, und verlängert BG in D, bis DB = AB + AF = $\frac{4}{5}$AB wird.
3. Beschreibet aus D mit dem Radio DB den Bogen CB.

Anders.

1. Suchet die Ausladung AC, wie vorhin.
2. Machet mit BC aus B und C einen Durchschnitt in D.
3. Beschreibet aus D mit DB den Bogen BC.

Die 13. Aufgabe.

109. *Einen großen Karnieß zu zeichnen.* Tab. II. Fig 7.

Auflösung.

1. Machet die Ausladung AC=AB (§. 21). Tab. II. Fig. 8.
2. Richtet aus der Mitten E der Höhe AB einen

einen Perpendicul DE=AC auf (§. 95. *Geom.*).

3. Beschreibet aus D mit dem Radio DC den Quadranten CF, und aus E mit dem Radio EB den Quadranten BF.

Die 14. Aufgabe.

Tab. II. Fig. 9.

110. *Einen kleinen verkehrten Karnieß zu zeichnen.*

Auflösung.

1. Theilet die Höhe AB in 2 gleiche Theile in E, und machet die Ausladung AC=AE (§. 21).
2. Ziehet ferner eine blinde Linie BC.
3. Theilet ferner AE in 4 gleiche Theile, und machet AF=AH=$\frac{1}{4}$AE.
4. Beschreibet aus F mit FC den Bogen DC.
5. Machet BG=FC, und
6. Beschreibet damit aus G den Bogen DB.

Anders.

Tab. II. Fig. 10.

1. Machet abermals die Ausladung AC =$\frac{1}{2}$AB.
2. Theilet die Linie BC in zween gleiche Theile in D.
3. Machet mit CD aus C und D den Durchschnitt F, und aus D und B den andern G.
4. Endlich beschreibet aus F mit FC den Bogen DC und aus G mit GD den Bogen DB.

Die

Die 15. Aufgabe.

111. **Eine doppelte Hohl-Kehle zu zeichnen.** Tab. XXII. Fig. *.

Auflösung.

1. Theilet die Höhe NL in drey gleiche Theile, so, daß NK $= \frac{1}{3}$NL, und KL $= \frac{2}{3}$NL.
2. Machet HN=NK, und LI=KL, und ziehet KM mit NH parallel.
3. Machet KO=NH, und KM=LI, und beschreibet aus O mit KO den Bogen KH, und aus M mit MK den Bogen KI.

Die 16. Aufgabe.

112. **Einen Ab- und Anlauf zu zeichnen.** Tab. II. Fig. 11.

Auflösung

1. Theilet die Höhe HC in zween gleiche Theile, und machet die Ausladung AH $= \frac{1}{2}$HC.
2. Ziehet CI auf HC perpendicular, und machet es $= \frac{5}{4}$HC.
3. Endlich beschreibet aus I mit IC den Bogen CA.

Anders.

Wenn man die Ausladung AH $= \frac{2}{3}$HC machet; so wird CI $= \frac{13}{12}$HC.

Man könte auch mit AC aus A und C einen Durchschnitt in I machen.

Der 11. Lehrsatz.

113. **Einerley Glieder stehen in einem Gesimse nicht wohl unmittelbar über einander.**

Be-

Beweiß.

Wenn einerley Glieder übereinander stehen, so lässet sich ein Theil nicht wohl von dem andern unterscheiden. Da nun die Sachen, darinnen sich nicht alles wohl von einander unterscheidet, verwirret aussehen, und keinen Gefallen in uns erwecken (§. 24); so können wir sie auch nicht vor schöne halten (§. 9): und daher muß man einerley Glieder nicht über einander setzen (§. 18). W. Z. E. W.

Der 1. Zusatz.

114. Darum werden die großen Glieder durch kleine, und besonders die runden durch Plättlein, die Platten durch Stäblein unterschieden.

Der 2. Zusatz.

115. Weil der Ab- und Anlauf rund ist (§. 112); so lassen sich zwey platte Glieder über einander setzen, wenn man eins an das andere ab-, oder anlaufen lässet.

Der 12. Lehrsatz.

116. *Der Würfel, Schaft und Frieß sollen an ihre Ober- und Unter-Plättlein ab- und anlaufen.*

Beweiß.

Der Bau-Meister soll auf das Ansehen der Stärcke bedacht seyn (§. 15, 18). Derowegen, da die Sachen, welche aus einem Stücke gemacht sind, fester aussehen, als die aus vielen zusammen gefüget werden; der Würfel aber,

aber, Schaft und Frieß als Dinge, die zum unterstützen gemacht sind, feste aussehen sollen (§. 85, 96, 98, 100): so müssen sie mit ihren Ober- und Unter-Plättlein nicht allein aus einen Stücke gemacht werden; sondern man muß auch dieses deutlich wahrnehmen können. Dieses letztere aber wird durch den Ab- und Anlauf erhalten (§. 04). Demnach muß man sich desselben bedienen. W. Z. E. W.

Der 13. Lehrsatz.

117. **Der Schaft soll nicht mit Ringen und Kränzen umgeben, noch mit Wein-Rancken umwunden, oder auf Schrauben-Art umher ausgedrehet werden.**

Beweiß.

Der Beweiß ist fast eben wie (§. 116). Er gründet sich nemlich auf das Ansehen der Festigkeit.

Der 14. Lehrsatz.

118. **Der Schaft der Seulen soll keinen Bauch haben, und aus den Flächen der Würfel sollen keine Tafeln ausgenommen werden.**

Beweiß.

Die Seule als eine Stütze (§. 72) soll sich durch das Ansehen der Festigkeit recommendiren (§. 15). Da nun eine bauchichte Seule nicht so feste stehet, als eine andere: so kan

kan sie keinen Bauch haben. **Welches das erstere war.**

Das Schaft-Gesimse kan keine Ausladung über den Würfel haben (§. 99). Wenn aber aus der Fläche des Würfels Tafeln ausgenommen werden, so bekommt es an diesen Orten eine Ausladung über den Würfel. Derowegen dürfen sie nicht ausgenommen werden. **Welches das andere war.**

Der 15. Lehrsatz.

119. *Kein Glied eines Haupt-Theils darf an ein Glied eines andern ablaufen.*

Beweiß.

Der Ablauf verbindet zwey Glieder, als wenn sie eins wären. Derowegen, wenn man ein Glied eines Haupt-Theils an ein anderes ablaufen läßt, so siehet es aus, als wenn es zu einem fremden Theile gehörete: welche Verwirrung nicht kan geduldet werden (§. 24). Derowegen soll kein Glied rc. W. Z. E. W.

Zusatz.

120. Daher tadelt *Perrault* (in seinem Wercke von den Seulen part. 2. c. 8. f. 120) mit Recht, wenn man die große Platte des Schaft-Gesimses an das Postement-Gesimse anlaufen läßt.

Die

Die 21. Erklärung.

121. **Durch die wesentlichen Glieder verstehe ich diejenigen, welche in einem Theile der Ordnung nothwendig seyn müssen.**

Der 1. Zusatz.

122. Es sind also wesentliche Glieder, die etwas vorstellen, welches in der schlechten Bau-Art nöthig war (§. 88).

Der 2. Zusatz.

123. Demnach muß in dem Fuß-Gesimse nothwendig eine Platte, und in dem Postement-Gesimse eine Platte oder wenigstens ein Ober-Plättlein seyn (§. 96).

Der 3. Zusatz.

124. An dem Schafte muß ein Unter-Plättlein mit einem Ablaufe seyn (§. 85, 116).

Der 4. Zusatz.

125. In dem Schaft-Gesimse und Capitäl muß eine große Platte seyn (§. 98).

Der 5. Zusatz.

126. In den Architrab gehöret eine große Platte und in den Karnieß eine große abhangende Platte nebst dem Karnieße und Ober-Plättlein (§. 100).

Der 16. Lehrsatz.

127. **In das Postement-Gesimse, das Capitäl und den Karnieß schicken sich**

sich alle Glieder, ausser dem Stabe und der doppelten Hohl-Kehle.

Beweiß.

In dem Postement-Gesimse, Capitäle und Karnieße nimt die Ausladung beständig zu: und dannenhero schicken sich dahin alle Glieder, welche nicht allein selbst oben eine Ausladung haben, sondern über die auch andere darüber geordnete Glieder eine Ausladung bekommen können. Dieses aber trift bey allen Gliedern, ausser dem Stabe und der doppelten Hohl-Kehle, ein (§. 104). Denn, weil in dem Stabe, die Glieder über den Diameter, in der genannten Hohl-Kehle über die Linie, welche den ausgehöhlten Bogen berühret, geordnet werden müssen; so können sie keine Ausladung über dieselben bekommen. Derowegen schicken sich in die erwehnten Theile der Ordnungen alle Glieder, ausser dem Stabe und derselben Hohl-Kehle. W. Z. E. W.

Der 17. Lehrsatz.

128. In das Fuß- und Schaft-Gesimse schicken sich alle Glieder ausser dem Viertel-Stabe.

Beweiß.

In diesen beyden Gesimsen nimt die Ausladung immer ab. Derowegen schicken sich ausser den Platten-Gliedern, dem Stabe und der doppelten Hohl-Kehle nur diejenigen,

gen Glieder dahin, welche man verkehrt setzen kan. Man kan aber die Karniesse und Hohl-Kehlen verkehrt setzen, und wegen des Stabes hat man den Viertel-Stab nicht nöthig. Derowegen schicken sich dazu alle Glieder, ausser dem Viertel-Stabe. W. Z. E. W.

Der 18. Lehrsatz.

129. **Die Glieder, welche im Postement-Gesimse zu finden sind, müssen im Fuß-Gesimse verkehrt zu sehen seyn: ausser, wenn in jenem ein Viertel-Stab ist, so muß in diesem ein gantzer Stab, wenn in diesem eine gantze Hohl-Kehle ist, in jenem eine Platte mit einem Ablaufe an ein Plättlein seyn.**

Beweiß.

Weil man das Postement in der Nähe gantz übersehen kan, so muß man bey ihm die Eurythmie in acht nehmen (§. 28), und dannenhero müssen die Glieder des Postement-Gesimses auch in dem Fuß-Gesimse zu finden seyn (§. 26). Da sich aber in das Postement-Gesimse kein gantzer Stab und keine doppelte Hohl-Kehle schicket (§. 127); so muß man an deren Stelle ähnliche Glieder setzen, die sich dahin reimen, als an die Stelle des gantzen Stabes einen Viertel-Stab, und an die Stelle der gedachten Hohl-Kehle eine Platte mit einem Ablaufe an ein Plättlein. W. Z. E. W.

Die 22. Erklärung.

130. Ausser den verschiedenen Gliedern haben die Griechischen Bau-Meister, und mit ihnen die Römischen noch andere Zierrathen eingeführet, nemlich die Schnörckel und Blätter von welschem Bären-Klee mit den Stengeln; die Triglyphe mit den Zapfen; die Kälber-Zähne und Krag-Steine: die ersten als eine Zierrath der Capitäle, die andern als eine Zierrath des Frieses, und die dritten als eine Zierrath des Karnießes im Haupt-Gesimse. Den Raum zwischen zween Triglyphen, Kälber-Zähnen und Krag-Steinen nennet man die Zwischen-Tiefe. Aller dieser Zierrathen Beschaffenheit ist aus den unten folgenden Aufgaben (§. 158 & seqq.) abzunehmen.

Anmerckung.

131. Wie die Griechen auf diese Zierrathen gekommen sind, wird bald mit mehrerm angeführet werden.

Die 17. Aufgabe.

132. Alle möglichen Gesimse und Ordnungen zu finden.

Auflösung.

1. Setzet eine Ordnung aus den wesentlichen Gliedern zusammen (§. 123 & seqq.).
2. Nehmet jeden Theil besonders, und setzet nach und nach zu den wesentlichen Gliedern ein, zwey und mehrere Glieder, die sich in dasselbe schicken (§. 127, 128),

doch

doch so, daß ihr zugleich die oben (§. 113 & seqq.) gegebenen Regeln in acht nehmet, und der gehörigen Zierrathen (§. 130) nicht vergesset.

3. Wenn ihr nun so wohl die schlechtern Theile, als auch die zierlichern zusammen setzet; so kommen gantze Ordnungen heraus.

Beweiß.

Daß ihr auf solche Weise alle möglichen Gesimse, und folglich alle Ordnungen bekommen müsset, daran kan man nicht zweifeln, weil alle Ordnungen aus den Gesimsen, alle Gesimse aber aus den Gliedern, nach den vorhin erwiesenen Regeln, zusammen gesetzt werden müssen. Wenn ihr nun von den einfachen Zusammensetzungen anfahet, und immer weiter ordentlich zu den höhern fortschreitet; so kommen nothwendig alle möglichen Zusammensetzungen heraus. W. Z. E. W.

Die 1. Anmerckung.

133. Es hat noch niemand den Vorrath der Bau-Kunst nach der 17. Aufgabe untersuchet. Weil aber Leute von geringem Verstande diese Arbeit verrichten können; so begnüget mich, ihnen den Weg gezeiget zu haben, und bin vor meine Person damit zufrieden, daß ich ihnen Anlaß gegeben habe, sich um die Bau-Kunst wohl zu verdienen. Welche sich werden belieben lassen, auf dem von mir angewiesenen Wege ordentlich fortzugehen, denen werden sich allgemeine Regeln von selbsten an die Hand geben, nach welchen

Tab. XXIIX. Fig. 12.

unzehliche Wercke der Kunst in ihrer völligen Schönheit zu verfertigen, welche jetzund von Drechslern, Schreinern, Töpfern und andern Handwerckern und Künstlern meistentheils sehr alber gemacht werden. Und was das Haupt-Werck ist, man wird diese Handwercke und Künste zu einer Vollkommenheit bringen können. Zum Exempel habe ich hier einen Anfang von den Postementern geben wollen.

Die 2. Anmerckung.

134. Die Alten, welche die Ordnungen der Bau-Kunst zuerst erfunden, haben es grossen Theils auf gutes Glück ankommen lassen. *Vitruvius* giebet uns (lib. 4. c. 1) von den ersten vier Ordnungen folgende Nachricht. Als Dorus, der über Achajam und Peloponesum geherrschet, der Junoni zu Argis einen Tempel erbauet, hat er die Dorische Ordnung zuerst erfunden. Da hernach die Athenienser dem Apollini Panjonio einen Tempel aufgeführet; haben sie gleichfalls diese Ordnung gebraucht, und die Dicke zu der Höhe nach der Fuß-Länge einer Manns-Person zu seiner gantzen Länge proportioniret. Es ist aber die erste Dorische Ordnung eben diejenige gewesen, welche jetzund die Tuscanische genennet wird, weil sie sonderlich von den Tuscaniern in ihren Tempeln ist gebraucht worden. Hingegen hat man nach und nach die erste Dorische Ordnung weiter ausgearbeitet, und diese wohl ausgearbeitete hat den Nahmen der Dorischen Ordnung behalten. Da man der Dianæ einen Tempel aufrichten wollen, nahm man die Verhältniß der Höhe der Seule zu ihrer Dicke von dem weiblichen Cörper, und machte den Diameter des gleich dicken Stammes $\frac{1}{8}$ der Höhe. Das Capital zierete man mit Schnörckeln, die aufgebundenen Zöpfe der Weibes-Personen, nach damaliger Mode, damit zu bezeichnen. Den Schaft hat man gerippelt, das ist, mit Hohl-Keh-

len

len verzieret, um die Falten des langen Rockes, welchen ihre Matronen trugen, damit anzudeuten. Diese Ordnung ist die Jonische genennet worden. Die Corinthische hat man nach jungfräulicher Länge gemacht, und ihr Capitäl ist von Callimacho, einem berühmten Bildhauer folgendergestalt erfunden worden. Es war zu Corintho eine mannbare Jungfrau gestorben, deren Amme etliche Geschirre, welche ihr lieb gewesen waren, in einem Körblein auf ihr Grab gesetzt, und oben mit einem Besetz-Ziegel zugedeckt hatte. Da es nun ohngefehr auf die Wurtzel einer Pflantze, welche Acanthus, oder Welscher Bären-Klee genennet wird, gekommen war, drungen des Frühlings die Blätter unter dem Körblein hervor, und bekleideten es. Und als die zarten Steugel den Ziegel erreichten, krümmeten sie sich in einen Würbel. Nach dieser Figur hat Callimachus sein Capitäl eingerichtet. Nachdem *Vitruvius* seine Bücher von der Bau-Kunst schon geschrieben, hat man aus der Dorischen, Jonischen und Corinthischen Ordnung die fünfte zusammen gesetzet, welche daher die Composita, ingleichen von ihren Erfindern den Römern, die Römische genennet wird.

Die 23. Erklärung.

135. **Die Tuscanische Ordnung ist die schlechteste unter allen, deren Capitäl und Gesimse mit wenigen Gliedern gezieret ist. Die Dorische hat im Capitäl auch keine Schnörckel, aber in den Gesimsen mehr Glieder, und im Friese Triglyphen mit Zapfen. Die Jonische hat im Capitäl acht Schnörckel und keine Blätter: die Römische noch dazu zwo Reihen Blätter:**

ter: die Corinthische sechzehn Schnörckel, acht Stengel und drey Reihen Blätter.

Anmerckung.

136. Unerachtet aber alle Bau-Meister in der Zahl der Ordnungen, ihren Nahmen und Capitälen mit einander übereinkommen, ausser daß *J. del Duca* dem Jonischen Capitäl eine Reihe Blätter gegeben, und *Franciscus Borromini* die Zahl der Schnörckel in dem Römischen verdoppelt hat: so ist doch in den übrigen Theilen derselben keine völlige Uebereinstimmung. Daher es auch unmöglich fällt, allgemeine Kennzeichen anzugeben. Denn, die Goldmann (lib. 1. c. 2. §. 80, 81) angewiesen hat, finden, wie er selbst gestehet, nur bey seinen statt. Den Unterscheid zeigen *Rol. Freard de Chambray* in der Architecture parallele. *Carol. Philip. Dietussart*, in Theatro Architecturæ Civilis, der Herr Sturm in dem Anhange zu des Goldmanns Bau-Kunst, und Johann Christian Seyler im Parallelismo Architectonio. Weil aber Goldmann die Lehre von den fünf Ordnungen in einen bessern Zustand gesetzt hat, als sie vorher bey andern Bau-Meistern gewesen sind; so wollen wir bey ihm verbleiben, und sie hernach nach seinem Sinne beschreiben.

Die 18. Aufgabe.

137. **Die Höhen der Glieder in den Gesimsen oder Theilen der Ordnungen geschickt gegen einander zu proportioniren.**

Auflösung.

1. Weil die Höhe der Seule nach ihrer Dicke proportioniret werden muß §. 83); so nehmet zum Maaß oder Modul den Semi-

Semidiameter des gleich dicken Schaftes an, und theilet ihn in 30 kleine Theile, oder Minuten.

2. Gebet denen kleinern Gliedern wenige, denen größern mehrere von diesen dreyssig Theilgen des Moduls; so werden lauter gute Verhältnisse der Glieder gegen einander heraus kommen.

Beweiß.

Der deutlichste Beweiß ist, wenn man eine Tafel verfertiget, darinnen die Höhen jedes Gliedes nach dergleichen Theilgen angewiesen sind. Dergleichen wir auch zu dem Ende hieher setzen.

Nahmen der Glieder.	Höhen.
Ein Plättlein	1 bis 2.
Ein Ober-Plättlein	1½ bis 4.
Eine Platte	3 bis 10.
= = im Architrab	8 bis 15.
Die abhangende Platte	6 bis 10.
Ein Stäblein	1½ bis 3.
Ein Stab	4 bis 8.
Ein Viertel-Stab	3 bis 6.
Eine Hohl-Kehle aus einem halben Circul.	2½ bis 5.
Eine Hohl-Kehle	2 bis 5.
Ein Karnießlein	2 bis 5.
Ein Karnieß.	5 bis 10.

Denn hier dürfet ihr nur die Höhen verschiedener Glieder mit einander vergleichen; so werdet ihr allezeit wahrnehmen, daß eine gute Verhältniß (§. 20, 21) heraus kommt. W. Z. E. W.

Die 19. Aufgabe.

138. **Die Höhe der Seule gegen ihre Dicke, und die Höhen der Theile der Ordnungen, gegen die Höhe der Seule geschickt zu proportioniren.**

Auflösung.

Weil wir die Lehre von den Ordnungen nach Goldmanns Sinne vortragen wollen (§. 136); so müssen wir es auch bey seiner Proportionirung bewenden lassen, und dannenhero an statt der Auflösung folgendes Täflein hersetzen, darinnen die Höhen der Theile nach Moduln angedeutet werden.

Nahmen der Theile.	Tusc.	Doris.	Jonis.	Röm.	Cor.
Das Postement	5	5	5	5	5
Untersatz zu Erhöhung der Seulen	1	1	1	1	1
Die Seule	16	16	16	20	20
Das Haupt-Gesimse	4	4	4	4	4
Das Fuß-Gesimse	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
Der Würfel	$2\frac{3}{4}$	$2\frac{3}{4}$	$2\frac{3}{4}$	$2\frac{3}{4}$	$2\frac{3}{4}$
Das Postement-Gesimse	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$

Das

Nahmen der Theile.	Tusc.	Doris.	Jonis.	Röm.	Cor.
Das Schaft-Gesimse	1	1	1	1	1
Der Schaft	14	14	14	$16\frac{2}{3}$	$16\frac{2}{3}$
Das Capitäl	1	1	1	$2\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{3}$
Der Architrab	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$
Der Frieß	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{15}$	$1\frac{1}{15}$	$1\frac{1}{15}$
Der Karnieß	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{5}$	$1\frac{2}{5}$	$1\frac{2}{5}$	$1\frac{2}{5}$

Die Auslaufungen dieser Theile verhalten sich nach dem **Goldmann** also:

Nahmen der Theile.	Tusc.	Doris.	Jonis.	Röm.	Cor.
Das Fuß-Gesimse	$1\frac{31}{40}$	$1\frac{31}{40}$	$1\frac{31}{40}$	$1\frac{31}{40}$	$1\frac{31}{40}$
Der Würfel	$1\frac{3}{8}$	$1\frac{3}{8}$	$1\frac{3}{8}$	$1\frac{3}{8}$	$1\frac{3}{8}$
Das Postement-Gesimse	$1\frac{7}{8}$	$1\frac{7}{8}$	$1\frac{7}{8}$	$1\frac{7}{8}$	$1\frac{7}{8}$
Das Schaft-Gesimse	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$
Der Schaft	1	1	1	1	1
Der verjüngte	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$
Das Capitäl	$1\frac{2}{15}$	$1\frac{2}{15}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
Der Architrab	$\frac{9}{10}$	$\frac{29}{30}$	1	$1\frac{1}{30}$	$1\frac{1}{12}$
Der Frieß	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$
Der Karnieß	$2\frac{2}{3}$	$2\frac{2}{5}$	$2\frac{2}{5}$	$2\frac{13}{30}$	$2\frac{13}{30}$

 Alle

Alle diese Auslaufungen werden gefunden, wenn man die Ausladungen der Glieder über dem verjüngten und gleich dicken Schafte zusammen addiret, und dem Untersatze die Breite des Würfels, den Frieß und die unterste Platte im Architrabe dem verjüngten Schafte gleich machet, und endlich die Ausladung der Glieder über den Würfel, den Frieß und die unterste Platte des Architrabs, wie vorhin, addiret.

Anmerckung.

139. Aus der ersten Tafel erhellet, daß Goldmann seine Ordnungen in zwo Classen getheilet hat, nemlich in niedrige und hohe. Den niedrigen giebt er 26 den hohen 30 Modul. *Vignola*, welcher die Lehre von den Ordnungen zuerst erleichtert hat, giebt der Tuscanischen 14, der Dorischen 16, der Jonischen 18, der Römischen und Corinthischen 20 Modul zur Höhe, und in allen machet er das Postement $\frac{1}{3}$, das Haupt-Gesimse $\frac{1}{4}$ von der Höhe der Seule. Goldmann hat die Höhe der Dorischen für seine niedrige angenommen, und die Römische und Corinthische behalten, wie sie *Vignola* angiebet. Da er sich nach ihm gerichtet; so ist glaublich, er habe die Tuscanische, Dorische und Jonische Ordnung von einer Höhe gemacht, weil *Vignola* die Römische und Corinthische von einer Höhe angegeben. Er hat aber für alle drey 16 Modul angenommen, weil dieses die mittlere Höhe für dieselben ist.

Die 20. Aufgabe.

140. **Es wird gegeben die Höhe, wohin eine Ordnung kommen soll, man soll den**

den Modul, und folglich die Dicke des Schaftes daraus finden.

Auflösung.

1. Wenn es eine von den hohen Ordnungen ist mit einem Postemente, so dividiret die gegebene Höhe durch 30; soll aber kein Postement dazu kommen, durch 25: was heraus kommt, ist der Modul. Diesen dupliret, so habt ihr die Dicke des Schaftes (§. 138).
2. Ist es aber eine von den niedrigern Ordnungen, und zwar mit einem Postemente, so theilet die gegebene Höhe durch 26; hingegen, wenn kein Postement dabey ist, durch 21; was heraus kommt, ist abermals der Modul (§. 138). Diesen dupliret, so habt ihr die Dicke des Schaftes.

Anmerckung.

141. Soll man den Untersatz nicht behalten, so müßt ihr (§. 138) die gegebene Höhe in dem erstern Falle durch 24, in dem andern durch 20 dividiren. Z. E. Es ist die Höhe 16', dahin eine Tuscanische Seule ohne Postement, aber mit einem Untersatze kommen soll. Dividiret 16' oder 1600''' durch 21; so kommt der Modul $76\frac{4}{21}$ Linien heraus.

Die 21. Aufgabe.

142. **Aus der gegebenen Höhe eines Postements die Höhe seiner Theile zu finden.**

Auf-

Auflösung.

1. Dividiret die gegebene Höhe durch 20.
2. Was heraus kommt, multipliciret mit 6, mit 11 und mit 3; so giebt das erste Product die Höhe des Fuß-Gesimses, das andere die Höhe des Würfels, und das dritte die Höhe des Postement-Gesimses (§. 138).

Z. E. Die Höhe des Postements ist 5′ oder 50″, so ist die Höhe des Fuß-Gesimses 1 ″, die Höhe des Würfels $27\frac{1}{2}$″, die Höhe des Postement-Gesimses $7\frac{1}{2}$″.

Die 22. Aufgabe.

143. **Aus der gegebenen Höhe eines Haupt-Gesimses die Höhen seiner Theile zu finden.**

Auflösung.

1. In der Tuscanischen und Dorischen Ordnung dividiret die gegebene Höhe durch 3; so kommt die Höhe des Architrabs, Frieses und Karnieses heraus (§. 138).
2. In den übrigen drey Ordnungen dividiret die Höhe des Haupt-Gesimses mit 15, was heraus kommt, multipliciret mit 5, mit 4 und mit 6, so giebt das erste Product die Höhe des Architrabs, das andere die Höhe des Frieses, das dritte die Höhe des Karnieses: denn

es

es verhalten sich diese Theile, wie $1\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{15}$, $1\frac{3}{5}$ (§. 138), das ist, wenn man alles zu Brüchen reduciret, da der Nenner 15 ist, wie 20, 16, 24. Folglich, wenn man mit 4 dividiret (§. 75 *Arithm.*), wie 5, 4, 6.

Z. E. Die Höhe des Gesimses in der Jonischen Ordnung sey 2' oder 200''', so ist die Höhe des Architrabs $66\frac{2}{3}$''', die Höhe des Frieses $53\frac{1}{3}$''', die Höhe des Karnieses 80'''.

144. Tuscanische Ordnung.

Tab. III. Fig. 13.

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.	
Fuß-Gesimse.	Die Platte	1°. 0'	1.	$23\frac{1}{4}$
	Der Stab	4	-	-
	Das Plättlein	1	1.	$21\frac{1}{4}$
	Der verkehrte Karnieß	6	-	-
	Das Plättlein	1	1.	$15\frac{1}{4}$
	Die Hohl=Kehle	3	1.	$13\frac{3}{4}$
	Der Würfel	2. $22\frac{1}{2}$	1.	$11\frac{1}{4}$
Postement.	Die Hohl=Kehle	3	1.	$13\frac{3}{4}$
	Das Plättlein	1	1.	$15\frac{1}{4}$
	Der Viertel=Stab	5	1.	$18\frac{7}{12}$
	Die Platte	6	1.	$23\frac{1}{4}$
	Das Plättlein	1	1.	$24\frac{1}{4}$

Die

Tab. IV. Fig. 14.

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Gesimse.	Die Platte bis an den Ablauf	2	1. $25\frac{1}{4}$
	Der Ablauf	2	Rad. $2\frac{1}{2}$
	Das Ober-Plättlein	$2\frac{1}{4}$	1. $26\frac{1}{4}$
Schaftg.	Der Unter-Satz	1. 0	1. $11\frac{1}{4}$
	Die Platte	15	1. 10
	Der Stab	15	- -
Schaft.	Das Plättlein	3	1. $2\frac{1}{2}$
	Der Anlauf	5	1 -
	Der verdünnte Schaft	-	24
	Der Ablauf	4	Rad. $6\frac{1}{4}$
	Das Plättlein	2	27
	Das Stäblein	6	- -
Capitäl.	Der Hals	9	24
	Das Plättlein	1	25
	Das andere Plättlein	1	26
	Das dritte Plättlein	1	27
	Der Viertel-Stab	8	1. $2\frac{1}{3}$
	Die Platte bis an den Ablauf	6	1. 3
	Der Ablauf	2	Rad. $2\frac{1}{2}$
	Das Ober-Plättlein	2	1. 4
Architrab.	Die erste Platte	15	24
	Die andere Platte	20	25
	Das Plättlein	1	26
	Das Ober-Plättlein	4	27
	Der Frieß	1. 6	24

Das

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
	Das Ober-Plättlein	4	25
Karnieß.	Die Hohl-Kehle	4	26
	Das Plättlein	1	28
	Der Viertel-Stab	6	1. 2
	Die Hohl-Kehle	3	1. $3\frac{1}{2}$
	Das Plättlein	1	1. 4
	Die Platte	9	2. 2
	Das Plättlein	1	2. 3
	Die Platte	3	2. 4
	Der Karnieß	8	- -
	Das Ober-Plättlein	4	1. 12

145. Dorische Ordnung.

Tab. V. Fig. 15.

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Fuß-Gesimse.	Die Platte	1° 9′	1° $23\frac{1}{4}$
	Der Stab	4	- -
	Das Plättlein	1	1. $21\frac{1}{4}$
	Der Karnieß	6	1. $15\frac{1}{4}$
	Das Plättlein	1	
	Das Karnießlein	3	1. $14\frac{1}{4}$ 1. $12\frac{3}{4}$
	Der Würfel	2. $22\frac{1}{2}$	1. $11\frac{1}{4}$
Postement.	Das Karnießlein	3	1. $12\frac{3}{4}$ 1. $14\frac{1}{4}$
	Das Plättlein	1	1. $15\frac{1}{4}$
	Der Viertel-Stab	5	1. $18\frac{7}{12}$
	Die Platte	6	1. $23\frac{1}{4}$
	Die Hohl-Kehle	2	1. $24\frac{1}{4}$

Die

Tab. VI. Fig. 15.

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Gesimse.	Die Platte bis an den Ablauf	1	1. $25\frac{1}{4}$
	Der Ablauf	2	Rad. $2\frac{1}{3}$
	Das Ober Plättlein	$2\frac{1}{2}$	1. $26\frac{1}{4}$
	Der Unter Saß	1. 0	1. $11\frac{1}{4}$
Schaftgesimse.	Die Platte	10	1. 10
	Der Stab	8	
	Das Plättlein	1	1. 6
	Die Hohl-Kehle	4	
	Das Plättlein	1	1. 4
	Der Stab	6	
Schaft.	Das Plättlein	2	1. 3
	Der Anlauf	6	Rad. $7\frac{1}{2}$
	Der verdünnte Schaft	-	24
	Der Ablauf	4	
	Das Ober-Plättlein	2	27
	Das Stäblein	6	
Capital.	Der Hals	10	24
	Das Karnießlein	3	$24\frac{1}{2}$ / 26
	Das Plättlein	1	27
	Der Viertel-Stab	6	1. 1
	Die Platte	5	1. $1\frac{1}{2}$
	Das Karnießlein	3	1. 2 / 1. $3\frac{1}{2}$
	Das Ober Plättlein	2	1. 4
	Die erste Platte	15	24

Die

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Architrab.	Die andere bis an die Zapfen.	15	25
	Die Zapfen	4	oben 3 unten 4
	Das Plättlein	1	25
	Die Hohl-Kehle	2	26
	Das Oberplättlein	3	27
Frieß.	Der Frieß	1. 10.	24
	Innere Höhe der Schlitze.	1. 2	
	Aeussere Höhe der Schlitze.	1. 4	
	Breite eines halben Schlitzes		2
	Breite zwischen zwo Schlitzen.		4
	Der gantze Triglyph	1. 6.	
	Das Oberplättlein	4	25
Karnieß.	Das Karnießlein	3	29 1. $\frac{1}{2}$
	Das Plättlein	1	1. $1\frac{1}{2}$
	Die Platte	5	1. $4\frac{1}{2}$
	Das Plättlein	1	1. $5\frac{1}{2}$
	Der Viertel-Stab	4	1. $8\frac{1}{6}$
	Die Hohl-Kehle	1	1. $8\frac{1}{2}$
	Das Plättlein	1	1. 9
	Die Platte	9	2. $1\frac{1}{2}$
	Die Hohl-Kehle	3	2. $2\frac{1}{2}$
	Das Plättlein	1	2. 4

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
	Der Karnieß	8	
	Das Oberplättlein	3	2. 12

Das andere Dorische Haupt-Gesimse.

Tab. VII. Fig. 16.

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Architrab.	Die erste Platte	10	24
	Die andere bis an die Zapfen	10	$25\frac{1}{4}$
	Die Zapfen	$3\frac{1}{4}$	oben $3\frac{3}{4}$ unten 5
	Das Plättlein	$1\frac{1}{4}$	$27\frac{3}{4}$
	Die Hohl-Kehle	2	29
	Das Oberplättlein	3	30
Frieß.	Der Frieß	1. 20	24
	Innere Höhe der Schlitze	1. 10	
	Aeussere Höhe der Schlitze	1. $12\frac{1}{2}$	
	Breite eines halben Schlitzes		$2\frac{1}{2}$
	Breite zwischen zwo Schlitzen		5
	Der gantze Triglyph	1. 15	
	Die Ober-Platte	5	25
	Der Karnieß ist wie im vorigen Gesimse		

Das

Das dritte Dorische Haupt-Gesimse.

Tab. VII. Fig. 17.

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Archit.	Der Architrab ist wie in dem andern Hauptgesimse.		
Frieß.	Der Frieß	1. 15	24
	Innere Höhe des Schlitzes	1. 5	
	Aeussere Höhe des Schlitzes	1. $7\frac{1}{2}$	
	Breite eines halben Schlitzes		$2\frac{1}{2}$
	Breite zwischen zwo Schlitzen		5
	Der gantze Triglyph	1. 10	
	Das Oberplättlein	5	25
Karnieß.	Das Karnießlein	4	$29\frac{3}{4}$
			1. $1\frac{2}{4}$
	Das Plättlein	1	1. $2\frac{2}{4}$
	Der Viertel-Stab	5	1. $6\frac{1}{12}$
	Die Platte	$3\frac{2}{4}$	1. $7\frac{1}{3}$
	Die Platte	$3\frac{2}{4}$	1. $8\frac{7}{12}$
	Das Karnießlein	$3\frac{3}{4}$	1. $9\frac{7}{12}$
			1. $11\frac{1}{3}$
	Die Platte	9	2. 14
	Die Hohl-Kehle	3	2 $14\frac{1}{2}$
	Das Plättlein	1	2. 16
	Der Karnieß	8	
	Das Oberplättlein	$2\frac{3}{4}$	2. 24

Tab. VIII. Fig. 18.

146. Jonische Ordnung.

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Fuß-Gesimse.	Die Platte	0. 27	1. $23\frac{1}{4}$
	Der Stab	4	
	Das Plättlein	1	1. $21\frac{1}{4}$
	Der Karnieß	6	1. $15\frac{1}{4}$
	Das Stäblein	2	
	Das Plättlein	1	1. $15\frac{1}{4}$
	Das Karnießlein	4	1. $14\frac{1}{4}$
			1. $12\frac{1}{4}$
	Der Würfel	2. $22\frac{1}{2}$	1. $11\frac{1}{4}$
Postement-Gesimse.	Das Karnießlein	4	1. $12\frac{1}{4}$
			1. $14\frac{1}{4}$
	Das Plättlein	1	1. $15\frac{1}{4}$
	Das Stäblein	2	
	Der Viertel-Stab	5	1. $18\frac{7}{12}$
	Die Platte	5	1. $23\frac{1}{4}$
	Das Karnießlein	3	1. 24
			1. $25\frac{1}{2}$
	Das Oberplättlein	$2\frac{1}{2}$	1. $26\frac{1}{4}$
	Der Unter-Satz	1. 0	1. 11
Schaft-Gesimse.	Die Platte	10	1. 10
	Der Stab	8	
	Das Plättlein	1	1. 6
	Die Hohl-Kehle	4	
	Das Plättlein	1	1. 3
	Der Stab	6	
	Das Stäblein	5	

Das

Tab. IX. Fig. 19.

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.	
Schaft.	Das Plättlein	2	1.	$1\frac{1}{2}$
	Der Anlauf	3	Rad.	10
	Der verdünnte Schaft			24
	Der Ablauf	4	Rad.	3
	Das Oberplättlein	2		27
	Das Stäblein	6		
Capitäl.	Der Karnieß	$7\frac{1}{2}$		23
	Das Plättlein	$1\frac{1}{2}$	1.	0
	Das Stäblein	3	1.	$1\frac{1}{2}$
	Der Viertel-Stab	6	1.	5
	Die Platte bis an den Ablauf	6	1.	12
	Der Ablauf	1	Rad.	
	Das Plättlein	$1\frac{1}{4}$	1.	$13\frac{1}{2}$
	Der Viertel-Stab	$3\frac{3}{4}$	1.	15
Architrab.	Die Platte	$7\frac{1}{2}$		24
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	-	-
	Die andere Platte	10		25
	Das Stäblein	2	-	-
	Die dritte Platte	$12\frac{1}{2}$		26
	Das Karnießlein	4		27 / 29
	Das Oberplättlein	$2\frac{1}{2}$	1.	0
	Der Frieß	$29\frac{1}{3}$		24
	Das Oberplättlein	$2\frac{2}{3}$		$26\frac{2}{3}$
	Das Karnießlein	4		$27\frac{2}{5}$ / $29\frac{2}{3}$
	Das Plättlein	1	1.	$\frac{2}{3}$

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.	
Karnieß.	Der Viertelstab	5	1.	4
	Die Platte	11	1.	5
	Das Karnießlein	3	1.	$20\frac{1}{2}$
			1.	22
	Die Platte	9	2.	$\frac{1}{2}$
	Das Karnießlein	3	2.	$1\frac{1}{2}$
			2.	3
	Das Plättlein	1	2.	4
	Der Karnieß	8	-	-
	Das Oberplättlein	3	2.	12

147. Römische Ordnung.

Tab X. Fig. 20.

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.	
Fuß-Gesimse.	Die Platte	0° 2[illegible]′	1.	$23\frac{1}{4}$
	Der Stab	5	-	-
	Das Plättlein	1	1.	$20\frac{3}{4}$
	Der Karnieß	6	-	-
	Das Plättlein	1	1.	$14\frac{3}{4}$
	Die Hohl-Kehle	2	-	-
	Das Plättlein	1	1.	$13\frac{1}{4}$
	Der Stab	4	-	-
Postement.	Der Anlauf	1	1.	$13\frac{1}{4}$
	Das Plättlein	3	Rad.	$3\frac{3}{4}$
	Der Würfel	2. $22\frac{1}{2}$	1.	$11\frac{1}{4}$
	Das Karnießlein	4	1.	$12\frac{1}{4}$
			1.	$14\frac{1}{4}$
	Das Plättlein	1	1.	$15\frac{1}{4}$
	Das Stäblein	2	-	-

Der

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Gesimse.	Der Viertel-Stab	5	1. $18\frac{7}{12}$
	Die Platte	$4\frac{1}{2}$	1. $23\frac{1}{4}$
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	- -
	Das Karnießlein	$2\frac{1}{2}$	1. 24 / 1. $25\frac{1}{4}$
	Das Oberplättlein	2	1. $26\frac{1}{4}$
	Der Untersatz	1. 0	1. $11\frac{1}{4}$
Schaft-Gesimse.	Die Platte	10	1. 10
	Der Stab	6	- -
	Das Stäblein	3	1. 7
	Das Plättlein	1	1 $5\frac{1}{2}$
	Die Hohl-Kehle	4	- -
	Das Plättlein	1	1. $2\frac{1}{2}$
	Der Stab	5	- -
Schaft.	Das Stäblein	3	- -
	Das Plättlein	2	1. $1\frac{1}{2}$
	Der Anlauf	$1\frac{1}{2}$	
	Der verdünnte Schaft		25
	Der Ablauf	$2\frac{1}{2}$	$27\frac{1}{2}$
	Das Plättlein	2	
	Das Stäblein	5	- -
	Der gantze Kessel	1. $7\frac{1}{2}$	
Capitäl.	bis an die Lippen der kleinen Blätter	15	
	von dar an bis an ihren Scheitel-Punct	5	

Tab. XI. Fig. 21.

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
	bis an die Lippen der großen Blätter	15	
	bis an ihren Scheitel-Punct	5	
	Das Oberplättlein an dem Kessel	$1\frac{1}{2}$	1. 1
	Das Stäblein	3	- -
	Der Viertel-Stab	6	1. 5
	Die Platte	7	1. 10
	Das Plättlein	$1\frac{1}{4}$	1. 13
	Der Viertel Stab	$3\frac{3}{4}$	1. 15
Architrab.	Die Platte	$7\frac{1}{2}$	25
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	- -
	Die Platte	10	$25\frac{3}{4}$
	Das Karnießlein	2	$26\frac{1}{4}$ / $27\frac{1}{4}$
	Die Platte	$12\frac{1}{2}$	28
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	
	Das Karnießlein	3	$28\frac{1}{2}$ / 1. 0
	Das Oberplättlein	2	1. 1
	Der Frieß	1. 0	25
	Das Stäblein	2	- -
	Das Karnießlein	3	26 / 28
	Das Plättlein	4	29
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	1. $2\frac{1}{3}$
	Der Viertel-Stab	5	

Die

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Karnieß.	Die Platte mit kleinen Kragsteinen	$4\frac{1}{2}$	1. $19\frac{2}{3}$
	Das Karnießlein	$1\frac{1}{2}$	1. $20\frac{1}{8}$ 1. $20\frac{2}{3}$
	Die Platte mit grossen Kragsteinen	5	1. $21\frac{1}{8}$
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	- -
	Das Karnießlein	$2\frac{1}{2}$	1. $21\frac{3}{4}$ 1. 23
	Die Platte	$7\frac{1}{2}$	2. $2\frac{1}{9}$
	Das Plättlein	1	2. $3\frac{1}{9}$
	Der Viertel-Stab	3	2. $5\frac{1}{3}$
	Das Plättlein	1	2. $6\frac{1}{5}$
	Der Karnieß	7	-
	Das Oberplättlein	2	2. 13

148. Corinthische Ordnung.

Tab. XII. Fig. 22.

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Fuß Gesimse.	Die Platte	0° 25′	1. $23\frac{1}{4}$
	Der Stab	4	- -
	Das Plättlein	1	1. $21\frac{1}{4}$
	Der Karnieß	5	- -
	Das Plättlein	1	1. $16\frac{1}{4}$
	Die Hohl-Kehle	$1\frac{1}{2}$	- -
	Das Plättlein	1	1. 15
	Der Stab	3	- -
	Das Plättlein	1	1. $14\frac{3}{4}$
	Das Karnießlein	$2\frac{1}{2}$	1. $13\frac{3}{4}$ 1. $12\frac{1}{2}$

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
	Der Würfel	2. $22\frac{1}{2}$	1. $11\frac{1}{4}$
Postement-Gesimse.	Das Karnießlein	4	1. $12\frac{1}{4}$ 1. $14\frac{1}{4}$
	Das Plättlein	1	1. $15\frac{1}{4}$
	Das Stäblein	2	- -
	Der Viertel-Stab	5	1. $18\frac{7}{12}$
	Die Platte	4	1. $23\frac{1}{4}$
	Das Stäblein	1	- -
	Das Karnießlein	2	1. $23\frac{3}{4}$ 1. $24\frac{3}{4}$
	Die Hohl-Kehle	2	1. $2\ \frac{1}{4}$
	Das Oberplättlein	$1\frac{1}{2}$	1. $26\frac{1}{4}$
	Der Unter-Satz	1. 0	1. $11\frac{1}{4}$
Schaft-Gesimse.	Die Platte	10	1. 10
	Der Stab	6	- -
	Das Stäblein	2	- -
	Das Plättlein	1	1. 7
	Die Hohl-Kehle	3	- -
	Das Plättlein	1	1. 6
	Das Stäblein	2	- -
	Der Stab	5	1. $3\frac{1}{2}$
Schaft.	Das Stäblein	3	- -
	Das Plättlein	1	1. 2
	Der Anlauf	4	Rad. 5
	Der verdünnte Schaft		25
	Das Plättlein	2	$27\frac{1}{2}$
	Das Stäblein	5	

Tab. XIII. Fig. 23.

Der

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
	Der gantze Kessel	1. 27	
Capitäl.	bis an die Lippen des ersten Blades	15	
	von dar an bis an den Scheitel-Punct	5	
	bis an die Lippen des andern Blades	15	
	bis an ihren Scheitel-Punct	5	
	bis an den Scheitelpunct des dritten Blades.	8	
	Höhe der kleinen Schnörckel.	9	
	Das Oberplättlein des Kessels	3	1. 1
	Die Platte	5	1. 12
	Das Plättlein	$1\frac{1}{4}$	1. $13\frac{1}{8}$
	Der Viertel-Stab	$3\frac{3}{4}$	1. 15
Architrab.	Die Platte	$6\frac{3}{4}$	25
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	
	Die Platte	9	$25\frac{3}{4}$
	Das Karnießlein	$2\frac{1}{4}$	($26\frac{1}{4}$ / $27\frac{1}{4}$
	Die Platte	12	28
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	

Das

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
	Das Karnießlein	3	$28\frac{1}{4}$ / $29\frac{3}{4}$
	Die Hohl-Kehle	$2\frac{1}{2}$	1. $1\frac{1}{4}$
	Das Oberplättlein	$1\frac{1}{2}$	1. $2\frac{1}{2}$
	Der Frieß	26	25
	Der Anlauf	3	
	Das Plättlein	1	$26\frac{1}{3}$
	Das Stäblein	2	
Karnieß.	Das Karnießlein	4	$27\frac{1}{3}$ / $29\frac{}{3}$
	Das Plättlein	1	1. $\frac{1}{3}$
	Das Stäblein	$1\frac{2}{3}$	
	Der Viertel-Stab	5	1. $3\frac{2}{3}$
	Die Platte mit Kragsteinen	$9\frac{2}{3}$	1. 5
	Das Karnießlein	3	2. 20 / 1. $21\frac{1}{2}$
	Die Hohl-Kehle	$1\frac{1}{2}$	1. $22\frac{1}{2}$
	Die abhang. Platte	$7\frac{1}{2}$	2. 3
	Das Stäblein	$1\frac{2}{3}$	
	Das Karnießlein.	$3\frac{1}{3}$	2. $3\frac{2}{3}$ / 1. $5\frac{1}{3}$
	Das Plättlein	1	2. $6\frac{1}{3}$
	Der Karnieß	$6\frac{2}{3}$	
	Das Oberplättlein	2	2. 13

Die

Die 1. Anmerckung.

149. Um die Brüche zu vermeiden, theilet Goldmann den Modul in 360 Theile ein. Weil aber vielen die Subtilitäten beschwehrlich scheinen, so habe ich die Eintheilung in 30 Theile behalten, wie sie insgemein im Gebrauch ist. Es ist aber auch nicht nöthig, daß man alle kleine Brüche in acht nimt, sonderlich in Rissen die nicht gar zu groß sind.

Die 2. Anmerckung.

150. Wenn man, vornemlich in den beyden ersten Ordnungen, nicht alle Glieder behalten will, so darf man nur einige außerwesentliche weglassen, und die übrigen um so viel stärcker machen (§. 137). Die Ausladungen richten sich nach der Ausladung der Glieder, nur ist noch zu mercken, daß man den Platten zur Ausladung des Plättleins Höhe giebt. Die Ausladung aber der abhangenden Platte wird gefunden, wenn man die Summe der Ausladungen aller übrigen Glieder von der Ausladung des gantzen Theils der Ordnung abziehet (§. 138). Auch muß man wohl acht haben, daß durch Weglassung einiger Glieder nicht eine ungeschickte Verknüpfung der übrigen heraus komme (§. 113 & seqq.). Die Ursache, warum man zu der Dorischen Ordnung drey Gebälcke gerechnet hat, wird unten (§. 183.) erhellen.

Die 23. Aufgabe.

151. **Zu der Zeichnung derer Ordnungen einen Maaß-Stab zu verfertigen.** Tab. XIV. Fig. 24.

Auflösung.

1. Theilet den Modul AB in 3 gleiche Theile.
2. Richtet in A nach Belieben einen Perpendicul AC auf (*§. 119 Geom.*), und theilet ihn in 10 gleiche Theile.

3. Zie-

3. Ziehet durch alle Theilungs-Puncte Parallel-Linien mit AB (§. 91. *Geom.*).
4. Endlich ziehet von 30 bis 20, von 20 bis 10, von 10 bis 0 Linien; so ist 1. $1 = \frac{1}{30}$, 2. $2 = \frac{2}{30}$, 3. $3 = \frac{3}{30}$, u. s. w.

Beweiß.

Der Beweiß ist einerley mit dem Beweise der 53 Aufgabe der Geometrie (§. 193).

Anmerckung.

152. Wenn ihr auf einem verjüngten Maaß-Stabe 3 Ruthen für den Modul annehmet, so sind die Schuhe die Minuten des Moduls. Nehmet ihr 3 Schuhe für den Modul an; so geben die Zolle die Minuten.

Die 24. Aufgabe.

Tab. XIV. Fig. 25.

153. **Das Papier auf das Reiß-Bret zu spannen.**

Auflösung.

1. Nehmet das Bret aus seinem Rahmen ABDC, und leget das Papier darauf.
2. Tauchet ein Schnupftuch in reines Wasser, und fahret damit auf dem Papiere hin und her, daß es feuchte wird: so wird es sich sehr auseinander geben. Man muß das Schnupftuch nur gelinde aufdrücken, damit es nicht gerieben wird.
3. Leget den Rahmen über das Bret, und befestiget es in ihm durch die Bänder EF und GH.

Wenn das Papier getrocknet ist, so wird es sich sehr glatt anziehen, ob es gleich anfangs gantz runtzlicht wird.

Die

Die 25. Aufgabe.

154. Eine Reiß-Schiene verfertigen zu lassen. Tab. XIV. Fig. 26.

Auflösung.

1. Lasset ein Lineal AB machen, welches an Länge der Diagonal-Linie des Reiß-Bretes gleich ist.
2. Lasset selbiges in das Richt-Holtz CD nach rechten Winckeln einschneiden und befestigen.
3. In B richtet eine stählerne Schraube perpendicular auf.
4. Hänget darein ein anderes Holtz von einerley Grösse und Figur mit CD, welches um die Schraube beweglich ist, und durch eine messingene Mutter fest angeschraubet werden kan.

Nach dieser Schiene könnet ihr alle Linien des Risses durch einen Punct ziehen, da man sonst zween von nöthen hat, ingleichen ohne Mühe durch jeden Punct mit einer jeden Linie eine andere parallel ziehen.

Beweiß.

In den Bau-Rissen werden meistens nach der Länge und Breite des Papiers aufeinander perpendicular stehende Parallel-Linien gezogen.

Weil nun die Seiten des Reiß-Bretes als eines winckelrechten Vier Eckes aufeinander perpendicular stehen; so darf man den beweglichen Theil des Richt-Holtzes CD nur an

an die eine Seite des Brets legen, und das Lineal bis an einen gegebenen Punct fortschieben, wenn man eine Linie durch selbigen ziehen will, die mit der andern Seite parallel und auf die gegebene perpendicular ist (§. 106 *Geom.*). Hingegen, wenn ihr den beweglichen Theil des Richt-Holtzes CD an die eine Seite des Reiß-Bretes anleget, und das Lineal AB um die Schraube herum drehet, bis es an einer gegebenen Linie lieget, alsdenn dasselbe durch die messingene Mutter an seine Schraube befestiget, und die gantze Schiene an der Seite des Bretes bis an den gegebenen Punct fortschiebet: so könnet ihr durch denselben mit der gegebenen Linie eine andere parallel ziehen (§. 98 *Geom.*.

Die 26. Aufgabe.

Tab. XV. Fig. 27.

155. **Eine jede Ordnung zu zeichnen**

Auflösung.

1. Spannet das Papier auf daß Reiß-Bret (§. 153), und ziehet nach der Länge und Breite an dessen Seiten die beyden Linien AB und BC.
2. Traget aus D in 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. die Höhen der Glieder, z. E. eines Postements, und aus F beyderseits gegen B und C in 1. 2. 3. 4 ihre Breiten oder Auslaufungen.
3. Ziehet auf die Linie AB durch die Theilungs-

lungs-Puncte 1. 2. 3. 4. 5. 6. u. s. w. lauter Perpendicular-Linien, (§. 154).

4. Leget die Reiß-Schiene an die Theilungs-Puncte 1. 2. 3. 4. der Linie BC, und schneidet an den vorhin gezogenen Linien die Auslaufungen ab.

5. Zeichnet endlich zwischen zwo und zwo derselben Linien die Figuren der dahin gehörigen Glieder.

Anmerckung.

156. Die platten Glieder werden nach dem Lineal, die runden aber im kleinen mit der freyen Hand ausgezogen: gleichwie auch die Blätter und Schnörckel an den Capitälen mit freyer Hand gezeichnet werden, sonderlich im kleinen.

Die 27. Aufgabe.

157. **Eine Ordnung so klein zu zeichnen, daß man keinen besondern Maaß-Stab darzu verfertigen kan.** Tab. XVI. Fig. 28.

Auflösung.

1. Traget nach einem Maaß-Stabe, den ihr habet, alle Höhen, z. E. eines Postements auf eine Linie AB.

2. Setzet darauf einen gleichseitigen Triangel ABC (*§. 74 Geom.*).

3. Traget aus C in D und in E die gegebene Höhe, z. E. des kleinen Postements, und ziehet die Linie DE.

4. Endlich ziehet aus C gegen alle Theilungs-Puncte der Linie AB blinde Linien, welche die Linie DE in eben solcher Pro-

portion eintheilen, als die Linie AB getheilet ist (§. 191. *Geom.*).

5. Von DE könnet ihr die Höhen der Glieder auf das Reiß-Bret abtragen, und wo zween Theilungs-Puncte auf einander fallen, wird in dem Risse an statt desselben Gliedes eine doppelte Linie gezogen.

Die 28. Aufgabe.

Tab. XVI. Fig. 29.

158. *Die Triglyphen mit ihren Zapfen in das Haupt-Gesimse der Dorischen Ordnung zu zeichnen.*

Auflösung.

1. Weil die Axe der Seule, wenn sie continuiret wird, mitten durch einen Triglyph gehet; so traget auf die Linie, daran ihr die Auslaufungen bemercket (§. 155), beyderseits die halbe Breite eines Schlitzes drey mal, ferner die Breite und endlich die halbe Breite eines Schlitzes (§. 145).

2. Hingegen auf die andere Linie, darauf ihr die Höhen der Glieder gezeichnet habt, traget die äussere und innere Höhe des gantzen Triglyphs, die Höhe der Zapfen, des Plättleins, der Hohl-Kehle und Ober-Plättleins, nebst ihren gehörigen Ausladungen auf die vorige Linie (§. 145): so könnet ihr (§. 155) den gantzen Triglyph mit seinen Zapfen ausziehen.

3. Traget die Höhe des Triglyphs aus dem Ende seiner Breite auf die Breiten-Linie,

Linie, so habt ihr den Anfang des andern Triglyphs, weil die Zwischen-Tiefe ein vollkommenes Quadrat seyn soll.

4. So ihr euch nun ferner die halbe Triglyphs Breite auf diese Linie zeichnet, so habt ihr die Axe des andern Triglyphs, und könnet ihn nach vorher beschriebener Maße zeichnen.

Die 29. Aufgabe.

159. **Die Kälber-Zähne in die unterste Platte des Karnießes der Dorischen Ordnung einzuzeichnen.** Tab. XVI. Fig. 30.

Auflösung.

1. Weil die continuirte Axe der Seule mitten durch einen Zahn gehet, so traget auf die Linie der Auslaufungen beyderseits erstlich die halbe Zahn-Breite $1\frac{1}{2}$, hernach wechsels Weise die Breite der Zwischen-Tiefe 2, und eines gantzen Zahnes 3, an dem Ende des Gesimses aber die Zahn-Breite 3 zwey mal hinter einander.
2. Auf die Linie der Höhen traget die innere Höhe des Zahnes 3 und die äussere 4.

So könnet ihr (§. 155) die Kälber-Zähne ausziehen.

Die 30. Aufgabe.

160. **Einen Schnörckel zu zeichnen.**

Auflösung.

Tab. XVII. Fig. 31.

1. Theilet die Höhe GN in 13 gleiche Theile, und zehlet von G bis C 7 Theile, so ist C der Mittel-Punct des Auges, aus welchem man mit einem solchen Theile, nemlich CH einen Circul beschreibet, der das Auge giebet.
2. Theilet ferner die radios des Auges CH und CI in 2 gleiche Theile in 1 und 6, und
3. Beschreibet aus den Puncten 1. 2. 3. 4. 5. 6 die halben Circul GLN, NAM, MBO, OCP, PDQ, QEH.

Anders.

Tab. XVII Fig. 33.

1. Theilet mit Palladio die Höhe AB in 8 gleiche Theile, davon ist der fünfte OP der Diameter des Schnecken-Auges.
2. Ziehet durch G das Mittel der Linie OP die Linie DC auf AB perpendicular (§. 95 *Geom.*).
3. Beschreibet aus eben diesem Puncte G mit GO der halben Linie OP einen Circul, und darein ein Quadrat OQPR.
4. Theilet die Seiten durch die Linien 1. 3. und 2. 4 in 2 gleiche Theile; jede aber von diesen Linien in 6 gleiche Theile.
5. Beschreibet aus den Puncten 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. die Quadranten BC, CA, AD, DE, EF, FH, HI, IK, KL, LM, MN, NO.

Noch

Noch anders.

1. Theilet mit dem Goldmann die Höhe des Schnörckels AB in 8 gleiche Theile, und nehmet den fünften PQ für den Diameter des Auges an.

Tab. XVIII. Fig. 32.

2. Die halben Diametros PG und GQ theilet in zween gleiche Theile in 1 und 4, und beschreibet auf der Linie 1.4 ein Quadrat. 1. 2. 3. 4, dessen eine Seite 1. 2, ihr bis in C, die andere 2. 3 bis in D, und die dritte 3. 4 bis in E verlängern müsset.
3. Ziehet ferner aus G die Linien G 2 und G 3, und theilet jede in 3 gleiche Theile in 6, 10, 11, 7.
4. Ziehet weiter durch 6 und 10 mit 1. C, durch 11. und 7 mit 3. E, durch 10 und 6 mit PB Parallel-Linien.
5. Endlich beschreibet aus 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12 die Quadranten AC, CD, DE, EF, FH, HI, IK, KL, LM, MN, NO und OP.

Die 31. Aufgabe.

161. **Die Krag-Steine in die untere Platte des Karniesses der Jonischen Ordnung einzuzeichnen.**

Tab. XIX. Fig. 33.

Auflösung.

1. Weil die continuirte Axe der Seule mitten durch einen Krag-Stein gehet, so traget erstlich beyderseits die halbe Breite eines Krag-Steines 5, hernach wechsels

Weise die Breite der Zwischen-Tiefe 20, und die Breite eines Krag-Steines 10 auf die Linie der Auslaufungen.

2. Hingegen auf die Linie der Höhen traget aus dem Anfange der Platte die Höhe eines Plättleins 1: so könnet ihr den Krag-Stein ausziehen. Nur müsset ihr

3. Noch dem Karnießlein über der Platte auch seine gehörige Ausladung über den Krag-Stein geben.

Anmerckung.

Tab. XIX. Fig. 34. 162. Auf eben solche Weise werden die Krag-Steine an dem Karnieße der Corinthischen Ordnung gezeichnet, nur daß über das Karnießlein noch die Hohl-Kehle mit ihrer gehörigen Ausladung kommt, und der Krag-Stein ausgeschnitzt oder ausgehauen wird. Tab. XIX. Fig. 35. In der Römischen Ordnung hat es eben diese Bewandniß. Die kleineren untern geben sich leicht, wenn man den obern die Ausladung der Platte, und dem Karnießlein seine gehörige Ausladung giebt. Nur ist der einige Unterscheid, daß der obere Krag-Stein die völlige Höhe der Platte hat.

Die 32. Aufgabe.

Tab. XXI. Fig. 37. a 163. **Eine jede Seule geschickt zu verjüngen.**

Auflösung.

1. Theilet die gantze Axe der Seule in drey gleiche Theile, und lasset die Seule in dem untersten dritten Theile beständig einen Modul dicke.

2. Bey dem Ende desselben beschreibet auf dem Diametro der Seule AB einen hal-

ben

ben Circul, dessen Mittel-Punct C in der Axe der Seule ist.

3. Theilet die $\frac{2}{3}$ von der Axe in so viel gleiche Theile, als euch beliebt, in H, I ꝛc. und richtet die Linien HF, IG ꝛc. perpendicular auf.
4. Ziehet aus E dem Ende des verjüngten Schaftes die Linie EL mit DC parallel.
5. Theilet den Bogen AL in so viel Theile, als der Theil der Axe HD getheilet worden.
6. Ziehet durch alle Theilungs-Puncte des Bogens mit der Axe Parallel-Linien, und mercket die Puncte F, G, ꝛc. wo sie die Linien HE, IG ꝛc. durchschneiden.
7. Durch die Puncte A, F, G, E, ziehet eine krumme Linie; so ist der Schaft geschickt verjünget.

Die 24. Erklärung.

164. Gekuppelte Seulen **werden genennet, welche man so nahe neben einander stellet, bis die Theile, welche die größte Ausladung haben, an einander stoßen.**

Zusatz.

165. In der Tuscanischen und Dorischen Ordnung stoßen demnach die Platten an den Schaft-Gesimsen an einander (§. 144, 145): hingegen in der Jonischen, Römischen und Corinthischen die Capitäle (§. 146, 147, 148).

Der 19. Lehrsatz.

166. Unter gekuppelten Seulen kan entweder kein Postement gebraucht werden, oder man muß beyde auf eins setzen.

Beweiß.

Gekuppelte Seulen stoßen entweder mit ihren Schaft-Gesimsen oder Capitälen an einander (§. 165). Nun ist aber die Ausladung des Postement-Gesimses durchgehens grösser, als des Schaft-Gesimses und der Capitäle (§. 144 seqq.). Derowegen kan entweder kein Postement darunter gesetzt werden, oder beyde Seulen müssen auf einem stehen. W. Z. E. W.

Die 1. Anmerckung.

167. Es verstehet sich aber von selbst, daß in diesem Falle der Würfel breiter gemacht wird, als er sonst ist, nemlich so breit, als es die beyden Schaft-Gesimse erfordern (§. 99): die Gesimse aber ihre gehörige Ausladung über ihn behalten müssen.

Die 2. Anmerckung.

168. Blondell (Cours d' Architecture part. 3. c. 10. 11. f. 228 & seqq.) zeiget, daß die gekuppelten Seulen ohne Grund von den neuern Bau-Meistern eingeführet worden sind, welche in den Gebäuden der Alten fast nicht angetroffen werden, maßen sie nicht besser als einfache den Architrab unterstützen, indem die Seulen-Weite, von welcher die Stärcke der Unterstützung herrühret, einerley bleibet: wovon der Grund unten in der Mechanick kommen wird. Jedoch kan man sie einiger maßen entschuldigen. Denn es ist gewiß, daß sie die wesentliche Vollkommenheit nicht hindern, unerachtet sie, vermöge

möge dessen, was gesagt worden ist, dieselbe nicht befördern. Unerfahrne aber in der Mechanick, und also die meisten, welche die Wercke des Bau-Meisters betrachten, bilden sich ein, der Architrab werde von gekuppelten Seulen besser unterstützt, als von einfachen, und halten über dieses das Werck für herrlicher. Nach dergleichen Vorurtheilen aber kan sich der Bau-Meister ohne Tadel richten (§. 9, 18). Es gehören die gekuppelten Seulen unter dasjenige, welches weder schadet noch nützet, aber doch den Pracht vermehret.

Die 25. Erklärung.

169. **Wenn Seulen oder Pfeiler unter einem Haupt-Gesimse in einer Reihe neben einander gestellet werden, so nennet man das Werck eine Colonnate oder Seulen-Stellung, ingleichen eine Seulen-Laube.** Tab. XX. Fig. 36.

Die 26. Erklärung.

170. **Wenn man zwischen den Seulen oder Pilastern Bogen wölbet, so heisset das Werck eine Arcade, oder Bogen-Stellung.** Tab. XXI. Fig. 37. b

Die 27. Erklärung.

171. **Die Seulen-Weite (Intercolumnium) ist das Maaß des Abstandes der Aren zwoer neben einander gesetzten Seulen oder Pilastern, das ist, die Perpendicular-Linie AB, welche von der Are einer Seule CD bis zu der Are der andern EF gezogen wird.** Tab. XX. Fig. 36.

Anmerckung.

172. *Vitruvius* nennet die Seulen-Weite blos den Raum von dem gleich dicken Schafte der einen Seule bis

bis zu dem gleich dicken Schafte der andern. Allein es ist im Zeichnen bequemer, wenn man diese Weiten von einer Axe bis zu der andern rechnet. In Collonaten und Arcaden kommt es hauptsächlich auf geschickte Seulen-Weiten an. Derowegen haben wir zu untersuchen, welches dieselbigen sind.

Der 20. Lehrsatz.

173. **Wenn Seulen gekuppelt werden, so müssen die übrigen Seulen-Weiten, die neben ihnen gebraucht werden, eine geschickte Verhältniß zu ihnen haben; ingleichen haben die großen zu den kleinen eine geschickte Verhältniß, die in einer Reihe vorkommen.**

Beweiß.

Wenn man die Verhältniß der Dinge gegen einander sucht, so kan man nur die mit einander vergleichen, die von gleicher Art sind. Nun fragt man in der Verhältniß, wie viel mal das kleinere in dem grössern enthalten sey? (*§. 65 Arithm.*). Derowegen, wenn in einer Reihe verschiedene Seulen-Weiten vorkommen, so müssen die großen zu den kleinen eine geschickte Verhältniß haben. W. Z. E. W.

Anmerckung.

174. Welches aber die geschickten Verhältnisse sind, solches könnet ihr nach der 1 Aufgabe (§. 25) finden.

Der 21. Lehrsatz.

175. **Alle Seulen-Weiten sollen gegen den Modul ihrer Seule eine geschickte Verhältniß haben.**

Be-

Beweiß.

Der Modul ist der halbe Diameter der Seule (§. 137). Nun proportioniret man nach demselben die Höhe der Seule (§. 83). Also, wenn alles unter einander geschickte Verhältnisse haben soll; so muß man auch die Seulen-Weiten durch den Modul ausmessen, und demnach müssen sie zu ihm geschickte Verhältnisse haben. W. Z. E. W

Die 1. Anmerckung.

176. Diese Verhältnisse findet man abermals nach der 1. Aufgabe (§. 25), und hat man vermöge derselben meistens diejenigen erwehlet, welche sich verhalten, wie eine gantze Zahl zu 1, das ist, man spricht die Seulen-Weite durch gantze Modul aus.

Die 2. Anmerckung.

177. *Vitruvius* (lib. 3. c. 2.) erzehlet fünferley Seulen-Weiten, daraus der gantze Unterscheid der Gebäude bey den Alten entstanden ist. Es waren nemlich ihre Seulen-Weiten 5, 6, $6\frac{1}{2}$, 8 und 10 Modul. Im ersten Falle hieß das Werck *Pycnostylon*, Dickseulig; im andern *Systylon*, Nah-seulig; im dritten *Eustylon*, Schönseulig; im vierten *Diastylon*, Weitseulig; und endlich im fünften, *Aræostylon*, Rarseulig.

Die 3. Anmerckung.

178. Man hat sich an diese fünf Seulen-Weiten der Alten nicht eben auf ein Haar zu binden, sondern kan auch wohl noch einige andere dazu nehmen. Es ist aber in der Dorischen Ordnung bey Erwehlung der Seulen-Weite sonderlich auf der Eintheilung der Triglyphen und in den übrigen auf die Vertheilung der Krag-Steine an dem Karnieße des Haupt-Gesimses

simses fleissig acht zu haben: maßen jederzeit die Axe einer Seule mitten durch einen Triglyph und Krag-Stein gehen muß, weil beyde Köpfe der Balcken vorstellen (§. 74, 158, 161). Eben so hat man bey der Seulen-Weite auf die Vertheilung der Kälber-Zähne in dem Karnieße des Haupt-Gesimses zu sehen (§. 159).

Die 4. Anmerckung.

179. Solchergestalt hält man für geschickte Seulen-Weiten die 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, und mehr Modul halten. Doch vergönnet man für die niedrigen Ordnungen nicht über 14, für die hohen nicht über 16, ja über die freystehenden Seulen nicht über 12 Modul.

Die 35. Aufgabe.

180. **Zu finden, ob ein gegebenes Haupt-Gesimse sich zu einer gegebenen Seulen-Weite schicke.**

Auflösung.

1. Addiret die Breite eines Krag-Steines, ingleichen eines Kälber-Zahnes und eines Triglyphs zu der Breite seiner Zwischen-Tiefe.
2. Durch die Summe dividiret die gegebene Seulen-Weite.

Wenn es völlig aufgehet und nichts übrig bleibt, so schickt sich das Haupt-Gesimse zu der gegebenen Seulen-Weite, und der Quotient zeiget an, wie viel Krag-Steine, Kälber-Zähne oder Triglyphen auf eine Seulen-Weite kommen müssen. W. Z. E. W.

Beweiß.

Denn so viel Krag-Steine, Kälber-Zähne

ne und Triglyphen auf eine Seulen-Weite kommen, so viel kommen auch Zwischen-Tiefen darzu. Derowegen, wenn sich durch die Summe eines Krag-Steines, Kälber-Zahnes oder Triglyphs und seiner Zwischen-Tiefe die Seulen-Weite völlig dividiren läßt, so gehet sie gantz auf so viel Krag-Steine, Kälber Zähne oder Triglyphen auf, als der Quotient Einheiten hat. Und demnach zeiget dieser die Zahl derselben. W. Z. E. W.

Der 1. Zusatz.

181. Da die Krag-Steine in der Jonischen, Corinthischen und Römischen Ordnung mit ihren Zwischen-Tiefen einen Modul breit sind (§. 161); so schicken sich diese drey Ordnungen für alle Seulen-Weiten, die durch gantze Modul ausgemessen werden.

Der 2. Zusatz.

182. Weil die Breite eines Kälber-Zahnes mit seiner Zwischen-Tiefe 5 Minuten eines Moduls machet (§. 159), und also den Modul, der 30 Minuten hält, völlig dividiret; so muß sie auch alle Seulen-Weiten, die durch gantze Modul ausgesprochen werden, völlig dividiren. Derowegen schickt sich ein Haupt-Gesimse mit Kälber-Zähnen zu allen dergleichen Seulen-Weiten.

Der 3. Zusatz.

183. Gleichergestalt, weil in dem ersten Dorischen Gesimse die Breite des Triglyphs mit der Breite der Zwischen-Tiefe 2 Modul

hält

hält (§. 145); so reimet es sich zu allen Seulen-Weiten, die sich durch 2 völlig dividiren und durch gantze Modul ausmessen lassen, als zu den Seulen-Weiten von 4, 6, 8, 10 Modul. Jngleichen da in dem andern Dorischen Gesimse die Breite des Triglyphs mit der Breite der Zwischen-Tiefe 75, im dritten 70 Minuten eines Moduls hat (§. 145); so schicket sich jenes auf eine Seulen-Weite von 5 Moduln, dieses zu einer von 7 Moduln.

Anmerckung.

184. Resolviret die Seulen-Weiten in Minuten, indem ihr sie durch 30 multipliciret (§ 137), so könnet ihr durch die Breite des Triglyphs und seiner Zwischen-Tiefe dieselbe dividiren. Z. E. Wenn die Seulen-Weite 5 Modul ist, so kommen 150 Minuten für sie heraus: welche Zahl sich durch 75 völlig dividiren läßt.

Der 22. Lehrsatz.

185. Vor den Thüren müssen in einer Collonate die Seulen weiter von einander gesetzt werden, als zu den Seiten.

Beweiß.

Denn, wenn die Seulen-Weite klein ist, so wird der Eingang zu enge. Und weil, vermöge der Eurythmie, das Mittel von den Seiten unterschieden seyn muß (§. 26, 27); so muß man mitten, wo die Thür liegt, eine andere Seulen-Weite brauchen, als zu den Seiten. Man kan aber keine kleinere dahin

dahin machen, vermöge dessen, was schon ist erwiesen worden. Derowegen muß man sie grösser machen. W. Z. E. W.

Zusatz.

186. Da nun aber die Seulen-Weite vor der Thür zu der Seulen-Weite zu den Seiten eine geschickte Verhältniß haben muß (§. 173), und man in ihrer Proportionirung gegen einander auf die Eintheilung der Triglyphen, Krag Steine und Kälber-Zähne zu sehen hat (§. 178); so macht Goldmann nach dem Exempel der heiligen Bau-Kunst in dem Tempel zu Jerusalem die Seulen-Weite vor der Thür, zwey mal so groß, wie die zu den Seiten (§. 23, 181, & seqq.).

Die 1. Anmerckung.

187. Die Alten behielten in ihren Collonnaten durchgehends einerley Seulen-Weite, wie aus dem *Vitruvio* (lib. 3. c. 2 zu ersehen ist. *Scamozzi* machet die Seulen-Weite vor den Thüren nur um ein weniges grösser, als die zu den Seiten. Allein beydes wird mit Recht verworfen, vermöge dessen, was (§. 185) ist erwiesen worden.

Die 2. Anmerckung.

188. Goldmann giebt (lib. 2. c. 14.) der Seulen-Weite zu den Seiten, wenn keine Postemente gebraucht werden, $\frac{1}{4}$ von der Höhe der Seule und des Haupt-Gesimses. Hat man aber Postemente, so addiret er noch einen Modul dazu. Da nun in den niedrigen Ordnungen die Seule mit dem Haupt-Gesimse 20, in den hohen 24 Modul hält: so ist für jene in dem erstern Falle die Seulen-Weite 5, in dem andern 6; hingegen für diese in dem ersten Falle

6,

6, in dem andern 7 Modul. Und muß man in dem erstern Falle das andere, in dem andern das erste Dorische Gebälcke brauchen (§. 183).

Der 23. Lehrsatz.

189. **In Arcaden bekommt der Bogen die Glieder des Architrabs, und muß zu beyden Seiten auf seinen besondern Pfeilern ruhen.**

Beweiß.

Denn der Architrab stellet einen quer übergelegten Balcken vor (§. 100). Da nun der Bogen an statt eines dergleichen Balckens gewölbet wird, so giebt man ihm auch die Glieder des Architrabs. **Welches das erstere war.**

Der Bogen leitet die auf ihm ruhende Last auf die Seiten, wo er aufflieget. Da nun alles zulänglich unterstützt seyn soll (§. 75), so eignet man ihm seine besondern Pfeiler zu, und zwar nur Wand-Pfeiler (§. 79). **Welches das andere war.**

Die 1. Anmerckung.

190. Goldmann macht zwar durch alle Ordnungen in den Bogen nur zwo Platten: allein man findet Exempel in der Antiquität, daß drey Platten, wie im Architrabe des Haupt-Gesimses, in den hohen Ordnungen behalten werden. Hieher gehören des Titi Septimii Severi und Constantini Ehren-Pforten bey dem *Desgodets* in seinen Edifices antiques des Rome f. 178, 199. und 230. Die Breite des Bogens ist ein Modul. Die Eintheilung der Glieder siehet man aus beygesetztem Täflein.

Der

Tusc. Bogen.	Breiten	Dorisch. Bogen.	Breiten
Der erste Streifen	10	Der erste Streifen	10
Der andere	15	Der andere	15
Das Plättlein	1	Die Hohlkehle	3
Das Oberplättlein	4	Das Ober-Plättlein.	2
Jon. Bogen.	**Breiten**	**Röm. Bogen.**	**Breiten**
Der erste Streifen	9	Der erste Streifen	8
Der Stab	$1\frac{1}{2}$	Das Karnießlein	2
Der andere Streifen	$13\frac{1}{2}$	Der andere Streifen	12
Das Karnießlein	$3\frac{3}{4}$	Der Stab	2
Das Oberplättlein	$2\frac{1}{4}$	Das Karnießlein	4
		Das Ober-Plättlein	2
Corinthischer Bogen.			
	Breiten		**Breiten**
Der erste Streifen	8	Daß Karnießlein	3
Das Karnießlein	2	Die Hohlkehle	$1\frac{1}{2}$
Der andere Streifen	12	Das Ober-Plättlein	2
Der Stab	$1\frac{1}{2}$		

Die 2. Anmerckung.

191. Wenn man unter den Seulen keine Postemente braucht, sondern nur einen doppelten Untersatz machet; so bekommt der Neben-Pfeiler, darauf der Bogen ruhet, unten gleichfalls nur zween Untersätze, die zusammen 2 Modul hoch sind, sich aber gegen einander verhalten, wie 2 zu 1. Sind aber Postemente da, so giebt man dem Neben-Pfeiler die Glieder des Fuß-Gesimses mit ihren gewöhnlichen Höhen und Ausladungen, damit eine Gleichheit erhalten werde. Das Capitäl des Neben-Pfeilers nennet man den Kämpfer, und sind seine Glieder nebst ihren Höhen und Ausladungen aus folgender Tafel zu ersehen.

Tab. XXII. Fig. 38.

Tuscanische Ordnung.			
Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslad.	
Das Plättlein	2		2
Der Stab	4		
Die Platte	2		
mit dem Ablaufe	6	Rad.	$7\frac{1}{2}$
Das Plättlein	1		3
Der Karnieß	$7\frac{1}{2}$	Rad.	4
Das Plättlein	1		6
Die Platte	9		1
Das Plättlein	1		1
Das Oberplättlein	$2\frac{1}{2}$		1

Dori-

Tab.XXII. Fig. 39.

Dorische Ordnung.

Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslad.
Das Plättlein	2	2
Der Stab	4	
Die Platte	3	
mit dem Ablaufe	5	Rad. $6\frac{1}{4}$
Das Plättlein	1	$2\frac{1}{2}$
Der Karnieß	$7\frac{1}{2}$	Rad. 4
Das Plättlein	1	6
Die Platte	$7\frac{1}{2}$	1
Die Hohl Kehle	3	1
Das Ober-Plättlein	2	$1\frac{1}{2}$

Tab.XXII. Fig. 40.

Jonische Ordnung

Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslad.
Das Plättlein	2	1
Der Stab	4	
Die Platte	4	
mit dem Ablaufe	4	Rad. 5
Das Plättlein	1	1
Das Stäblein	$2\frac{1}{2}$	Rad. 4
Der Karnieß	$7\frac{1}{2}$	
Das Plättlein	1	6
Die Platte	5	1
Das Karnießlein	3	{ $\frac{3}{4}$ $1\frac{1}{2}$
Das Ober-Plättlein	2	$\frac{3}{4}$

Tab. XXII. Fig. 41.

Römische Ordnung.			
Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslad.	
Das Plättlein	2		2
Der Stab	4		
Die Platte	$3\frac{1}{2}$		
mit dem Ablaufe	4	Rad.	5
Das Plättlein	1		2
Das Stäblein	$2\frac{1}{2}$		
Der Karnieß	$7\frac{1}{2}$	Rad.	4
Das Plättlein	1		6
Die Platte	4		1
Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$		
Das Karnießlein	3	(	$\frac{3}{4}$
			$1\frac{1}{2}$
Das Oberplättlein	2		$\frac{3}{4}$

Tab. XXII. Fig. 42.

Corinthische Ordnung.			
Das Plättlein	2		2
Der Stab	4		
Die Platte	3		
mit dem Ablaufe	$4\frac{1}{2}$	Rad.	$5\frac{1}{3}$
Das Plättlein	1		$2\frac{1}{4}$
Das Stäblein	$2\frac{1}{2}$		
Der Karnieß	$7\frac{1}{2}$	Rad.	4
Das Plättlein	1		6
Die Platte	4		1
Das Stäblein	1		
Das Karnießlein	2	[	$\frac{1}{2}$
			1

Die

Nahmen der Glieder.	Höhen.	Ausladung.
Die Hohl-Kehle	$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
Das Oberplättlein	2	$\frac{3}{4}$
Der Ablauf des Schaftes durchgehens	4	Rad. 2.

Die 3. Anmerckung.

192. Die Postemente, welche Goldmann bey den Bogen-Stellungen brauchet, sind kleiner, als die oben (§ 144. seqq.) beschrieben worden, nemlich nur 4 Modul, da jene 5 Modul halten (§. 138), wie aus beygesetzter Tafel zu ersehen ist.

Tuscanisches Postement.			
	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Fußgesims	Die Platte	1. 4	1. $14\frac{1}{2}$
	Das Plättlein	1	1. $13\frac{1}{2}$
	Die Hohl-Kehle	5	1. 11
	Der Würfel	2. 0	1. 10
Postementgesims	Die Hohl-Kehle	5	1. 11
	Das Plättlein	1	1. $13\frac{1}{2}$
	Die Platte	8	1. $14\frac{1}{2}$
	mit dem Ablaufe	3	Rad. $4\frac{1}{8}$
	Das Oberplättlein	3	1. $15\frac{1}{2}$
	Dorisches Postement.		
Fußgesims	Die Platte	1. 10	1. $15\frac{1}{2}$
	Das Plättlein	1	1. $14\frac{1}{2}$
	Das Karnießlein	5	1. $13\frac{1}{2}$ / 1. 12
	Der Würfel	2. 0	1. 10

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Postementges.	Das Karnießlein	5	1. 11 1. 13½
	Das Plättlein	1	1. 14½
	Die Platte	8	1. 16
	Die Hohl-Kehle	4	1. 17
	Das Oberplättlein	2	1. 18
	Jonisches Postement.		
Fußgesimse	Die Platte	1. 4	1. 15½
	Das Plättlein	1	1. 14½
	Das Karnießlein	5	1. 13½ 1. 11
	Der Würfel	2. 0	1. 10
Postementgesimse	Das Karnießlein	5	1. 11 1. 13½
	Das Plättlein	1	1. 14½
	Die Platte	8	1. 16
	Das Karnießlein	4	1. 16½ 1. 18½
	Das Plättlein	2	1. 19
	Römisches Postement.		
Fuß-Gesimse.	Die Platte	1. 4	1. 15½
	Das Plättlein	1	1. 14½
	Das Karnießlein	5	1. 13½ 1. 11
	Der Würfel	2. 0.	1. 10

Das

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Postementgesimse.	Das Karnießlein	5	1. 11 / 1. 13½
	Das Plättlein	1	1. 14
	Die Platte	7½	1. 16
	Der Stab	1½	- -
	Das Karnießlein	3	1. 16½ / 1. 18½
	Das Oberplättlein	2	1. 19
	Corinthisches Postement.		
Fußgesimse	Die Platte	1. 4	1. 15½
	Das Plättlein	1	1. 14½
	Das Karnießlein	5	1. 13½ / 1. 11
	Der Würfel	2. 0	1. 10
Postement Gesimse.	Das Karnießlein	5	1. 11 / 1. 13
	Das Plättlein	1	1. 14'
	Die Platte	6	1. 16
	Der Stab	1	- -
	Das Karnießlein	3	1. 16½ / 1. 18
	Die Hohl-Kehle	2	1. 18½
	Das Oberplättlein	2	1. 19½

Die 34. Aufgabe.

Tab XXI. Fig. 37. b.

193. **Eine Bogen-Stellung zu zeichnen.**

Auflösung.

1. Wenn kein Postement gebraucht wird, so machet die Höhe des Bogens in den hohen Ordnungen 20, in den niedrigen 16 Modul; sind aber Postemente vorhanden, so gebet der Höhe in dem erstern Falle 24, in dem andern Falle 20 Modul. Die Breite wird der halben Höhe gleich gemacht
2. Theilet die Höhe in vier gleiche Theile, und mit dem vierten Theile beschreibet über der Breite der Eröfnung einen halben Circul.
3. Ueber diesem beschreibet aus eben dem Mittel-Puncte der halben Breite in der Weite der Glieder des Bogens (§. 190) noch andere halbe Circul: so bekommt ihr den Bogen.
4. Darein zeichnet den Schluß-Stein nach der folgenden Aufgabe (§. 194).
5. An das Ende des Bogens zeichnet ferner den Kämpfer (§. 191) und, wenn die Seulen keine Postemente haben, unten einen doppelten Untersatz, deren Höhe zusammen 2 Modul hält, der obere aber halb so hoch ist, als der untere, weil dergleichen auch unter die Seulen darneben kommt.

kommt. Sind aber Postemente unter den Seulen; so bekommt der Neben-Pfeiler unten die Glieder des Fuß-Gesimses.

6. Die Seulen nebst dem Haupt-Gesimse darüber zeichnet nach der 26 Aufgabe (§. 155), und bringet, wo sie gebraucht werden, die kleinen Postemente (§. 192) darunter.

Die 35. Aufgabe.

194. **Den Schluß-Stein in den Bogen zu zeichnen.** Tab. XXII. Fig. 43.

Auflösung.

1. Machet die untere Breite des Schluß-Steines AB einen Modul.
2. Weil der Schluß-Stein den Architrab mit unterstützen soll, so ziehet aus dem Mittel-Puncte E des halben Circuls, damit ihr die Eröfnung geschlossen habt, durch A und B bis an den Architrab zwo gerade Linien AC und BD, welche den Schluß-Stein determiniren.
3. In der Tuscanischen Ordnung lasset ihn gantz schlecht. In den übrigen aber zieret ihn oben mit den Gliedern des Capitäls, die über dem Viertel-Stabe der Dorischen und Jonischen Ordnung und über dem Kessel der Corinthischen und Römischen anzutreffen sind, und ins Gevierte herum gehen. So ist geschehen, was man verlangte. Tab. XXI. Fig. 37. b.

Die 28. Erklärung.

Tab. XX. Fig. 36. 195. Das FRONTON oder der Giebel KLM stellet die Figur vor, welche die Stütz-Sparren an dem Ende des Daches formiren.

Der 1. Zusatz.

196. Derowegen soll es eigentlich dreyeckicht gemacht werden: in kleinen Gebäuden und Wercken aber, als über Capellen und Bilder-Blinden kan es rund seyn, weil man hier ein rundes Dach brauchen kan.

Der 2. Zusatz.

197. Es muß nirgends ein Fronton gemacht werden, als wo dem Scheine nach der Regen abzuhalten ist.

Der 3. Zusatz.

198. Daher verwirft man die Frontons, welche oben durchbrochen sind, oder auch sonst durch dem Dache unanständige Figuren verstellet werden.

Der 4. Zusatz.

199. Und weil die Krag-Steine und Kälber-Zähne Köpfe der Balcken vorstellen (§. 74), auf die Stütz-Sparren des Daches aber keine Balcken geleget werden: so will sie *Vitruvius* (lib. 4. c. 2.) nach dem Exempel der Griechen mit Recht in den Frontons nicht dulden.

Die 1. Anmerckung.

200. Unerachtet die Römer, welche von der Reinigkeit

nigkeit der Grichischen Architectur abgewichen, und die neuen Bau-Meister, welche ihnen gefolget sind, in ihren Wercken dieselben durchgehends an den Frontons behalten haben; so hat sich dennoch Goldmann mit Recht vor den *Vitruvium* erkläret.

Der 5. Zusatz.

201. Weil die Höhe des Daches theils nach der Beschaffenheit der Witterungen an einem Orte, theils nach der Materie, daraus es gemacht wird, bald hoch, bald niedrig ist aufgeführet worden; so werden auch nach dem Exempel der alten Bau-Meister in den Wercken der Antiquität bald hohe bald niedrige Frontons gemacht.

Die 2. Anmerckung.

202. Weil man in Griechenland nicht mit starckem Regen belästiget ward, so machten sie sehr niedrige Dächer, und folglich niedrige Frontons. Hingegen die Römer machten sie schon höher, weil es bey ihnen stärcker regnete. *Scamozzi* (lib. 6. c. 12.) giebt der Höhe des Giebel-Feldes $\frac{2}{9}$ von der Auslaufung des gantzen Karniesses, wie in dem Portal des Pantheon zu Rom befindlich ist: welche Proportion Blondell (Cours d' Architecture part. 2. lib. 7. c. 2. f. 138.) vor allen andern lobet. Goldmann machet die Höhe der Frontons 3, 5, 6 bis 7 Modul, nemlich meistens so groß, als die Seulen-Weite zur Seiten. *Serlius* (lib. 4. c. 6.) giebet folgende Regel.

Tab. XXIII. Fig. 44.

1. Theilet die Breite des Karniesses AB in 2 gleiche Theile durch die Perpendicular-Linie ED (§. 120 *Geom.*).
2. Machet CD = CB.
3. Aus D beschreibet mit DB den Bogen AFB, wel-

welcher von dem Perpendicul DE die Höhe EC abschneidet.

Die 36. Aufgabe.

Tab. XXIII. Fig. 45.

203. Ein Fronton zu zeichnen.

Auflösung.

1. An dem Karnieße des Haupt-Gesimses zeichnet den Karnieß oder Rinn-Leisten mit dem Ober-Plättlein blind.
2. Richtet auf das horizontale Haupt-Gesimse die Höhe des Frontons EC auf (§. 202).
3. Ziehet von den Enden des Ober-Plättleins A und B in C gerade Linien, und
4. Ferner mit diesen in der Weite der Höhen aller Glieder des Karnießes Parallel-Linien (§. 91 Geom.); so ist geschehen, was man verlangte.

Die 1. Anmerckung.

204. In dem Horizontal-Karnieße des Haupt-Gesimses läßt man, wenn ein Fronton gemacht wird das oberste Glied mit dem Ober-Plättlein weg, weil es zu dem Ende gemacht wird, damit der Regen abrinnen kan (§. 85, 100).

Die 2. Anmerckung.

205. Zu leichterer Einrichtung der Bogen-Stellungen habe ich folgendes Täflein hieher setzen wollen, dabey die großen Postemente gebraucht werden. Will man aber die kleinen Postemente haben, so wird in den niedrigen Ordnungen die Breite des Bogens 9, in den hohen 11 Modul gemacht.

Wenn

Wenn keine Postemente da sind	Tusc.	Dor.	Jon.	Röm.	Cor.
Höhe der Seule	16 M.	16 M.	16 M.	20 M.	20 M.
der Untersätze	2	2	2	2	2
des Bogens	16	16	16	20	20
des Neben-Pfeilers	12	12	12	15	15
Breite des Bogens	8	8	8	10	10
des Neben-Pfeilers	1	1	1	1	1
Seulen-Weite	12	12	12	14	14
Wenn Postemente da sind	**Tusc.**	**Dor.**	**Jon.**	**Röm.**	**Cor.**
Höhe des Postements	5	5	5	5	5
des Untersatzes	1	1	1	1	1
des Bogens	20	20	20	24	24
des Neben-Pfeilers	15	15	15	18	18
Breite des Bogens	10	10	10	12	12
des Neben-Pfeilers	1	1	1	1	1
Seulen-Weite	14	14	14	16	16

Die 29. Erklärung.

206. Eine Giebel-Zinne ist *ein kleines Postement, welches an den Ecken und der Spitze des* Frontons *aufgerichtet wird, damit man Statuen darauf setzen kan.*

Der 1. Zusatz.

207. Damit die Höhe der Giebel-Zinne eine geschickte Verhältniß zu dem übrigen hat, so soll man ihren Würfel an den Ecken der Ausladung des Karniešes gleich; den mittlern aber wegen der Eurythmie (§. 26) etwas grösser machen.

Der

Der 2. Zusatz.

208. Und weil sie auf den Seulen ruhen; so muß die Breite ihres Würfels der Dicke des verjüngten Schaftes gleich seyn (§. 75).

Anmerckung.

209. Die Giebel-Zinnen bekommen kein Fuß-Gesimse, weil es von dem Giebel oder Fronton verdeckt wird. Das obere Gesimse, welches aus wenigen Gliedern bestehen muß, damit sie nicht zu klein, und wenn sie von weitem gesehen werden, in einander fallen, wird, wie in andern Postementen, (§. 192) zu der Höhe des Würfels proportioniret.

Der 24. Lehrsatz.

210. *Wenn man Seulen oder Pilaster über einander stellet, so müssen die obern zärter, die untern stärcker seyn: und die obern müssen auf den untern fest aufstehen.*

Beweiß.

Denn die untern haben mehr zu tragen, als die obern, indem sie diese zugleich mit tragen, und also müssen sie stärcker seyn: welches das erstere war. Das andere erhellet aus dem 78. §.

Der 1. Zusatz.

211. Weil die verschiedenen Ordnungen, der Stärcke nach, von einander unterschieden sind; so können sie auch, ihrem Range nach, über einander gesetzt werden, nemlich die Dorische über die Tuscanische, die Jonische über

über die Dorische, die Römische über die Jonische, die Corinthische über die Römische: wiewol man auch einerley Ordnungen über einander setzen kan, z. E. inwendig in einer Kirche Corinthische über Corinthische.

Der 2. Zusatz.

212. Der obere Modul wird kleiner gemacht, als der untere, nachdem es die besondern Umstände erfordern, als z. E. die Höhe der Stock=Wercke, die Zärtlichkeit der Ordnungen, die Höhe des gantzen Gebäudes u. s. w. absonderlich aber, nachdem die Seulen entweder freystehende oder Wand=Seulen sind.

Die 1. Anmerckung.

213. *Vitruvius* macht den obern Modul $\frac{3}{4}$, *Palladius*, *Scamozzi* und *Serlius* $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$, Goldmann nach dem Exempel der heiligen Bau=Kunst $\frac{2}{3}$ des untern. Allein es erinnert Blondell (Cours d' Architect. part. 3. c. 7. f. 256) vermöge der (§. 212) angeführten Umstände gar wohl, daß man nicht nöthig habe, sich an diese Proportion genau zu binden. Es müssen aber die obern Seulen höher gemacht werden, als sie seyn solten, wenn man sie in der Nähe sähe. Also sind im Collosseo zu Rom die allerobersten Seulen höher, als die, so darunter stehen, weil sie von weitem kleiner aussehen. Wer sich darnach nicht richtet, der verstellet das Werck, weil es das Ansehen gewinnet, als wenn man wieder die Symmetrie gehandelt hätte.

Der

Der 3. Zusatz.

214. Damit die Einrichtung der Triglyphen, Krag-Steine und Kälber-Zähne nicht verderbet wird, so muß die untere Seulen-Weite sich durch den obern Modul genau dividiren lassen (§. 181 & seqq.).

Die 2. Anmerckung.

215. Es sey z. E. die untere Seulen-Weite 8 Modul oder 240 Minuten: der obere Modul $\frac{4}{5}$ von dem untern, nemlich 24'. Weil nun 240 sich durch 24 genau dividiren läßt; so kan der obere $\frac{4}{5}$ von dem untern bekommen. Hingegen, wenn ich den obern $\frac{3}{4}$ des untern machte; so käme $10\frac{2}{3}$ heraus, wenn ich 8 dadurch dividirte. Derowegen müste ich die gantze untere Seulen-Weite von 8 Moduln in 12 gleiche Theile theilen, und $\frac{1}{12}$ für den obern Modul annehmen.

Die 3. Anmerckung.

216. Weil die obern Seulen auf den untern feste aufstehen sollen (§. 210), so fällt es sehr schwehr, die Seulen recht über einander zu setzen. Denn von rechtswegen solte die Auslaufung des obern Fuß-Gesimses nicht grösser seyn, als die halbe Dicke des untern verjüngten Schaftes, und die Axen der obern Seulen solten mit den Axen der untern in einem Striche fortgehen. Beydes aber kan nicht wohl neben einander bestehen: denn der Modul der obern Seulen wird allzu klein, und die Seulen selbst werden viel zu niedrig. Die Bau-Meister des Collossei zu Rom, welches eines von den prächtigsten Gebäuden ist, so die Welt jemals gesehen, und der Bau-Meister der Jesuiter-Kirche des H. Ludwigs zu Pariß auf der St. Antonien-

Gasse,

Gasse, haben deswegen die obern Seulen-Weiten hinein gerücket, daß die Axen nicht mit den untern in einem Striche fortgehen, sondern nur eine Weite von einander behalten; welches aber den meisten mißfällt, weil es nicht wohl aussiehet, wenn die obern Seulen weiter hineinstehen, als die untern. In dem Collosseo zu Rom hat man es desto eher zulassen können, weil daselbst Wand-Seulen gebraucht worden sind, und das Gebäude rund ist. Daher hält *Scamozzi* für besser, wenn man den gleich dicken Schaft der obern Seule dem verdünneten der untern gleich macht; welches allerdings am natürlichsten ist, indem solchergestalt die Seulen, welche übereinander stehen, gleichsam Theile von einer langen Seule sind. Da nun nach Goldmannen, dem wir gefolget sind, der verjüngte Schaft 24 Minuten auslauft, so wird der obere Modul am füglichsten $\frac{4}{5}$ von dem untern gemacht, wie *Scamozzi* thut (§. 213). Einige haben zwar die Auslaufung des Fuß-Gesimses dem verdünnten Schafte gleich machen wollen, in welchem Falle der obere Modul 18 Minuten des untern bekommt; allein man siehet leicht, daß die obere Seule dadurch etwas zu niedrig wird. Endlich haben andere die Auslaufung des Schafts-Gesimses dem gleich dicken Schafte der untern Seule gleich gemacht; in welchem Falle der obere Modul $\frac{3}{4}$ von dem untern hält, nemlich $22\frac{1}{2}$ Minute: welches nach unserer Einrichtung der Krag-Steine und Kalber-Zähne (§. 159, 161) nicht angehet. Daher gefällt mir wol am besten, weun der obere Modul $\frac{4}{5}$ von dem untern bekommt. Jedoch kan man nach Erforderung besonderer Umstände sich auch wohl nach den andern Regeln richten.

Ende des ersten Theiles.

Der andere Theil.
Von den
besondern Regeln, die bey jedem Theile des Gebäudes in acht zu nehmen sind.

Die 1. Erklärung.

217. Das Gebäude hat drey Haupt-Theile den Grund, worauf seine Last ruhet: die Maure, welche es einschliesset: das Dach, welches es bedecket.

Der 1. Zusatz.

218. Jedes Gebäude muß demnach einen festen Grund bekommen, damit es sich nicht sencket, hin und wieder springet, oder wol gar einfällt.

Die 1. Anmerckung.

219. Zuweilen hat die Natur schon den Grund geleget, wenn der Boden, darauf man bauet, felsicht ist, oder auch die Last des Gebäudes geringe, und das Erdreich vor sie feste genug.

Der 2. Zusatz.

220. Die Stärcke des Grundes muß nach der Last des Gebäudes proportioniret werden.

Die

Die 2. Anmerckung.

221. Insgemein proportioniren alle Bau-Meister die Stärcke des Grundes nach der Dicke der Maure, die er zu tragen hat. Allein *Perrault* hält dieses in seinen Anmerckungen über den von ihm ins Frantzösische übersetzten *Vitruvium* (lib. 1. c. 5. n. 2. f. 19. 20) mit gutem Grunde vor einen Fehler, der einen öfters ohne Noth in große Kosten bringen kan: maßen eine Maure schwehrer seyn kan, als die andere, ob sie gleich eine Dicke haben, nicht allein, weil sie höher ist, oder aus schwehrerer Materie bestehet, sondern auch, weil sie viel gewölbte Bogen hat, und ein schwehres Dach trägt.

Der 3. Zusatz.

222. Man soll auf kein altes Gemäure, es sey abgebrochen, oder eingefallen, ein neues Gebäude aufführen, wenn man nicht genug versichert ist, ob es starck genug sey, den Bau zu tragen.

Der 4. Zusatz.

223. Und weil der Erdboden nicht überall von einerley Beschaffenheit ist, so müsset ihr euch desselben entweder durch einbohren mit einem Erdbohrer, oder einschlagen mit Eisen beschlagener Stangen erst wohl erkundigen, ehe ihr auf den Grund-Bau gedencket.

Der 5. Zusatz.

224. Aus gleichmäßiger Ursache müsset ihr erforschen, ob das Erdreich immer in einem so fort gehet, wie ihr es oben gefunden habt.

Die 3. Anmerckung.

225. Dem Fehler, welcher bey dem Grunde begangen worden, ist nicht leicht wieder abzuhelfen,

und er machet öfters den übrigen gantzen Bau zu nichte. Derowegen muß man sich mit desto grösserem Fleiße dabey vorsehen.

Die I. Aufgabe.

226. **Zu finden, ob ein alter Grund einen neuen Bau werde tragen können, oder nicht.**

Auflösung

Rechnet nach den Regeln der Geometrie die Last sowohl des alten, als neuen Gebäudes aus, und vergleichet beyde mit einander.

Denn wenn beyde einander gleich sind, oder auch die Last des neuen Gebäudes geringer ist, als des alten, der Grund aber, vermöge der Erfahrung, das alte hat tragen können; so wird er auch das neue tragen. W. Z. F. und Z. E. W.

Anders.

1. Erkundiget euch der Tiefe, Breite und übrigen Beschaffenheit des alten Grundes.
2. Rechnet nach den Regeln der Geometrie die Last des neuen Baues aus.
3. Endlich vergleichet die Festigkeit des Grundes mit der gefundenen Last (§. 220.).

So werdet ihr urtheilen können, ob er starck genug sey, oder nicht.

Anmerckung.

227. Man hat zur Zeit noch keine mathematischen Regeln, aus der gegeben Last des Gebäudes, nach Beschaffenheit des Bodens, die Stärcke des Grundes auszurechnen; sondern muß sich damit behelfen, daß

daß man die Last seines Gebäudes und die Stärcke seines Grundes zugleich mit der Stärcke eines andern Grundes, und der Last des auf ihm ruhenden Gebäudes vergleichet, von dessen Richtigkeit die Erfahrung zulängliches Zeugniß ableget.

Die 2. Aufgabe.

228. **Zu erforschen, ob das Erdreich tiefer hinunter eben so sey, wie oben, oder ob es morastig, oder auch Wasser unten anzutreffen sey.**

Auflösung.

Ihr könnet es nicht allein erfahren, wenn ihr in einem Orte des gemachten Grund-Grabens tiefer hinein grabet, als zu dem Grund-Baue nöthig ist; sondern auch ohne vieles graben folgender gestalt inne werden.

1. Grabet in dem einen Orte des Grund-Grabens eine Grube etliche Schuhe tiefer, als er ist.
2. In dieselbe und in die eine Ecke des Grabens setzet einen irdenen Hafen oder Topf mit Wolle, und bedecket ihn beyderseits mit Ziegeln oder Brettern, auch den Ort selbst, wo er stehet, mit Brettern und Erde.
3. Nach einem oder zween Tagen nehmet beyde Töpfe heraus und wäget sie ab.

Wenn einer so schwehr wäget, als der andere, und beyde so viel wie zuvor, so ist man gewiß, daß unten kein Morast und Wasser ist. Hingegen, wenn der in der Grube schwehrer worden, so ist es ein Zeichen, daß unten Morast und Wasser seyn muß. Weil die aufstei-

genden Dünste seine Schwehre vermehret haben. Endlich, wenn sich kleine Tröpflein in gestalt des Thaues angehänget haben; so ist unten eine Quelle.

Die 3. Aufgabe.

229. **Das lockere und morastige Erdreich zu befestigen.**

Auflösung.

In lockerer, aber trockener Erde treibet durch die Ramme oder andere Schlag-Wercke geflammete eichene Pfähle hinnein (§. 38).

Ist aber der Boden morastig, so grabet ein, und räumet so viel aus, als sich thun läßt. Darnach rammet starcke Pfähle von Erlenem Holtze ein (§. 38.), die ihr nicht allein vorher geflammet, sondern auch wol gar mit heissem Hartz und Oele bestrichen habt, um sie desto mehr wieder die Feuchtigkeit zu bewahren.

Es müssen aber, nach Beschaffenheit der Last des Gebäudes, viele oder wenige, ingleichen große und kleine Pfähle eingerammet; und damit sie sich nicht überstoßen, in sehr hartem Boden, unten mit Eisen beschlagen werden.

Beweiß.

Der lockere und morastige Boden giebt nach, weil die Theilgen der Erde nicht nahe genug bey einander sind, und daher durch die Last, womit der Boden beschwehret wird, sich zusammen drucken lassen. Wenn

Wenn man nun Pfähle hinein rammet, so werden die Theilgen der Erde näher zusammen getrieben, und der zwischen ihnen zerstreuete Raum wird in eins zusammen gebracht, und von den Pfählen erfüllet. Also wird dadurch der Boden feste. W. Z. E. W.

Die 1. Anmerckung.

130. Böckler in dem Anhange zu dem siebenden Capitel des ersten Buches des *Palladii* erinnert, es sollen die Pfähle niemals über eine halbe Elle, oder einen Schuh von einander stehen. Er giebt aber in trockener Erde der Länge 6 bis 7 Schuh, der Dicke 10 Zoll; in morastigen Boden der Länge 10′ bis 12′, der Dicke 10″ bis 12″. Hartmann in seiner Bau-Kunst (f. 34) setzet die Länge 3′, 4′, 8′ bis 24′; die Dicke 6″, 8″ bis 18″.

Die 2. Anmerckung.

231. Der Hammer an der Ramme muß nicht zu schwehr seyn, damit die Pfähle im einrammen nicht beschädiget werden. Ihr könnet auch die Pfähle oben mit eisernen Ringen umgeben, damit sie nicht spalten, und nach verrichteter Arbeit dieselben wieder abnehmen.

Der 1. Zusatz.

232. Weil die Schied-Mauren viel dünner als die Haupt-Mauren gemacht werden, so müsset ihr zwar auch in ihrem Grunde Pfähle einrammen, damit sie sich nicht sencken und von der andern Maure loßreissen; allein viel geschmeidiger, als in dem Grunde der andern (§. 229).

Der 2. Zusatz.

233. Damit das Erdreich, welches durch das gewaltsame Stoßen der Ramme von einander getrieben worden ist, sich wieder zusammen giebt, und die Pfähle starck ansaugt; so müssen die eingerammten Pfähle ein Jahr stehen, ehe man die Grund-Maure aufführet.

Der 1. Lehrsatz.

Tab. XXIII. Fig. 46.

234. **Die Grund-Maure muß unten breiter, als oben gemacht werden.**

Beweiß.

Man bilde sich ein, als sey die Grund-Maure aus lauter Ziegel-Steinen mit verwechselten Fugen aufgeführet; so werdet ihr ohne vieles Nachsinnen wahrnehmen, daß jederzeit ein Ziegel in der obern Reihe 1 auf zween der untern 2 und 3 drucket, und also das Drucken der Last, womit die Ziegeln der obern Reihe beschwehret werden, durch die gantze untere Reihe zertheilet wird. Und also wird das Drucken der Last durch die Linie CD vertheilet, da es sonst gantz auf eine viel kleinere Linie AB gewendet würde. Solchergestalt wird der Boden weniger beschwehret, als wenn die Maure unten so dicke, wie oben wäre. Derowegen soll man die Grund-Maure unten breiter als oben machen (§. 218). W. Z. E. W.

Die 1. Anmerckung.

235. Eine schief aufgeführte Grund-Maure kan auch

auch dem Erdreiche besser wiederstehen, als eine andere, wenn es entweder von der Kälte aus einander getrieben, oder von dem Regen aufgeschwellet wird. Und selbst die gemeine Erfahrung bezeuget, daß ein schwehrer Cörper, dergleichen auch eine Maure ist, gewisser stehet, wenn er einen breiten Fuß, als einen schmahlen hat; wovon der Grund in der Mechanick folgen soll.

Die 2. Anmerckung.

236. Es ist schon oben erinnert worden, daß die Bau Meister die Stärcke des Grundes insgemein nach der Dicke der Maure des Gebäudes (§. 221), und also die Linie CD zu der Linie AB beständig auf einerley Art proportioniren. Dannenhero ist es kein Wunder, daß sie in der Proportion mit einander nicht übereinkommen. Nach dem *Scamozzi* verhält sich AB zu CD wenigstens wie 4 zu 5, höchstens, wie 6 zu 7, bey Thürmen wie 1 zu 3; nach dem *Palladio* wie 1 zu 2; nach dem *de Lorme* wie 2 zu 3.

Der 2. Lehrsatz.

237. **Der Grund-Graben muß wohl geebnet werden, ehe die Grund-Maure aufgeführet wird.**

Tab. XXIII. Fig. 46.

Beweiß.

Denn weil alle schwehren Cörper nach Perpendicular-Linien auf den Horizont drucken, so muß das gantze Gebäude recht aufgerichtet stehen, und folglich die obere Breite der Grund-Maure AB horizontal, die untere CD mit ihr parallel: folglich der Boden im Grund-Graben wohl geebnet seyn. W. Z. E. W.

Zusatz.

238. Derowegen, wenn der Boden durch

hineingetriebene Pfähle ist befestiget worden, insonderheit, wenn er morastig ist, so sollt ihr den Raum zwischen den Pfählen mit Kohlen, Wolle, Haaren, Kiesel und andern Sachen die im nassen nicht faulen, verschütten.

Die 4. Aufgabe.

Tab. XXIV. Fig. 47.

239. **Einen Rost in den Grund zu machen.**

Auflösung.

1. Rammet nach der Länge des Grund-Grabens zu beyden Seiten in der Weite von etwa 7' Pfähle ein, doch so, daß sie in der Dicke einer Schwelle über der Erde stehen bleiben.
2. Schneidet an den Köpfen der Pfähle Zapfen ein, und
3. Leget die Haupt-Schwellen A dergestalt darauf, daß die Zapfen in ihre Löcher B kommen.
4. Stoßet quer über andere Pfähle und leget gleicher gestalt die Zwerch-Schwellen C darauf, verbindet sie aber zugleich durch Schwalben-Schwäntze D mit den Haupt-Schwellen, und befestiget die Verbindungen mit höltzernen Nägeln, weil die eisernen rosten.
5. Die Zwerch-Schwellen C verbindet durch eine andere mit den Haupt-Schwellen parallel gelegte Schwelle EE, und
6. In die gevierten Löcher F rammet die Pfähle G ein.

So ist der verlangte Rost fertig.

Die

Die 1. Anmerckung.

240. Man siehet leicht, daß dergleichen Rost uns des Grundes sehr versichert, und absonderlich dienlich ist, wenn es unten Quellen hat. So aber gar Trüb-Sand vorhanden ist, so könnet ihr dem Wegschwemmen des Sandes durch vorgeflochtene dichte Zeune steuren.

Die 2. Anmerckung.

241. Weil sich im Leime nicht wohl Pfähle stoßen lassen, so kan man hier mit einem bloßen Roste aus creutzweise geschrenckten Schwellen zufrieden seyn.

Die 3. Anmerckung.

242. Die Schwellen dürfen im trockenen Boden nur 3'' bis 4'', im nassen und morastigen 6'', 7'' bis 8'' dicke seyn.

Die 5. Aufgabe.

243. **Die Grund-Maure aufzuführen.**

Auflösung.

1. Machet eine Lage von Bruch-Steinen, die nahe an einander liegen, absonderlich, wo ihr Pfähle eingerammet oder gar einen Rost gemacht habt, damit die Feuchtigkeit und der Kalck dem Holtze nicht schade.
2. Giesset darüber Mörtel, und ebenet ihn mit der Schaufel.
3. Auf diese Unterlage führet die übrige Maure aus Steinen und Mörtel auf. Und braucht man in dem Grunde so große Steine, als man haben kan, wenn er tief wird, damit sie brav füllen.
4. Wenn ihr einen Rost gemacht habt; so leget darauf Quater-Steine, und verbindet sie mit einander durch mit Bley eingegossene Klammern.

An-

Anders.

Wenn ihr keine grosse Steine habt, so

1. Nehmet guten Kalck und Fluß-Sand mit Steinen, die er bey sich führet, aber nicht grösser, als die man in die Faust fassen kan.
2. Rühret beyde Materien wohl durch einander.
3. Schüttet sie in den Grund-Graben, und ebenet sie mit einer Schaufel.
4. Wenn ihr einen halben Schuh hoch gekommen seyd, so werfet Wacken-Steine oder Stücke von andern Steinen hinein, so groß, als ihr sie finden könnet, doch, daß sie einander nicht berühren.
5. Schüttet von der vorigen Materie von neuem einen halben Schuh hoch darauf, und fahret mit dieser Arbeit fort, bis der Graben voll ist.

So bekommt man einen Grund gleich einem Felsen aus einem Stücke.

Zusatz.

244. Weil die Grund-Maure sich erst setzen muß, ehe man weiter darauf mauren kan; so könnet ihr sie im Frühlinge aufführen, und den Sommer über trocknen lassen.

Die 1. Anmerckung.

245. Es dürfte vielleicht einem oder dem andern wunderlich vorkommen, daß wir so viel Zeit erfordern, darinnen das von einander getriebene Erdreich sich wieder zusammen geben, und die Grund-

Maure

Maure austrocknen kan (§. 233, 244). Allein es ist zu wissen, daß dergleichen Sorgfalt nur bey wichtigen Gebäuden gebraucht wird, welche nicht in einem, sondern in vielen Jahren aufgeführet werden.

Die 2. Anmerckung.

246. Böckler in den Anmerckungen über den *Palladium* (lib. 1. c. 7. f. 20) erinnert, es sollen die Steine in dem Grunde eben so geleget werden, wie sie in Stein-Brüchen oder auf dem Felde gelegen sind weil sie sonst springen, und der Bau einen halben Schuh und mehr gespalten wird, wenn der Stein nur einen Messer-Rücken spaltet. Und recommendiret er (f. 21, 22.) die andere Art des Grund-Baues bey Wasser-Gebäuden, als Brücken, Mühlen, Dämmen, u.s.w. Hingegen in engen Gründen trocknet der Kalck zu bald, ehe die Steine und der Sand ihn recht anziehen.

Die 3. Anmerckung.

247. Wenn ihr unter der Erde gewölbte Keller machet, so müsset ihr nicht allein die Grund-Maure öfters tiefer, sondern auch stets dicker machen, weil die Last der Gewölber auf die Pfeiler durch Bogen geleitet wird. Und müssen die Bogen unter die Eröfnungen an der Maure des Gebäudes kommen, damit sie nicht eine unerträgliche Last zu tragen haben.

Die 6. Aufgabe.

248. **Einen Grund-Bau im Wasser aufzuführen.**

Tab. XXIV. Fig. 48, 51.

Auflösung.

Tab. XXIV. Fig. 49.

1. Rammet eine Reihe doppelte Faltz-Pfähle um den gantzen Ort, wo der Grund-Bau hinkommen soll.
2. Hinter ihnen rammet eine andere Reihe einfacher Faltz-Pfähle.

3. Den

3. Den Raum zwischen beyden Reihen füllet mit Schutt aus.
4. Aus dem mittlern Raume bringet das Wasser durch Pump- oder Schöpf-Wercke heraus. Und nachdem ihr solchergestalt einen trockenen Platz überkommen habt; so
5. Führet nach Beschaffenheit des Bodens den Grund-Bau auf, wie vorhin ist gelehret worden (§. 229, & seqq.).

Die 1. Anmerckung.

249. Wenn der Bau fertig ist, so müsset ihr die Faltz-Pfähle wieder ausreissen, und sie zu künftigem Gebrauche verwahren.

Die 2. Anmerckung.

250. Fällt es zu kostbar, Faltz-Pfähle machen zu lassen, so schlaget nur hin und wieder schlechte Pfähle um die Helfte ihrer Länge ein, und nagelt an ihre Köpfe, wenigstens 3 Schuh über dem Wasser, Richt-Bäume, welche ferner auf alle anderthalb Schritte mit Zwerch-Bäumen verbunden werden. An diesen Richt-Bäumen rammet beyderseits Pfähle ein, dergestalt, daß sie einander berühren, und nagelt sie oben an dieselben mit langen Nägeln an. Den Raum zwischen beyden Reihen der Pfähle füllet mit guter Erde, Letten oder Schutt aus, und mitten aus dem eingeschlossenen Raume bringet wie vorhin das Wasser durch Schöpf- oder Pump-Wercke heraus. Man kan auch die Pfähle weit von einander einrammen, und den Raum mit Brettern verschlagen.

Die 7. Aufgabe.

251. Einen guten Mörtel zu Verbindung der Steine und Ziegeln in Mauren zu bereiten.

Auflösung.

Nehmet zu drey Theilen gegrabenen Sand einen Theil Kalck, und zu zween Theilen Fluß-Sand gleichfalls einen Theil Kalck, und sparet keine Mühe, die Speise wohl durch einander zu rühren.

Anmerckung.

252. Hartmann mercket in seiner Bau-Kunst (f. 33.) an, daß es beständige Mauren gebe, welchen der Salpeter nicht leicht Schaden zufügen kan, wenn man zu dem Mörtel ungelöschten Kalck nimt, und, indem er von dem Löschen noch recht warm ist, den Sand darein menget.

Der 3. Lehrsatz.

253. **Die Mauren müssen alle senckrecht aufgeführet werden.**

Beweiß.

Es erfordert solches die Festigkeit des Gebäudes (§. 6). Denn es wird unten aus der Mechanick erhellen, ist auch aus der Erfahrung bekant, daß die gerade aufstehenden Sachen fester und gewisser stehen, als die von der senckrechten Linie weggezogen sind. Wenn die Maure wie die Grund-Maure schräge aufgeführet würde, so legte sich der Staub darauf, und sie könte nicht lange reine bleiben. Also ist auch deswegen nöthig, daß die Maure nach senckrechten Linien aufgeführet werde. W. Z. E. W.

Der 4. Lehrsatz.

254. **Die Mauren müssen in jedem**

Stock-

Stockwercke um etwas eingezogen werden.

Beweiß.

Denn die Maure in dem untern Stockwercke muß die Last der obern zugleich mit tragen. Derowegen muß die untere dicker als die obere seyn. Und also muß man die Mauren in jedem Stockwercke einziehen. W. Z. E. W.

Zusatz.

255. Weil die Maure in jedem Stockwercke nach senckrechten Linien gleich aufgeführet wird (§. 253), so wird von innen in jedem Strockwercke ein Absatz gemacht, und folglich die Last des Gebäudes durch den Grund gleich vertheilet.

Die 1. Anmerckung.

256. Weil die Maure oben starck genung seyn muß, das Dach zu tragen; so setzen *Scamozzi* und *Vitruvius* in bürgerlichen Wohn-Häusern, die gantz von Steinen aufgeführet werden, für ihre Dicke zween Ziegeln nach der Länge oder 2 Schuh. Denn die Ziegeln werden nach dem *Vitruvio* (lib. 2 c. 3) einen Schuh lang, einen halben breit und hoch gemacht. In jedem Stockwercke vergönnen sie zu einem Absatze einen halben Schuh. In starcken Gebäuden kan die Ober-Maure wol dicker, in schwachen hingegen nur 1' gemacht werden: dergleichen auch die Scheide-Mauren oben bekommen, welche durch alle Geschoß einen halben Schuh abnehmen. Jedoch können in solchen Gebäuden die Scheide-Wände nur von Holtz gemacht, und entweder mit Ziegeln ausgemauret, oder mit Leimen und Stroh ausgekleibet werden.

Die

Die 2. Anmerckung.

257. Wenn man Seulen oder Pilasters braucht, so erfordert die Maure gantz eine andere Verjüngung, weil die gantze Ausladung des Postements der Ordnung auf der untern Platz finden muß, die nicht mit Seulen gezieret ist. Sind aber an den untern Mauren gleichfalls Seulen oder Pilasters, so muß man sich in Einziehung der Maure nach denselben mit richten (§. 216).

Die 8. Aufgabe.

258. *Eine Maure aufzuführen.*

Auflösung.

1. Nehmet mittelmäßige Bruch-Steine, und verbindet sie mit reichlicher Speise.
2. Und damit die Ecken etwas stärcker gemacht werden, so führet sie von Ziegeln oder Quater-Steinen auf, die sich mit verwechselten Fugen, wegen ihrer regulären Figur, durch den Mörtel besser verbinden lassen.
3. Mauret auch in der übrigen Maure zuweilen drey Schichten Ziegeln.

Anders.

1. Mauret von Ziegeln oder Quater-Steinen einen Kasten auf, welche ihr durch Mörtel mit verwechselten Fugen fleissig verbindet. Die Höle wird 3 bis 4 Schuhe gelassen.
2. In den mittlern Raum füllet Feld-Steine und andere Stücke von Steinen, die nicht über ein Pfund schwehr sind, und

giesset reichlich Speise darzu: stampfet auch alles wohl ein.

3. Wenn ihr solchergestalt die Maure drey Schuh hoch aufgeführet habt; so mauret drey Schichten Ziegeln durch die gantze Dicke der Maure über einander.

4. Mit dieser doppelten Arbeit wechselt ab, bis die gantze Maure fertig ist.

Anders.

1. Setzet zwo Reihen Bretter gegen einander, welche so viel Raum einschliessen, als die Maure einschliessen soll.

2. Füllet den leeren Raum zwischen den Brettern mit Mörtel und allerley Steinen aus, und stampfet den Zeug wohl ein.

Die Bauren nehmen Leim und Stroh, welches mit Füssen wohl durchgetreten worden.

Noch anders.

Mauret lauter Ziegeln, oder auch regulär gehauene Steine mit verwechselten Fugen über einander, damit, wenn ja einer ausgerissen würde, die andern nicht nachfallen können.

Die 1. Anmerckung.

259. Die erste und andere Art sind gar beständige Mauren. Von der ersten zeugen die Stadt-Mauren zu Turin, von der andern das Pantheon zu Rom. Man findet auch die erstere Art in alten Kirchen und steinernen Gebäuden in Teutschland.

Die 2. Anmerckung.

260. Die Mauren aus Ziegeln können viel dünner,

ner, als die aus Bruch-Steinen, gemacht werden, weil jene sich viel besser, als diese, verbinden lassen.

Die 3. Anmerckung.

261. Daß alle Mauren von Grund aus müssen aufgeführet werden, erfordert die Festigkeit des Gebäudes; jedoch gehet es an, daß eine Maure auf ein Gewölbe der Länge hingesetzet werde, wenn nur der Bogen starck genug ist, dieselbe zu tragen, und es ihm an gehöriger Wiederlage nicht fehlet.

Die 4. Anmerckung.

262. Die grossen Mauren pfleget man zu verancken: welches geschiehet, wenn man lange Eisen von 2, 3 und mehreren Zollen in der Dicke, nach der Länge der Mauren leget, und durch die Ringe am Ende derselben Boltzen schlägt. Man kan auch hohe Mauren, absonderlich wenn sie oben eine schwehre Last haben, an die Balcken, welche auf ihr ruhen, mit Anckern befestigen.

Die 5. Anmerckung.

263. Wegen Feuers-Gefahr solte man zwischen zwey Häusern eine Brand-Maure bis über das Dach aufführen, in der Dicke von zween Fuß.

Die 2. Erklärung.

264. Das Fenster ist eine **Eröfnung in der Maure, wodurch das Licht in das Gebäude hinein fällt.**

Der 1. Zusatz.

265. Man muß also die Fenster dergestalt anlegen, daß so viel Licht in jedes Zimmer fällt, als man zu den Verrichtungen von nöthen hat, welche darinnen vorgenommen werden (§. 7, 17), und damit alles in dem Zimmer wohl erleuchtet ist (§. 18).

Der 2. Zusatz.

266. Weil nun weder alle Tage, noch alle Stunden eines Tages recht helle sind, und man dem Ueberflusse des Lichts, wenn es nöthig ist, z. E. durch Vorziehung der Vorhänge leicht steuren kan; muß man trachten, so viel Licht durch die Fenster in jeden Ort des Gebäudes zu bringen, als möglich ist.

Der 3. Zusatz.

Tab. XXIII. Fig. 52.

267. Derowegen wird die Maure vor dem Fenster ab schräge eingeschnitten, damit das Licht nicht gehindert wird, durch das Zimmer sich auszubreiten.

Der 4. Zusatz.

268. Und damit das Fenster-Creutz den Zufluß des Lichts nicht hindere, so soll es nicht über zween Zolle breit gemacht werden. Aus gleichmäßiger Ursache müssen die Fenster-Rahmen nicht viel über $1\frac{1}{4}$ Zoll breit gemacht, und inwendig an den Scheiben schräge abgestoßen werden.

Der 5. Zusatz.

269. Die Glas-Fenster müssen entweder aus großen und hellen Scheiben, oder am besten aus gläsernen Tafeln zubereitet werden, weil das viele Bley dem Gemache das Licht benimt.

Der 5. Lehrsatz.

270. **Ein Fenster muß höher als breit seyn.**

Be-

Beweiß.

Da das Licht von oben herunter fällt, so kan man mehr Licht durch den obern Theil des Fensters in das Gemach bekommen, als durch den untern. Und durch das niedrige Fenster könte die Decke nicht wohl erleuchtet werden. Derowegen muß das Fenster höher als breit seyn (§. 265, 266). W. Z. E. W.

Zusatz.

271. Weil aber das Licht bey nahe in einer geraden Linie vom Himmel herab fällt; so kan man um so viel mehr Licht durch ein Fenster haben, je einen grössern Theil des Himmels man dadurch übersehen kan. Dannenhero können die obern Fenster niedriger, als die untern seyn.

Die 1. Anmerckung.

272. Es erhellet aus dem Beweise des gegenwärtigen Lehrsatzes, daß auch die geringere Höhe der obern Zimmer niedrigere Fenster erfordere.

Die 2. Anmerckung.

273. Wenn man unter dem Dache halbe Stockwercke anleget, und also niedrige Gemächer hat, aus welchen man durch das gantze Fenster den Himmel übersehen, und nach der Breite so viel Licht, als nach der Höhe haben kan; so zeiget der Beweiß des gegenwärtigen Lehrsatzes, daß man die Fenster etwas niedriger machen kan, als ihre Breite ist, indem man z. E. $\frac{2}{3}$, oder $\frac{3}{4}$, oder $\frac{4}{5}$ von der Breite zur Höhe nimt. Man nennet aber dergleichen Fenster Mezaninen oder Bastard-Fenster.

Die 3. Anmerckung.

274. Mezaninen werden auch über die Thüren gelegt, die Vor-Häuser und Vor-Gemächer zu erleuchten, darein man sonst nirgens her Licht haben kan.

Der 6. Lehrsatz.

275. **Wenn man durch ein Fenster den Himmel nicht sehen kan, so sollen die Wände und Mauren der gegen überstehenden Gebäude weiß angestrichen seyn.**

Beweiß.

Weil das Licht in einer geraden Linie von dem Himmel herab kommt, so kan man daher kein Licht durch das Fenster in das Zimmer bekommen, durch welches man den Himmel nicht sehen kan. Derowegen muß man sich in solchem Falle mit dem Lichte behelfen, welches theils von dem Erdboden, theils von den Mauren und Wänden der gegen überstehenden Gebäude zurücke prallet. Da nun weisse Mauren und Wände mehr Licht zurücke werfen, als dunckele, wie auch solches zu Winters-Zeit der Schnee zeiget, welcher es helle macht; so sollen in gegenwärtigem Falle die Mauren und Wände der gegen überstehenden Gebäude weiß angestrichen werden. W. Z. E. W.

Die 3. Erklärung.

276. Einfallendes Licht **wird genennet, wenn man aus einem erleuchteten Orte das Licht in einen andern leitet, wohin**

von

von aussen keines kommen kan. Z. E. Wenn der Boden durch die Kapp-Fenster erleuchtet ist, so macht man an die Decke des Stockwerckes darunter ein viereckichtes Loch, damit das Licht herunter fallen kan.

Der 1. Zusatz.

277. Weil das einfallende Licht sehr schwach ist, so soll man es nur in der höchsten Noth brauchen (§. 2, 266).

Der 2. Zusatz.

278. Und damit nicht blos zurück prallendes Licht einfalle, so soll man sich bemühen, so viel möglich ist, die Eröfnungen vor das einfallende Licht dergestalt anzulegen, daß, wenn man durch sie und den erleuchteten Ort durchsiehet, man den Himmel sehen kan (§. 266).

Der 7. Lehrsatz.

279. **Wenn die Fenster nicht allzu breit sind, so sollen sie viereckicht gemacht werden: sonst aber muß man sie oben mit einem Bogen schliessen.**

Beweiß.

Wenn ein viereckichtes und rund gewölbtes Fenster einerley Höhe haben; so ist jenes im lichten grösser, als dieses. Demnach giebt es auch dem Zimmer mehr Licht. Und daher soll man die Fenster viereckicht machen, wenn es nichts anders hindert (§. 266). **Welches das erstere war.**

Allein, wenn das Fenster sehr breit ist, wie die Kirchen-Fenster; so würde der Fenster-Sturtz brechen, oder wenigstens das Ansehen haben, als wenn er brechen wolte, wenn er viereckicht gemacht würde. Derowegen muß man es in solchem Falle mit einem Bogen überwölben (§. 15, 9). **Welches das andere war.**

Der 8. Lehrsatz.

280. **Ein Fenster muß so breit seyn, daß zwo Personen gemächlich neben einander in demselben liegen können.**

Beweiß.

Denn man pfleget sich öfters mit einer andern Person an das Fenster zu legen, und sich umzusehen. Da nun der Bau-Meister den Haupt-Absichten des Bau-Herrn in allen ein Genügen thun soll (§. 1); so muß er auch das Fenster so breit machen, daß zwo Personen gemächlich neben einander in demselben liegen können. W. Z. E. W.

Zusatz.

281. **Derowegen müssen die Fenster in vornehmen Gebäuden breiter, als in gemeinen gemacht werden: nemlich in gemeinen niemals unter 3, und nicht über 4; in vornehmen niemals über 6 Schuhe.**

Der

Der 2. Zusatz.

282. Dannenhero ist die geschickteste Proportion der Breite zu der Höhe wie 1 zu 2, oder nach dieser, wie 2 zu 3 (§. 21. 15): wiewol man nach Erforderung der Umstände, der Höhe über diese Proportion etwas unvermercktes zusetzen kan (§. 22).

Anmerckung.

283. *Palladius* (lib. 1. c. 25.) gibt im untern Stocke $\frac{1}{6}$ darüber: Blondel (part. 4. f. 465.) $\frac{1}{12}$ oder auch $\frac{1}{8}$, ja in sehr grossen Gebäuden $\frac{1}{2}$ Breite über 2, in welchem Falle die Verhältniß, wie 2 zu 5 ist.

Der 9. Lehrsatz.

284. **Die obern Fenster müssen eben so breit, wie die untern gemacht, und gleich über die untern gesetzet werden.**

Tab. XXV. Fig. 53.

Beweiß.

Denn, wenn die untern Fenster breiter wären, als die obern, oder auch nicht gleich über die untern gesetzt würden; so käme ein grosses Stücke Mauer abcd über die Eröffnung zu stehen. Da nun dieses den ersten Regeln der Bau-Kunst zuwieder ist (§. 75); so müssen allerdings die Fenster oben und unten von gleicher Breite gemacht, und die obern gleich über die untern gesetzt werden. W. Z. E. W.

Der 10. Lehrsatz.

285. **Die viereckichten Fenster müssen mit einem ausgemaureten Bogen überwölbet werden.**

Beweiß.

Tab. XXV. Fig. 54. Denn die Maure, welche zwischen dem obern und untern Fenster ist, ABCD, lieget auf dem Sturtze des untern Fensters. Damit er nun von ihrem Drucken nicht berste; so muß die Last von ihm durch einen Bogen auf die feste Maure zur Seiten geleitet werden. Und demnach muß man die viereckichten Fenster mit einem ausgemaureten Bogen überwölben. W. Z. E. W.

Die 9. Aufgabe.

286. **Ein Fenster zu verzieren.**

Auflösung.

Machet entweder einen bloßen Rahmen um das Fenster, indem ihr die Glieder des Architrabs parallel mit seinen Seiten herum führet; oder machet über den Rahmen noch einen Frieß und Karnieß ohne ein Fronton, oder mit einem Fronton.

So ist geschehen, was man verlangte.

Die 1. Anmerckung.

287. Man pfleget gemeiniglich an den Rahmen entweder einfache, oder doppelte Ecken-Zierden zu machen: von welchen in den folgenden Aufgaben gehandelt wird.

Die

Die 2. Anmerckung.

288. Der Modul zu der Verzierung ist $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{5}$ von der Breite im Lichten.

Die 3. Anmerckung.

289. Die Gesimse sind aus beygefügten Tabellen zu erlernen.

Tuscanisches Gesimse.			
	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Im Rahmen.	Die Platte	10	
	Die Platte	15	
	Das Plättlein	1	
	Das Oberplättlein	4	
	Der Frieß	24	
Im Karnieße.	Die Hohl-Kehle	$3\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$
	Das Plättlein	1	$1\frac{7}{8}$
	Die Platte	5	3
	Das Plättlein	1	1
	Der Viertel-Stab	$4\frac{1}{2}$	3
	Die abhangende Platte	$6\frac{3}{4}$	$17\frac{1}{2}$
	Das Plättlein	1	1
	Die Platte	3	1
	Der Karnieß	6	6
	Das Plättlein	1	
	Das Oberplättlein	3	1

	Dorisches Gesimse.		
	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Im Rahm.	Die Platte	10	
	Die andere Platte	15	
	Die Hohl-Kehle	3	
	Das Oberplättlein	2	
	Der Frieß	24	
Im Karnieße.	Das Karnießlein	$3\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$ / $1\frac{7}{8}$
	Das Plättlein	1	1
	Die Kälber-Zähne	5	3
	Das Plättlein	1	1
	Der Viertel-Stab	$4\frac{1}{2}$	3
	Die Platte	$6\frac{3}{4}$	16
	Die Hohl-Kehle	3	$\frac{3}{4}$
	Das Plättlein	1	$1\frac{1}{2}$
	Der Karnieß	6	6
	Das Plättlein	1	-
	Das Oberplättlein	3	1
	Jonisches Gesimse.		
Im Rahm.	Die Platte	9	
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	
	Die Platte	$13\frac{1}{2}$	
	Das Karnießlein	$3\frac{3}{4}$	
	Das Oberplättlein	$2\frac{1}{4}$	
	Der Frieß	23	

Das

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Im Karniesse.	Das Plättlein	1	1
	Das Karnießlein	4	1 / 2
	Das Plättlein	1	1
	Die Kälber-Zähne	5	3
	Das Plättlein	1	1
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	-
	Der Viertel-Stab	$4\frac{1}{2}$	3
	Die Platte	$6\frac{3}{4}$	15
	Das Karnießlein	3	$\frac{1}{2}$ / $1\frac{1}{2}$
	Das Plättlein	1	1
	Der Karnieß	6	6
	Das Oberplättlein	$2\frac{1}{4}$	
Römisches Gesimse.			
Im Rahmen.	Die Platte	8	
	Das Karnießlein	2	
	Die Platte	12	
	Das Stäblein	2	
	Das Karnießlein	4	
	Das Oberplättlein	2	
	Der Frieß	$20\frac{1}{2}$	
Im	Das Stäblein	2	1
	Das Karnießlein	4	1 / 2
	Das Plättlein	1	1
	Die Platte	5	3

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Karnieße.	Das Plättlein	1	1
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	
	Der Viertel-Stab	$4\frac{1}{2}$	3
	Die Platte	$6\frac{3}{4}$	$17\frac{1}{4}$
	Das Plättlein	1	$\frac{1}{4}$
	Der Viertel-Stab	3	2
	Das Plättlein	1	1
	Der Karnieß	6	6
	Das Oberplättlein	$2\frac{1}{4}$	
	Corinthisches Gesimse.		
Im Rahmen.	Die Platte	8	
	Das Karnießlein	2	
	Die Platte	12	
	Das Stäblein	2	
	Das Karnießlein	3	
	Die Hohl-Kehle	$1\frac{1}{2}$	
	Das Oberplättlein	2	
	Der Frieß	$20\frac{1}{4}$	
Im Karnieße.	Das Plättlein	1	1
	Das Stäblein	2	
	Das Karnießlein	4	{ 1 2
	Das Plättlein	1	1
	Die Platte	5	3
	Das Plättlein	1	1
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	
	Der Viertel-Stab	$4\frac{1}{2}$	3

Die

Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Die Platte	$6\frac{3}{4}$	$15\frac{1}{4}$
Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
Das Karnießlein	3	1
		2
Das Plättlein	1	1
Der Karnieß	6	6
Das Oberplättlein	$2\frac{1}{4}$	

Die 4. Anmerckung.

290. Man hat aber nicht nöthig, sich an diese Gesimse genau zu binden: sondern, wer selber ein Gesimse zusammen zu setzen (§. 132), und richtig zu proportioniren gelernet hat (§. 137), der kan verschiedene Veränderungen vornehmen, nachdem es die Umstände leiden.

Die 10. Aufgabe.

291. **Eine einfache Ecken-Zierde zu zeichnen.**

Auflösung.

Wenn ihr das Fenster im Lichten aufgerissen habt, so

Tab. XXV. Fig. 55.

1. Ziehet auf den Seiten des Reiß-Bretes zwo Theilungs-Linien AB und BC.
2. Wo die Höhe des Fensters aufhöret, traget auf- und niederwarts aus D in 1. 2. 3. 4. die Höhe der Glieder des Rahmens.
3. Wo aber die Breite des Fensters aufhöret, da traget eben selbige Höhen aus E in

in 1. 2. 3. 4, und abermals aus 1 in 5. 6. 7. 8.

4. Ziehet nach diesen Theilungs-Puncten, mit Hülfe der Reiß-Schiene, Linien, wie die Figur ausweiset. So sind die Ecken-Zierden fertig.

Die 11. Aufgabe.

Tab. XXVI. Fig. 56.

291. **Eine doppelte Ecken-Zierde zu zeichnen.**

Auflösung.

1. Zeichnet erst, wie vorhin, das Fenster im lichten, und ziehet an den Seiten des Reiß-Bretes, wie gewöhnlich, die Theilungs-Linien AB und BC.
2. Wo die Höhe des Fensters aufhöret, da traget aus D niederwarts die Höhen der Glieder des Rahmens in 1. 2. 3. 4, und aufwarts die erste Platte zweymal in 1. und 1, und hernach weiter die vörigen Glieder in 2. 3. 4.
3. Wo aber die Breite des Fensters aufhöret, da traget einwarts, aus E in 1. 2. 3. 4. eben die Höhen der Glieder des Rahmens, ingleichen auswarts, theils aus E in 1. 2. 3. 4, theils aus 1. in 5. 6. 7. 8, wie in der vorigen Aufgabe (. 2 . 1).
4. Ziehet aus diesen Theilungs-Linien nach der Reiß-Schiene gerade Linien, welche die verlangte doppelte Ecken-Zierde formiren.

Die

Die 4. Erklärung.

293. Ein Geländer-Fenster ist ein Fenster mit einem Balcon oder Trompeter-Gänglein, damit die Trompeter unter der Tafel darauf blasen können.

Der 1. Zusatz.

294. Ein Fenster mit einem Balcon schicket sich nur an Palläste und Gebäude grosser Herrn, und muß bis an den Boden wie eine Thür offen seyn.

Der 2. Zusatz.

295. Weil an den Gebäuden nichts angehängtes soll zu sehen seyn (§. 75); so soll der Balcon einen festen Grund haben, oder auf freystehenden Seulen ruhen, und nicht leicht auf Krag-Steine gesetzet werden (§. 80).

Der 3. Zusatz.

296. Und da das Fenster seines gleichen an dem Gebäude nicht hat; so soll es in die Mitte kommen, auch mehr als die übrigen gezieret werden. Ja man kan es auch breiter und höher machen, als die andern Fenster (§. 26, 27).

Der 4. Zusatz.

297. Damit der Regen abrinnen kan, so muß der Boden des Balcons etwas, wiewol unvermerckt, abhängig gemacht werden (§. 15).

Anmerckung.

298. Das Gesimse des Balcon-Fensters kan von Pilasters getragen werden, weil es nach Proportion des Fensters grösser ist, als die Gesimse der übrigen. In das Giebel=Feld, oder wenn man kein Fronton hat, auf das Gesimse, pfleget man das Wappen, ingleichen Statuen zu setzen. Auch kan das Fenster, weil es breit ist, oben mit einem Bogen geschlossen werden (§. 285): und um diesen Bogen, welcher nicht gar zu niedrig seyn soll, wird es höher gemacht, als die Fenster zur Seiten. Und dann lässet sich seine Verzierung aus der Einrichtung der Arcaden (§. 190 seqq.) nehmen.

Die 5. Erklärung.

299. **Die Thür ist eine Eröfnung in der Maure, wodurch man in das Gebäude, oder in dessen Zimmer und Gemächer gehen kan.**

Der 1. Zusatz.

300. Derowegen muß keine Thür unter einer rechten Manns=Höhe, und also nicht unter 6′ seyn.

Der 2. Zusatz.

301. Weil man aber im Durchgehen zur Seiten nicht anstoßen soll (§. 17), und der Mensch in seiner Kleidung nicht völlig halb so breit als lang ist; so reimet sich am besten für die Breite zur Länge der Thür die Proportion wie 1 zu 2 (§. 23, 25).

Die 1. Anmerckung.

302. Es läßt sich für die Thüren überhaupt keine deter=

determinirte Breite vorschreiben, weil die Grösse des Baues, die Beschaffenheit des Bau-Herrn und die Dinge, welche man ein- und aus zutragen hat, viele Veränderungen geben. Doch pflegt man die Haupt-Thüren in kleinen Gebäuden wenigstens 4, bis $4\frac{1}{2}$; in mittelmäßigen 5' bis 6'; in gar grossen 7' bis 8' breit zu machen. Hingegen die Gemach-Thüren sind in kleinen Häusern 3, $3\frac{1}{2}$, $3\frac{3}{4}$ bis 4', in mittelmäßigen 4' bis $4\frac{1}{2}$; in grossen nicht leicht über 5' bis 6' breit. Endlich die Breite der Kirch-Thüren ist 5' bis 8'; eines Stadt-Thores wenigstens 10'; eines Thorweges 9', an sehr grossen Gebäuden 10' bis 12'. Weil die Thür im Lichten oben den Fenstern im Lichten gleich kommen muß; so giebt sich die Höhe von selbst, und die Breite wird gefunden, wenn man sie halbiret (§. 301). Jedoch muß man die vorgeschriebenen Breiten vor Augen haben, damit, wenn sie auf solche Art zu klein gefunden würde, die Einrichtung der Fenster verändert wird.

Der 3. Zusatz.

303. Damit man bequem durchgehen kan (§. 17); so sollen die Thüren eine viereckichte Figur haben, und nur in Thoren und Thorwegen, um ihrer Breite willen, jene zwar mit einem halben Circul, dieser aber mit einem Bogen der 16 Zoll hoch ist, geschlossen werden (§. 15).

Die 2. Anmerckung.

304. Die Höhe ist in Thoren $\frac{1}{4}$ von der Breite, in Thorwegen $13\frac{1}{2}$ Schuh bis an den Bogen.

Der 4. Zusatz.

305. Damit der Eingang nicht unbequem falle, so soll man die Thür-Schwellen entweder gar weglassen, oder höchstens nicht über einen Zoll hoch machen.

Die 3. Anmerckung.

306. Die Thüren werden völlig so, wie die Fenster verzieret, außer daß man vor Thoren und Thorwegen Arcaden (§. 193), vor Kirchen-, Haus- und Saal-Thüren Colonnaten machen kan (§. 173 & seqq.).

Der 11. Lehrsatz.

307. **Die Haus-Thür soll mitten an das Gebäude geleget werden, und zu beyden Seiten sollen in gleicher Weite gleich viel Fenster von ihr abstehen. Von den Ecken stehen die Fenster weiter weg, als von einander: von der Thür aber können sie weiter und weniger abstehen.**

Beweiß.

Es ist alles klar aus der Eurythmie (§. 26, 27).

Der 12. Lehrsatz.

308. **Wenn die Fenster mit Frontons gezieret werden, so müssen dreyeckichte und runde zu beyden Seiten auf einerley Art abwechseln. Eben diese Abwechselung muß mit den Ecken-Zierden in acht genommen werden.**

Be-

Beweiß.

Es ist abermals aus der Eurythmie klar (§. 26, 27).

Der 13. Lehrsatz.

309. **Wenn neben der Haupt-Thür noch andere Neben-Thüren, entweder in das Gebäude selbst, oder nur in darunter angelegte Gewölber gemacht werden, so ist die Haupt-Thür die größte und komt in die Mitten: die andern werden zu beyden Seiten in gleicher Größe und in gleicher Weite von der Haupt-Thür gelegt.**

Beweiß.

Es ist abermals aus der Eurythmie klar (§. 26, 17).

Der 14. Lehrsatz.

310. **Die Brust-Lehne oder die Maure von dem Boden des Gemaches bis an das Fenster im lichten, muß nicht über drey Schuh hoch seyn.**

Beweiß.

Man muß das Fenster so einrichten, daß man bequem daran liegen und hinaus sehen kan (§. 280). Nun lehret aber die Erfahrung, daß man bequemer lieget, wenn man den Leib etwas krümmen muß, als wenn man sich fast aufgerichtet auflehnet. Derowegen muß das Fenster im lichten

nicht weiter von dem Boden weg seyn, als daß man den Leib noch etwas krümmen muß, wenn man sich in dasselbe legen und hinaus sehen will, und also niemals über, sondern vielmehr immer etwas unter drey Schuh (§. 17). W. Z. E. W.

Der 1. Zusatz.

311. Damit nun die Fenster in dem untersten Stockwercke auf der Gasse nicht zu niedrig stehen, so müssen entweder inwendig die Gemächer etwas erhöhet werden, so, daß man vor ihre Thüren einige Stufen leget; oder (welches besser ist, indem es dem Hause ein prächtiges Ansehen giebt, und die Verdrießlichkeit des Steigens aufhebet, wenn man aus einem Gemache in das andere gehen will), man soll vielmehr vor der Haus-Thüre eine Treppe von etlichen Stuffen anlegen.

Anmerckung.

312. Dadurch erhält man zugleich, daß die Keller erhaben werden.

Der 2. Zusatz.

313. Ja, wenn man in den Fenstern bequem liegen soll, so muß die Maure vor ihnen viel dünner seyn, als die zwischen ihnen ist, zumal, da hierdurch auch eine unnöthige Last weggenommen wird, wodurch sonst der Bogen über dem nntern Fenster beschwehret würde (§. 284, 285).

Die

Die 12. Aufgabe.

314. *Eine Maure zu übertünchen.*

Auflösung.

1. Wenn die Maure recht ausgetrocknet ist, so bewerfet sie zu dreyen unterschiedenen malen mit Mörtel.
2. Wenn das Bewerfen getrocknet ist; so überziehet sie mit zärterem Mörtel, welcher aus Kalck und zärterem Sande, als der erstere ist zubereitet worden, oder mit Gyps, gleichfalls zu drey unterschiedenen malen.

Beweiß.

Die Maure muß erst getrocknet seyn, ehe man den Tünch aufträgt, ingleichen muß man ihn nicht gantz auf einmal auftragen. Denn sonst trocknet die Maure erst, wenn der Tünch schon trocken worden ist, und der Tünch trocknet oben eher als unten. Dannenhero muß er im erstern Falle entweder springen, oder sich gar abschälen, im andern Falle hin und wieder Ritzen bekommen: welches beydes der Dauerhaftigkeit des Gebäudes zu wieder ist (§. 6, 15).

Zusatz.

315. Weil die übertünchten Mauren nicht allein besser aussehen, sondern auch mehr Licht zurücke werfen, und von aussen durch den Regen und die Feuchtigkeit der Luft nicht so leicht Schaden nehmen; so sol-

len alle Mauren nicht allein von innen, sondern auch von aussen übertünchet werden.

Die 1. Anmerckung.

316. Es wird der Tünch überaus sauber und so hellglänzend, daß man sich in ihm bespiegeln kan, wenn man gestoßenen Marmel unter den Kalck nimt.

Die 2. Anmerckung.

317. *Vitruvius* (lib. 7. c. 2) mercket an, es diene sehr zur Festigkeit des Tünches, wenn man den Kalck wohl erbeitzen, und, nachdem man den Sand darunter gerühret hat, mit großem Fleisse durcharbeiten lässet.

Die 3. Anmerckung.

318. Wenn die leimernen Wände den Tünch wohl halten sollen, so müssen sie zuerst berohret werden.

Die 4. Anmerckung.

319. Wollt ihr in den Tünch etwas mahlen, so muß es geschehen, weil er noch naß ist, alsdenn wird das Gemählde sehr beständig, und gehet nicht eher aus, bis der Tünch zerbrochen wird. In einem solchen Gemählde aber muß man nichts ändern, wenn es einmal trocken worden ist; sonst giebt es einen Fleck.

Die 6. Erklärung.

320. **Wenn man eine Maure mit ordentlich gehauenen Steinen überkleidet, so nennet man es Bäurisch Werck** (*opus rusticum*).

Zusatz.

221. Weil das Bäurische Werck die Mauren sehr dauerhaft macht, so wird es abson-

absonderlich an Gebäuden gebraucht, die eine Stärcke vor andern zeigen sollen, als an Stadt-Thoren, an dem untersten Stockwercke der Gebäude auf dem Lande u. s. w.

Die 1. Anmerckung.

322. *Serlius* (lib. 4. c. 5. f. m. 15) hat angewiesen, wie die Steine auf verschiedene Art zum Bäurischen Wercke gehauen werden.

Die 2. Anmerckung.

323. Man pflegt auch wol in dem untern Stocke grosser Stadt-Gebäude einen Tünch von Mörtel in gestalt des Bäurischen Wercks aufzutragen, und ihn denckel anzustreichen.

Die 13. Aufgabe.

324. **Aus der gegebenen Höhe des Fensters, der Höhe der Brust-Lehne und der Höhe und Dicke des Bogens, womit das Fenster überwölbet worden ist, die Höhe des Gemaches zu finden.**

Auflösung

Weil die Höhe des Gemaches aus der Höhe der Brust-Lehne, der Höhe des Fensters und der Höhe und Dicke des Bogens über dem Fenster bestehet; so dürfet ihr diese gegebenen Theile von der Höhe des Gemaches nur addiren, wenn ihr dieselbe zu wissen verlanget (§. 36. *Arithm.*).

Zusatz.

325. Die Höhe des Fensters entspringet aus seiner Breite (§. 281, 282): die Höhe

der Brust-Lehne ist allezeit unter 3 Schuh (§. 310): endlich die Höhe des Bogens und seine Dicke kan man nach Erforderung der Umstände willkührlich einrichten. Derowegen kan man aus der gegebenen Fenster-Breite die gantze Eintheilung der Aussicht des Gebäudes nehmen.

Anmerckung.

326. Weil die Höhen der Fenster und der Brust-Lehne meistens ihre abgemessene Größe haben; so muß man bey Erwehlung der Höhe und Dicke des Bogens nicht allein auf die Stärcke der Wiederlage, welche man zwischen zwey Fenstern haben kan, sondern auch absonderlich mit darauf sehen, daß die Höhe des Fensters und der Thür zu der Höhe des Gemaches eine geschickte Proportion erhalte. *Scamozzi* recommendiret nicht ohne Grund die Proportion für die Höhe des Fensters zu der Höhe des Gemaches wie 4 zu 7, und für die Höhe der Thür zu der Höhe des Gemaches wie 2 zu 3 (§. 25).

Der 15. Lehrsatz.

327. **Die Figur der Zimmer muß ein rechtwincklichtes Vier-Eck seyn.**

Beweiß.

Man hat in den Zimmern oder Gemächern Tische, Bäncke, Betten, Schräncke und andere dergleichen Dinge zu setzen. Damit nun dieses füglich geschehen könne, so muß ihre Figur ein rechtwincklichtes Vier-Eck seyn (§. 17).

Anmer-

Anmerckung.

328. Es komt noch eine andere Raison dazu, weil nemlich der Platz des Gebäudes ein rechtwincklichtes Vier-Eck ist, indem sonst die Gebäude nicht wohl neben einander aufgeführet, noch auch bequem eingetheilet werden können, daß nicht hin und wieder allerhand zum Theil finstere Winckel überbleiben solten: ein solcher Platz aber sich am füglichsten wiederum in rechtwincklichte Vier-Ecke eintheilen läßt.

Zusatz.

229. Damit die Länge des Gemaches zu der Breite eine geschickte Verhältniß habe, so machet sie entweder wie 1 zu 1, das ist ein völliges Quadrat, oder wie 2 zu 3, oder wie 1 zu 2, in großen Sälen wie 1 zu 3 (§. 21).

Anmerckung.

330. Weil man nach Erforderung der Umstände in Kleinigkeiten von diesen Verhältnissen abweichen darf (§. 22): so kan man ohne Tadel etwas darüber und darunter nehmen. Blondell (Cours d' Architecture part. 3. c. 8. f. 266, 268), hat noch andere Verhältnisse angegeben, nemlich wie 3 zu 4, und 3 zu 5, wie 4 zu 5, wie 4 zu 7, wie 8 zu 9. Was aus Noth geschiehet, davon redet man nicht in Wissenschaften. Denn die Nothwendigkeit hat keine Regel. Regeln finden statt, wo man etwas auf verschiedene Art machen kan.

Der 16. Lehrsatz.

331. **Die Zimmer sollen weder allzu hoch, noch allzu niedrig seyn.**

Beweiß.

Denn allzu hohe Zimmer sind im Winter

schehr

schwehr zu heitzen, und also dem Beutel beschwehrlich, wo das Holtz theuer ist. Allzu niedrige Zimmer werden ungesund befunden, weil sich die Ausdünstungen aus den Cörpern der Menschen und anderer in ihnen sich befindlichen Sachen nicht genug zertheilen können.

Die 1. Anmerckung.

332. Es findet also gegenwärtiger Lehrsatz von den hohen Zimmern nicht statt, wo man auf die Kosten zu heitzen nicht zu sehen hat. Doch kan in einem Falle noch eine andere Ursache darzukommen. Wenn nemlich das Zimmer gegen Mittag lieget, und ist hoch, so wird es im Sommer unerträglich warm, weil durch die hohen und folglich auch breiten Fenster die Sonnen-Strahlen häufig hinein fallen.

Die 2. Anmerckung.

333. Weil die Höhe des Gemaches aus geschickter Anlegung und Proportionirung der Fenster und Thüren sich leicht giebt (§ 324, 326); und durch das gantze Stockwerck einerley Höhe und Tiefe oder Länge der Gemächer erhalten werden muß; so hat man sich um Proportionirung der Höhe eines Gemaches zu seiner Länge und Breite nicht sonderlich zu bekümmern. Und siehet man nur meistentheils in dem mittlern, als dem Haupt-Zimmer darauf. In bürgerlichen Gebäuden soll kein Haupt-Zimmer höher als 14, noch niedriger als 10 Fuß seyn. Blondell (Cours d' Architect part. 3 c. 6. f. 269.) setzet in den kleinsten Gebäuden die Höhe jedes Stockwerckes wenigstens $8\frac{1}{2}$ bis 9 Schuh. In Quadrat-Zimmern giebt er der Höhe die Seiten des Gemaches, das ist, er macht dieselbe der Länge und Breite gleich.

gleich. Wenn die Breite 1, die Länge $\frac{1}{4}$ ist, so macht er die Höhe $1\frac{1}{8}$. Wenn die Breite 1, die Länge $1\frac{1}{2}$ ist; so macht er die Höhe $1\frac{1}{4}$. Wenn die Breite 1, die Länge $1\frac{3}{4}$ ist; so macht er die Höhe $1\frac{3}{8}$. Wenn die Breite 1, die Länge 2 ist; so macht er die Höhe $1\frac{1}{7}$. *Palladius* giebt noch andere Regeln, und sucht die Höhe aus der Länge und Breite auf eine geometrische Art zu determiniren.

Der 17. Lehrsatz.

334. **Stuben und Kammern soll man dielen; Säle und Vor-Gemächer aber pflastern, oder mit einem Aestriche versehen.**

Beweiß.

Zum dielen nimt man Bretter, zum pflastern Ziegeln oder Steine. Weil nun die Ziegeln oder Steine kälter werden, als das Holtz, so reimet sich in Stuben und Kammern kein Pflaster, maßen man in Kammern öfters mit bloßen Füssen auf den Boden trit, in Stuben die Füße auch, wenn es eingeheitzet ist, auf dem kalten Pflaster kalt bleiben. Weil man auf die Säle und in die Vor-Gemächer weder barfuß kommt, noch auf und in denselben im Winter sitzet; so kan man an diesen Orten wegen seiner Dauerhaftigkeit ein Pflaster machen. Da die Aestriche eben so kalt werden, wie die Pflaster, so werden sie gleichfalls aus den Stu-

Stuben und Kammern in die Vor-Gemächer und Säle verwiesen. W. Z. E. W.

Der 1. Zusatz.

335. Weil das tannene Holtz fein gerade bleibt (§. 38); so schickt es sich zum dielen recht wohl

Der 2. Zusatz.

336 Damit aber zwischen den Dielen nicht Ritzen werden, so muß das Holtz wohl ausgetrocknet seyn (§. 40. 41).

Der 3. Zusatz.

337. Die Ziegeln zum Pflaster können viel dünner und breiter, als die Mauer-Ziegeln gemacht werden: jedoch, wo viel gegangen wird, nicht gar zu dünne, damit sie sich nicht bald austreten. Man solte sie dazu recht feste machen (§. 50) und wol ein paar mal brennen.

Der 18. Lehrsatz.

338 **Von den Regulären Figuren schicken sich nur zum Pflaster das gleichseitige Drey-Eck, das Quadrat und das Sechs-Eck.**

Beweiß.

Die Winckel der zusammenstoßenden Figuren müssen einen Circul füllen, wenn man pflastern will. Nun füllen sechs Winckel des Drey-Eckes, vier des Quadrats und drey des Sechs-Eckes einen Circul, keine Winckel aber einer andern regulären Figur

gur können einen Circul füllen, wenn sie etliche mal genommen werden (§. 131 *Geom.*). Derowegen kan man von den regulären Figuren nur das Drey-Eck, das Quadrat und das Sechs-Eck zum pflastern brauchen. W. Z. E. W.

Anmerckung.

339. Man kan wol andere verschiedene Figuren zusammen legen, daß sie ein Pflaster formiren: allein es ist nicht nöthig, daß man sich darüber viel den Kopf zerbreche, weil allein aus zweyfarbigen Quadraten mit leichter Mühe unzehlig viel angenehme Arten der Pflaster können gemacht werden, wie *Truchet* in den Memoires de l' Academie Royale des Sciences A. 1704. p. m. 483. & seqq. angewiesen hat. Es kan es ein jeder selbst versuchen, wenn er die Lage eines, zweyer und mehrerer solcher Quadrate auf so vielerley Art verändert, als möglich ist. Denn ein einiges Quadrat, welches durch die Diagonal-Linie in zween Theile von verschiedener Farbe getheilet wird, lässet sich auf vielerley Art legen, und daraus nimmt man Anlaß zu der Lage zweyer und mehrerer.

Tab. XXV. Fig. 57.

Die 14. Aufgabe.

340. Einen Aestrich auf den Erdboden zu schlagen.

Auflösung.

1. Stampfet die Erde wohl ein, und machet sie eben.
2. Ueberschüttet sie mit Kiesel-Steinen, oder andern kleinen Steinen.

3. Dar-

3. Darüber machet einen Guß von Kalck und kleinen Steinlein, oder zerstoßenen Steinen, dergestalt, daß, wenn die Steine frisch sind, zu drey Theilen ein Theil Kalck; wenn sie aber von alten Mauren kommen, zu fünf Theilen zween Theile Kalck genommen werden.
4. Diesen Guß lasset mit der größten Gewalt so lange schlagen, bis er recht dichte wird, und 9 Zoll dicke bleibt.
5. Endlich ziehet darüber eine Haut von zerstoßenen Scherben mit 2 Theilen Kalck vermischt. So ist nach *Vitruvii* Angeben (lib. 7. c. 1.) der Aestrich fertig.

Anders.

Vitruvius beschreibet (lib. 7. c. 4.) noch eine besondere Art der Aestriche, welche die Griechen in ihren Winter-Gemächern bequem befunden haben.

1. Machet vor allen Dingen, wie vorhin, die Erde feste und eben, und darauf den Unterzug von Mörtel oder Kütte, welcher in der Mitten etwas erhaben ist, und von den Seiten abhängig gegen dahin gemachte Canäle.
2. Streuet über diesen ersten Guß Kohlen und stampfet sie wohl ein.
3. Vermischet Sand, Kalck und Asche in Wasser mit einander, und giesset davon

davon den andern Guß einen halben Schuh hoch, der recht eben geschlagen wird.

4. Schleifet ihn oben mit einem Wetz-Steine ab. So bekomt ihr einen Aestrich, welcher sehr wohl aussiehet, nicht kalt ist, die Feuchtigkeiten und das vergossene Wasser und Getrăncke an sich ziehet. Vid. *Rivii* Comment. in Vitruv. f. m. 439.

Die 15. Aufgabe.

341. **Einen Aestrich auf eine Decke zu schlagen.**

Auflösung.

1. Machet die Decke von doppelten Brettern: leget die obern quer über die untern, und nagelt sie mit starcken Nägeln an die Balcken an, daß sie sich nicht winden. Man nimt aber Bretter von Buchen, oder in Ermangelung derselben dünne eichene Bretter.
2. Damit der Kalck das Holtz nicht beschädige, so überstreuet die Decke mit Heckerlinge, Farren-Kraut oder andern dergleichen Materien.
3. Das übrige machet, wie in der vorhergehenden Aufgabe (§. 340).

Anmerckung.

342. Ihr könnet die Aestriche, daß sie besser aussehen, und sich eher reinigen lassen, mit einer Oel-Farbe anstreichen.

Die 16. Aufgabe.

343. **Einen Aestrich auf eine Decke unter freyem Himmel zu machen.**

Auflösung.

1. Machet alles, wie in der vorhergehenden Aufgabe (§. 341).
2. Ueber den Guß machet ein Pflaster etwas abhängig gegen die Seiten, damit das Wasser abfliessen kan, und verschmieret die Fugen mit einem guten Kütt.

Die 17. Aufgabe.

344. **Einen guten Kütt zu bereiten, damit die Steine in einem Pflaster unter freyem Himmel recht starck verküttet werden.**

Auflösung.

1. Löschet Kalck in Oel-Häfen oder anderm schlechten Oele ab, und rühret ihn zu einem Brey.
2. Mischet darein rein gestoßenes Glaß, Marmel-Stein und Feil-Staub von Eisen, der mit einem Steine auf einer harten z. E. eisernen Platte wohl geschlagen worden.

So ist geschehen, was man verlangte.

Anmerckung.

345. Die Güte dieses Stein-Küttes rühmet *Rivius* in seinen Commentariis über den *Vitruvium* (lib. 7. c. 1. f. m. 426). An statt des Marmels kan man

man auch Ziegeln zu Mehle stoßen und es durchsieben.

Die 18. Aufgabe.

346. **Die Steine dauerhaft zu öltrancken.**

Auflösung.

1. Lasset die Steine in dem heissesten Sommer von der Sonne recht erhitzt werden.
2. Zerlasset Wachs, Terpentin und ein wenig Hartz in einem eisernen Tiegel, und wenn es anfängt zu sieden, so
3. Tränckt damit den erhitzten Stein, so viel er verschlucken mag.

So ist geschehen, was man verlangte.

Anmerckung.

347. Durch diese Oel-Tränckung, welche *Rivius* in dem angezogenen Orte angiebt, kan man ein für alle mal in allen Fällen die Steine wieder die Feuchtigkeit verwahren, daß man nicht nöthig hat, das Pflaster von neuem alle Jahr zu öltrancken: wie *Vitruvius* (lib. 7. c. 1.) verlanget.

Die 7. Erklärung.

348. *Wenn eine Decke über einem Zimmer in geometrische Figuren eingetheilet wird, welche man mit erhabenen Rahmen einfasset, so heisset es eine Felder-Decke.*

Die 19. Aufgabe.

349. **Eine hölzerne Felder-Decke zu machen.**

Auflösung.

1. Leget die Balcken dergestalt uber das Zimmer, daß keiner über eine Eröfnung komt (§. 75), maßen sie dadurch mit der Zeit Schaden nehmen kan.

2. Nagelt an die Balcken wohl ausgetrock-nete und glatt gehobelte Bretter, damit ihr eine platte Decke bekomt.

Tab. XXV Fig. 58.

3. Theilet sie nach den Regeln der Eurythmie (§. 26) in Felder. Nemlich mitten muß ein großes Feld gemacht werden, welches in seiner Länge und Breite nach der Länge und Breite des Zimmers proportioniret ist. Z. E. Wenn das Zimmer ein Quadrat ist, so ist das mittlere Feld gleichfalls ein Quadrat, oder Circul, oder ein Sechs-Eck, u. s. w. Ist in der Figur des Zimmers eine Seite grösser, als die andere; so muß auch in dem mittlern Felde die Länge grösser als die Breite seyn. Z. E. Es muß eine Elliptische Figur oder ein rechtwincklichtes Vier-Eck, oder eine aus Bogen und geraden Linien zusammen gesetzte Figur seyn. An die Ecken, und unterweilen mitten an den Seiten, müssen andere kleinere Felder angeordnet werden, dergestalt, daß diejenigen einander gleichen, welche in der Decke einander entgegen stehen.

4. Da-

4. Damit die Felder sich wohl zusammen schicken, so setzet die **Neben-Felder** aus solchen Linien zusammen, welche sich nach den Linien des Haupt-Feldes richten. Wenn nemlich das *Haupt-Feld* einen erhabenen Bogen hat, so muß das Neben-Feld einen ausgehöhlten ihm entgegen kehren. Sind die Linien im Haupt-Felde zurücke gezogen; so ziehet man sie im Neben-Felde heraus: sind sie aber in jenem heraus geführet, so ziehet man sie in diesem zurücke, u. s. w. Eben dieses verstehet sich von den Ecken-Feldern und Neben-Feldern in der mitten der Seiten. Die **Ecken-Felder** aber werden gegen die Ecken des Zimmers mit zwo auf einander perpendicular stehenden geraden Linien geschlossen in den rechtwincklichten Zimmern; in andern bekommen sie den Winckel oder die Rundung des Zimmers.
5. Fasset die Felder mit Rahmen ein, welche ihr nach gut befinden aus den Gliedern einer Ordnung zusammen gesetzt habt.
6. Führet unten in der Decke um das gantze Zimmer ein Gesimse.
7. Endlich streichet die Decke mit einem guten Firniß an.

Die 20. Aufgabe.

350. **Eine Felder-Decke von Gyps zu machen.**

Auflösung.

1. Leget, wie in der vorhergehenden Aufgabe, Balcken über das Zimmer.
2. Nagelt an die Balcken Latten so nahe an einander, als möglich ist.
3. Berohret die Latten dergestalt, daß ihr jedes Rohr mit einem ausgeglüeten Drathe an etlichen Orten umschlinget und annagelt. Denn solchergestalt wird das Rohr theils an seiner Stelle befestiget, daß es nicht daraus weichen kan, theils auch durch den Drath mit dem Rohre zur Seiten verbunden.
4. Endlich traget den Gyps auf, und
5. Theilet die platte Decke durch Gyps-Rahmen in ihre Felder, wie zuvor (§. 349).

Anders.

1. Stecket den Raum zwischen den Balcken mit gespaltenem Holtze aus.
2. Ueberkleibet die Decke mit Leimen, worunter viel Stroh getreten worden.
3. Stecket hin und wieder, indem sie noch naß ist, kleine eckichte Stücke Ziegeln darein.
4. Wenn die Decke getrocknet ist, so traget den Gyps auf, und
5. Theilet sie durch Gyps-Rahmen, wie vorhin, in ihre Felder.

Anmer-

Anmerckung.

351. In die Felder gehören Gemählde. Damit sie dauerhaft sind, müssen sie in den Gyps gemahlet werden, weil er noch naß ist, eben wie in den Tünch (§. 319); welches die Italiäner *al fresco* mahlen nennen.

Die 8. Erklärung.

352. **Eine Decke, welche nach einem Circul oder elliptischen Bogen aus Ziegeln oder gehauenen Steinen gemauret wird, nennen wir ein Gewölbe.**

Anmerckung.

353. Die krumme Linie, welche *Serlius* (lib 1.c.1.) als eine gantz besondere angewiesen hat, ist in der That die Ellipsis des Appollonii. Eben dergleichen sind die verdruckten und verbürsteten Circul bey dem Hartmann (f. 6, 7.). Beydes wird in der Algebra erwiesen.

Die 9. Erklärung.

354. **Ein Tonnen-Gewölbe ist, welches gantz nach einem Bogen fortgeführet wird, und ein Stück von einem ausgehölten Cylinder vorstellet.**

Zusatz.

355. Ein Tonnen-Gewölbe schickt sich über einen langen Gang, und über das Schiff einer Kirche.

Die 10. Erklärung.

356. **Ein Creutz-Gewölbe ist, welches nach vier Bogen aufgeführet wird, welche einander mitten in E durchkreutzen.**

Tab. XXVII. Fig. 59.

Die 11. Erklärung.

Tab. XXVII. Fig. 60.

357. **Wenn in dem Creutz-Gewölbe mitten ein viereckichtes Feld EFHG übrig bleibet, so nennet man es ein Mulden-Gewölbe.**

Die 12. Erklärung.

Tab. XXVII. Fig. 61.

358. **Bleibet aber mitten ein Circul EFGH übrig, so heisset es ein Spiegel-Gewölbe.**

Anmerckung.

359. Die Steine zu den Gewölbern werden auf besondere Art zugehauen. Und haben die Frantzosen eine geometrische Manier erfunden, solches vor allerley Arten der Gewölber zu verrichten. Es verdienen hiervon des Herren *des Argues* kunstrichtige und probmäßige Zeichnung zum Stein-Hauen in der Bau-Kunst, und *Dechales* Tractatus de Lapidum sectione zu Ende des andern Theils seines Mundi Mathematici f. 619. & seqq. gelesen zu werden.

Die 13. Erklärung.

360. **Weil das Gewölbe über den Eröfnungen nicht aufliegen kan, so müssen sie von neuem überwölbet werden, und solches nennet man Ohren, die Gewölber aber, welche Ohren haben, heisset man Ohren-Gewölbe.**

Die 21. Aufgabe.

361. **Ein Gewölbe aufzurichten.**

Auf-

Auflösung.

1. Machet von Brettern etliche Leer-Bogen, und verbindet sie so feste, als es die Last des aufzuführenden Gewölbes erfordert.
2. Richtet sie auf den Mauren und Pfeilern, worauf das Gewölbe ruhen soll, in der Länge eines Bretes von einander auf, und unterkeilet sie, damit man sie etwas niederlassen kan, wenn das Gewölbe im trockenen sich setzet.
3. Ueberschlaget sie mit Brettern, und überleget sie mit Ziegeln an den Orten, wo vertiefte Felder in das Gewölbe kommen sollen.
4. Setzet auf den Brettern über den Leer-Bogen aus besonders dazu gehauenen Steinen das Gewölbe zusammen, oder mauret es aus festen Ziegeln auf, etwan in der Dicke dreyer Ziegeln: wiewol, da das Gewölbe immer stärcker treibet, je näher es der *Wiederlage* komt, das ist der Maure darauf es ruhet; so wird es von dem Schluß-Steine an, gegen die Wiederlage zu, immer um etwas stärcker gemacht.

Der 19. Lehrsatz.

362. **Die Gewölber müssen eine starcke Wiederlage haben, das ist, auf starcken Mauren und Pfeilern ruhen.**

Beweiß.

Die Steine, woraus die Gewölber (§. 359) zusammen gesetzt werden, sind unten schmal, oben breit wie die Keile: oder man kan sie zum wenigsten ansehen, als wenn sie aus keilförmigen Steinen bestünden. Da sie nun vermöge ihrer Schwehre, nach perpendicular-Linien gegen den Horizont zu niederdrucken, und doch nicht durchfallen können, so treiben sie nichts anders als Keile nach der Seite. Derowegen müssen die Mauren und Pfeiler, worauf sie ruhen, ihnen genug Wiederstand thun können, und folglich starck oder dicke seyn. W. Z. E. W.

Anmerckung.

363. Man hat aus der Erfahrung angemerckt, daß die Gewölber um so viel gewaltiger treiben, je gedruckter der Bogen ist, und folglich auch eine um so viel stärckere Wiederlage erfordern.

De la Hire hat sich bemühet, in den Memoires de l' Acad. Roy. des Scienc. A. 1712. p m. 61. zu zeigen, wie man nach geometrischer Gewißheit die Stärcke der Wiederlage vor ein jedes gegebenes Gewölbe könne finden. Insgemein schreibet man folgende Regel vor.

Tab. XXVII. Fig. 62.

1. Theilet den Bogen ACDB in drey gleiche Theile.
2. Verlängert die Sehne des dritten Theils DB bis in E, und machet BE derselben gleich.
3. Richtet auf AB einen Perpendicul auf, und
4. Lasset von E auf BG einen Perpendicul EF fallen.

So

So ist EF die Dicke der Wiederlage, oder die Dicke der Maure worauf der gewölbte Bogen ruhen soll.

Ihr könnet aber die Größe der Linie EF auf dem verjüngten Maaß-Stabe finden, wenn ihr die Linie AB von demselben aufgetragen, und den Radium des Bogens ACDB abgenommen habt.

Der 20. Lehrsatz.

365. **In eine Kammer gehöret wenigstens ein Fenster; in eine Stube gehören zwey; in eine sehr große Stube und einen kleinen Saal drey; in einen großen Saal fünfe: wenn nemlich das Gemach nur von einer Seite Fenster hat.**

Beweiß.

Weil man in das Gebäude anders kein Licht bringen kan, als durch die Fenster, so muß man wenigstens ein Fenster in einer Kammer haben.

Vor eine Stube aber erfordert man zwey Fenster, und, wenn sie groß ist, drey, nicht allein, weil man dadurch die Stuben geraumig genug bekomt; sondern auch, weil man sie bey dergleichen Umständen nach den Regeln der Eurythmie meubliren kan. Denn z. E. in eine Stube gehöret ein Spiegel, und derselbe muß an die Seite gesetzet werden, wo die Fenster sind, damit das Licht auf das Gesichte fällt, wenn man sich im Spiegel besehen will. Wenn man nun

nun zwey Fenster hat, so kan man den Spiegel zwischen sie, und unter ihn einen Tisch mit Gueridons setzen. Sind drey Fenster, so kan man diese Zierrathen verdoppeln. Derowegen schicken sich zwey und auf das höchste drey Fenster vor eine Stube.

Ein großer Saal muß mehr als drey Fenster haben, weil er zu dunckel seyn würde, wenn die Fenster zu weit von einander gelegt würden; hingegen der Raum zu enge werden, wenn sie nahe bey einander blieben. Man erwehlet aber eine ungleiche Zahl der Fenster um der Eurythmie willen, damit man ein Mittel hat, wornach man die Seiten reguliren kan (§. 26, 27). Derowegen muß ein großer Saal fünf Fenster haben.

Die 1. Anmerckung.

365. Es ist keinesweges zu besorgen, daß solchergestalt die Zimmer in kleinen Gebäuden eben so groß heraus kommen würden, als wie in großen. Denn die Breite des Fensters richtet sich nach der Grösse des Gebäudes (§. 281), und die Breite des Pfeilers zwischen zwey Fenstern nach der Breite des Fensters (§. 285, 363). Derowegen nehmen zwey Fenster in einem großen Gebäude mit ihren Pfeilern mehr Raum ein, als in kleinen, u. s. w.

Der 1. Zusatz.

366. Es müssen aber, vermöge der Eurythmie, nicht allein die Fenster von den Scheide-Mauren gleich weit abstehen; sondern ihr Abstand von den Scheide-Mauren

ren muß auch gegen ihren Abstand von einander eine geschickte Verhältniß haben (§. 26, 27).

Die 2. Anmerckung.

367. Es sey z. E. die Breite des Fensters 4', die Breite des Pfeilers zwischen zwey Fenstern 3'; wenn die Scheide-Maure einen Schuh dicke wird, so kan in jedem Zimmer das Fenster 1' von der Scheide-Wand wegstehen.

Der 2. Zusatz.

368. Aus der Zahl der Fenster in einem Hause kan man also urtheilen, wie viel und wie vielerley Zimmer sich in dasselbe bringen lassen.

Der 3. Zusatz.

369. Aus der Breite der Fenster kan man solchergestalt die gantze Eintheilung des Gebäudes hernehmen.

Die 3. Anmerckung.

370. Aus der Breite des Fensters entspringet seine Höhe und ihr Abstand von einander (§. 281, 282, 363). Hieraus kan man ferner die Höhe des Zimmers (§. 326) und seine Breite (§. 364, 366), folglich auch seine Länge (§. 329, 330), wie nicht weniger die Zahl und Arten der Zimmer (§. 368) herleiten.

Die 4. Anmerckung.

371. Wie viel, und was vor Arten der Zimmer in einem Gebäude anzulegen sind, ingleichen, wie sie hinter und neben einander gelegt werden sollen, muß man aus besondern Umständen hauptsächlich aus den Absichten des Bau-Herrn determiniren.

Der

Der 21. Lehrsatz.

372. **Die Zimmer müssen eine Communication mit einander haben, deren Gebrauch eine Verknüpfung mit einander hat.**

Beweiß.

Der Grund dieser Regel ist die Bequemlichkeit (§ 7, 17). Z. E. die Studier-Stube legt man an das Schlaf-Gemach, daß man aus diesem bald in jene kommen kan.

Der 22. Lehrsatz.

373. **Der Gebrauch des einen Zimmers soll nicht im geringsten den Gebrauch des andern hindern.**

Beweiß.

Auch dieses erfordert die Bequemlichkeit (§. 7, 17). Z. E. Es schickt sich nicht, die Kinder-Stube bey der Studier-Stube: weil das Schreyen und Lermen der Kinder das Studiren hindert.

Der 23. Lehrsatz.

374. **Jedes Zimmer muß an den Ort gelegt werden, wo man am meisten Vortheile, hingegen am wenigsten Hinderung vor den Gebrauch desselben findet.**

Beweiß.

Auch dieses will die Bequemlichkeit haben (§. 7, 17). Z. E. Wenn das Haus von

von hinten zu gegen Morgen liegt, hingegen von vorne auf einer Gasse, da den ganzen Tag über viel Gehens und Fahrens ist; so legt man die Studier-Stube lieber hinten aus, weil das helle Morgen-Licht zum Studieren angenehm, und die Stille im Hofe demselben gleichfalls zuträglich, hingegen das Poltern auf der Straßen hinderlich ist.

Anmerckung.

375. Derowegen, wenn ein Bau-Meister sich bey Angebung eines Gebäudes in diesen Puncten recht klug aufführen will; so muß er die Beschaffenheit der Verrichtungen, welche der Bau-Herr in den verlangten Zimmern will vorgenommen wissen, auf das genaueste überlegen; dabey fleißig nach allen Umständen forschen, welche sich auf einige Weise in dem Gebäude und um das Gebäude ereignen können, und so wohl die Verrichtungen gegen einander selbst als auch gegen die angemerckten Umstände halten. Dann wird er bald sehen, welche Verrichtungen einander stöhren, und welche Umstände sie entweder hindern, oder ihnen beförderlich sind: und hieraus ferner urtheilen, an welchen Ort des Gebäudes jedes Zimmer am füglichsten geleget werde, und wie eines auf das andere folgen solle. Absonderlich muß er auch seine Sorgfalt in Anlegung der heimlichen Gemächer erweisen, damit sie durch ihren übeln Geruch nirgends beschwehrlich fallen, und man dennoch bequem zu ihnen kommen kan. Die besondern Regeln gehören in die besondere Bau-Kunst von den verschiedenen Arten der Gebäude, wovon Sturm verschiedenes heraus zu geben, sich hat angelegen seyn lassen.

Die 22. Aufgabe.

376. **Den Gestanck von den heimlichen Gemächern zu verhindern.**

Auflösung.

Der Gestanck komt nicht allein von dem Unflate her, welcher unten auf dem Grunde lieget; sondern auch großen theils, und in verschiedenen Fällen fast allein von dem, was sich oben anhänget. Derowegen

1. Machet den Sitz so weit, daß man ihn weder mit dem Urin bespritzen, noch von dem übrigen Unflate sich etwas anhängen kan.
2. Lasset unten der Luft einen freyen Gang, da sie durchstreichen kan; ja wenn es anders nicht geschehen kan, so führet innerhalb der Mauren Luft-Röhren aus dem Secrete auf.

So werdet ihr verhindern, daß die heimlichen Gemächer nicht stincken. W. Z. E. W.

Beweiß.

Wenn der Sitz des Secretes bespritzet wird, oder auch sonst sich was anhänget; so trocknet es aus, und die Dünste steigen oben in die Luft. Davon komt ein Gestanck. Machet ihr nun den Sitz so weit, daß sich weder etwas anhängen, noch er irgendswo von dem Urin bespritzet werden kan: so habt ihr verhindert, daß dieser Gestanck entstehet.

Wie-

Wiederum, wenn die Luft unten frey durchstreichen kan, so führet sie die Dünste, welche aus dem Unflate von unten aufsteigen, und einen Gestanck verursachen, mit sich weg. Derowegen kan auch von unten kein Gestanck aufsteigen. Solchergestalt habt ihr den Gestanck des Secrets verhindert. W. Z. E. W.

Anmerckung.

377. Goldmann (lib. 3. c. 2 f 114) heisset, einen Schacht oder viereckichte Grube graben, wo man Quell-Wasser oder Regen-Wasser zum Ausspühlen durchführet: versichert dabey aus der Erfahrung, daß der Unflat sich darinnen verzehre, und keinen Gestanck gebe. Er giebt in angezogenem Orte auch an, wie man den Unflat durch gewölbte Gänge in das fliessende Wasser, nach dem Exempel der Römer, abführen könne: allein dieses dürfte wol den meisten zu kostbar vorkommen. Wiewol es auch ziemlich kostbar ist, wo man den Unflat in Gruben unter der Erde durch viele Jahre sammlet, und in Winters-Zeit über die Gasse in das fliessende Wasser bey nächtlicher Weile führen lässet.

Die 23. Aufgabe.

378. Einen Camin zu bauen.

Auflösung.

Tab. XXVII. Fig. 63.

1. Machet die Breite im Lichten AB zu der Höhe BD wie 3 zu 2, oder auch wie 4 zu 3, zu der Tiefe aber wie 2 zu 1. Es bekommt aber die Breite in kleinen Gemächern 3, in großen 5, in Schlaf-Kammern 4, in kleinen Sälen $5\frac{1}{2}$, in großen 6 Schuh.

2. Machet hinten an der Maure unweit von dem Heerte ein Luft-Loch, welches ihr nach Gefallen eröfnen und verschliessen könnet, damit das Feuer einen freyen Zufluß von der äusseren Luft habe.
3. Machet ferner oben an dem Schlunde des Rauchfanges ein eisernes Blech, durch welches ihr ihn verschliessen könnet, so bald die Flamme verlöschet.
4. Verkleidet ihn auf die Art, wie die Fenster und Thüren (§. 289) nach dem Modul aus $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$ oder $\frac{1}{8}$ der Breite im lichten, und lasset über dem Gesimse an dem Schlunde ein Feld zu einem Gemählde: oben aber an der Decke machet ein neues Gesimse.

So ist geschehen, was man verlangte.

Beweiß.

Den Camin erbauet man, um bey kaltem Wetter es in der Stube warm zu machen. Derowegen hat man auf zweyerley zu sehen: einmal, daß der Rauch nicht in die Stube trete; darnach, daß die Kälte von aussen nicht hinein dringe. Um des erstern willen macht man den Camin im lichten nicht hoch, damit der aufsteigende Rauch völlig in den Schlund der Feuer-Maure fahre. Und eben aus der Absicht bringet man das Luft-Loch an. Denn, wenn das Feuer wohl brennen und nicht rauchen soll, so muß es einen Zufluß von der Luft haben,

wel-

welche den Rauch in die Höhe treibt. Es dienet aber auch, die äussere Kälte von der Stube abzuhalten. Denn, wenn die Luft aus der Stube den Rauch zur Feuer-Maure hinaus treiben soll, so dringet in deren Stelle die äussere Kälte durch die Schlüssel-Löcher und Ritzen zwischen den Fenster-Rahmen hinein. Damit aber die kalte Luft durch das Luft-Loch nicht ins Zimmer komme, wenn das Feuer ausgebrannt ist, so muß man es verschliessen können. Aus gleichmässigen Ursachen müsset ihr den Schlund verschliessen können. Solchergestalt ist das Haupt-Werck bey Anlegung des Camines in acht genommen worden. W. Z. E. W.

Die 1. Anmerckung.

379 Man machet an die Camine nicht allzu weitläuftige Gesimse, damit sie nicht durch überflüssige Zierrathen ohne Noth beschwehret werden.

Die 2. Anmerckung.

380. Um der Festigkeit willen soll der Camin einen festen Grund bis auf den Boden haben, weil die Feuer-Maure eine ziemliche Last hat: welches leicht zu erhalten ist, wenn die Camine in verschiedenen Stockwercken übereinander gesetzt werden.

Die 3. Anmerckung.

381. Weil die Camine nicht starck heitzen; so bedienen wir uns in unsern Ländern der Kachel-Oefen: wiewol jene einen Vorzug vor diesen darinnen haben, daß sie die Luft in dem Gemache von Ausdünstungen reinigen, indem sie zugleich mit dem Rau-

che durch die Feuer-Maure geführet werden, da hingegen in den Stuben, worinnen die Ausdünstungen den gantzen Winter über bleiben, die Luft übelriechend und ungesund wird, sonderlich, wenn sie nicht recht hoch, und viel Personen darinnen sind.

Die 4. Anmerckung.

382. Es haben auch schon viele gezeiget, daß unsere gewöhnlichen Kachel-Oefen dasjenige nicht leisten, was sie solten, und dannenhero auf verschiedene Verbesserungen gedacht. Was sonst zerstreuet von dieser Materie anzutreffen gewesen ist, hat Herr Sturm in seiner ersten Ausübung der Goldmannischen Bau-Kunst in der vierten Anmerckung f. 76. & seqq. zusammen getragen, und Herr Leutmann hat es noch weiter ausgeführet in seinem so genannten Vulcano famulante. Wir wollen mit wenigem, nach unserer Art, dasjenige an die Hand geben, welches man zu bedencken hat, wenn man auf einen vollkommenen Ofen sinnen wolte. Man hat aber hauptsächlich darauf zu sehen, daß in einem Ofen die verbrennliche Materie völlig aufgelöset werde, die Hitze aber, so viel möglich, alle und zwar schnell durch die gantze Stube dringe, und an statt der dunstigen Luft reine in das Zimmer gebracht werde.

Die 5. Anmerckung.

383. Daß dieses bey unsern gemeinen Kachel-Oefen nicht geschehe, lehret die Erfahrung. Denn in der Asche bleiben öfters viele Kohlen zurücke, und mit dem Rauche gehet der Ruß hinaus, welcher sich in dem Schornsteine anhänget, und fast wie Schwefel brennet. Wenn man einheitzet, so gehet eine geraume Zeit hin, ehe der Ofen warm wird, und noch mehr, ehe die Wärme in das Zimmer kommt.

Mit

Mit dem Rauche gehet der gröſste Theil der Wärme zum Ofen-Loche hinaus, wie man empfindet, wenn man die Hand davor hält. Und wenn bey dem Ofen schon eine unerträgliche Hitze ist, so spüret man bey den Fenstern, sonderlich in groſsen Zimmern, noch gar keine Wärme. Daher werden sie gar unvollkommen zu erklären seyn, wenn wir erwiesen haben, daſs die erforderten Vollkommenheiten eines Ofens möglich sind.

Die 24. Aufgabe.

384. **Wie es zu machen sey, daſs bald viel Wärme in das Zimmer dringe.**

Auflösung.

1. Setzet hinten in den Ofen einen erhabenen Rost mit einem Geländer von eisernen Stangen auf drey Seiten, aber so enge, daſs nichts als die Asche durchfallen kan. Er wird aber am füglichsten aus dreyeckichten eisernen Stäben gemacht, welche dergestalt gelegt werden, daſs die eine Schneide in die Höhe kommt.
2. Machet den obern Theil des Ofens viel höher, aber auch enger, als den untern.
3. Stellet das Holtz beynahe aufgerichtet auf den Rost, und leget den angezündeten Kien gleichfalls bey nahe aufgerichtet darunter.
4. Endlich machet dem Rauche in der Höhe des Ofens einen Gang, wodurch er zu

einem besondern Loche in dem Schlund der Feuer-Maure geleitet werden kan. So wird die Hitze viel geschwinder als sonst in die Stube dringen: welches man zuwege bringen solte.

Beweiß.

Denn, weil das Holtz auf einem erhabenen Roste lieget, so kan die Luft frey zustreichen, und wird folglich im Brennen nicht gehindert, sondern vielmehr, wie die Erfahrung lehret, befördert. Weil ferner das Holtz fast aufgerichtet lieget, so wird es bald auf einmal über und über in Flamme gebracht. Derowegen, da nicht allein geschwinde eine große Flamme gemacht, sondern sie auch in ihrem Wesen unverändert erhalten wird; so muß in dem Ofen bald eine große Wärme entstehen. Wenn nun die Wärme in den engen Theil des Ofens aufsteiget, und daselbst eingeschlossen wird, daß sie nicht recht Freyheit hat, sich auszubreiten; so dringet sie desto geschwinder hindurch, und weil der Rauch durch einen Gang oben in dem Ofen fort getrieben wird, so dringet sie zugleich durch ihn in das Zimmer. Derowegen kommt bald viel Wärme in die Stube. W. Z. E. W.

Zusatz.

385. Weil durch den Rost nichts als die Asche fallen kan; so verhindert man zugleich, daß

daß die Kohlen in ihr ersticken, und also verbrennliche Materie in dem Ofen unaufgelöset bleibe.

Die 1. Anmerckung.

386. Die gantze Auflösung kan bey unsern gewöhnlichen Kachel-Oefen mit einer gantz geringen Veränderung angebracht werden.

Die 2. Anmerckung.

387. Es scheinet glaublich, daß, wenn das Holtz recht trocken ist, und auf einmal in eine starcke Flamme gebracht, ingleichen in derselben erhalten wird, nicht so viel verbrennliche Materie mit dem Rauche in den Schornstein fahre, weil die Heftigkeit der Flamme solche noch in dem Ofen auflöset: wie denn auch nicht so dicker Rauch beständig hinaus fähret. Man hat auch diesen Vortheil dabey, daß das nasse Holtz gut brennet, da es sonst nur glimmet und rauchet. Das gantz trockene lodert fast gar zu geschwinde hinweg.

Die 3. Anmerckung.

388. Es soll aber in keinem Falle die Luft zu Unterhaltung der Flamme aus dem Zimmer, sondern stets von aussen in den Ofen geleitet werden. Denn sonst dringet durch die Ritzen der Fenster und Thüren und durch die Schlüssel-Löcher so viel kalte Luft in die Stube wieder hinein, als durch den Ofen mit dem Rauche von der warmen hinaus gehet. Daher kommt es, daß die so genannten eisernen Wind-Oefen dem Zimmer keine daurende Wärme geben, wo man nicht der äußern Luft einen freyen Zugang in dieselben vergönnet. In keinem Ofen muß man das gantze Ofen-Loch offen lassen, sondern nur ein Thürlein an der großen Thüre, damit sich die Luft geschwinder hinein beweget, und das Feuer aufbläset

Die 25. Aufgabe.

389. **Wie es zu machen sey, daß die Wärme, so viel möglich, alle in das Zimmer komme, und nicht in solcher Menge mit dem Rauche zum Ofen hinaus fahre.**

Auflösung.

Weil der Rauch sich durch alle krumme Gänge leiten lässet, die Hitze aber flüchtig ist; so darf man nur den Rauch durch verschiedene Röhren führen, ehe er hinaus kommen kan. Denn solchergestalt wird er in den Röhren seiner Wärme beraubt, und sie dringet durch die Röhren in die Stube. Es soll auch der Ofen auf allen Seiten, ausser wo das Ofen-Loch ist, frey, auch unten nicht aufstehen, und der Boden eine nicht allzu dicke Platte haben.

Die 26. Aufgabe.

Tab. XXVII. Fig. 67.

390. **Wie es zu machen sey, daß die Luft im Zimmer geschwinde erheitzet werde, und die Wärme bald durch das ganze Zimmer dringe, auch die dunstige Luft hinaus getrieben und frische hinein gebracht werde.**

Auflösung.

Machet innerhalb den Ofen zu beyden Seiten eine Röhre ABCD von eisernem Bleche,

Bleche, deren beyde Eröfnungen in die Stube gehen, oder eine viel liber in der Stube, die andere von aussen ist: in welchem Falle man die Röhre nach gefallen muß verschliessen, und eröfnen können, und der Ofen von innen durch eine Eröfnung Luft zu dem Feuer bekommen muß.

Beweiß.

Wenn die Flamme an der Röhre BC hinauf schlägt, so erwärmet sie die Luft, und jagt sie (wie aus der Erfahrung bekant ist), durch A in die Stube heraus. Die kältere Luft fähret aus der Röhre CD in die andere BC, und in deren Stelle tritt durch die Eröfnung D andere kalte Luft aus der Stube. Solchergestalt circuliret die Luft in der Stube durch das Feuer und wird erwärmet. Folglich wird die Luft im Zimmer geschwinde erheitzet, und die Wärme durch das gantze Zimmer gebracht. In dem andern Falle fähret die äussere kalte Luft durch die Röhre in die Stube, und wird im Durchgange erwärmet: da sie nun wegen ihrer Wärme in die Höhe steiget, so jagt sie die untere dunstige aus der Stube in den Ofen, und durch den Ofen in die Feuer-Maure mit dem Rauche hinaus. W. Z. E. W.

Die 27. Aufgabe.

391. **Mit einem Ofen zwey Zimmer zu heitzen.**

Auflösung.

Machet aus dem Zimmer, wo der Ofen stehet, zwo Eröfnungen in das andere, welches zugleich mit geheitzet werden soll; nemlich eine über oder neben den Ofen, (nachdem die Zimmer entweder über oder neben einander sind); die andere gleich darüber in einer mercklichen Weite. So wird die Wärme aus dem einen Zimmer in das andere empfindlich dringen.

Beweiß.

Indem die Luft bey dem Ofen erwärmet wird, so dehnet sie sich aus, und tritt dannenhero in das andere Zimmer. Wenn nun zuviel hinein tritt, so gehet von der Luft aus dem kalten Zimmer wiederum durch die andere Eröfnung ein Theil in das warme Zimmer. Und solchergestalt circuliret die Luft aus einem Zimmer in das andere: folglich zertheilet sich die Wärme durch beyde Zimmer. W. Z. E. W.

Die 1. Anmerckung.

392. Es betrügen sich diejenigen gar sehr, welche durch eine einige kleine Eröfnung die Wärme aus dem einem Zimmer in das andere bringen wollen, weil die kalte Luft im Zimmer nirgens hin weichen kan, und also den Zufluß der warmen hindert. Und lehret auch die Erfahrung zur Genüge, daß solches nicht angehet. Denn die Wärme ist in dem obern Gemache kaum zu spüren, wenn sie in dem untern fast unleidlich ist.

Die

Die 2. Anmerckung.

393. Wenn man ein kleines Zimmer neben einem großen zugleich heitzen wolte, so dürfte man nur durch eine Röhre den Rauch in einen kleinen eisernen Ofen in dem kleinen Gemache abführen.

Die 28. Aufgabe.

394. Einen Heert zu bauen.

Auflösung.

1. Damit man nicht müde wird, wenn man auf den Heert langen soll; so machet ihn nicht über $2\frac{1}{2}$ Schuh hoch.
2. Weil er groß oder klein seyn muß, nachdem man viel oder wenig zu kochen und zu braten hat: so machet ihn in gemeinen Gebäuden 3 bis 4, in großen 5 bis 6 Schuhe breit, und in jenen $4\frac{1}{2}$, höchstens 6; in diesen 6, höchstens 8 Schuhe lang.
3. Damit man von allen Seiten ungehindert dazu kommen und das Feuer überall brauchen kan; so lasset in nur auf einer Seite anstehen: wo er aber anstehet, führet eine Brand-Maure auf, damit das Feuer keinen Schaden thun kan.
4. Endlich, damit der Heert immer rein kan gehalten werden, und von den übrigen Funcken kein Schaden zu besorgen sey; so machet innerhalb dem Heerte ein

Aschen-

Aschen-Loch, welches ihr mit einem eisernen Bleche verschliessen könnet.

Anmerckung.

395. Es ist klar genug, daß die wenigste Wärme auf unsern Heerten genutzet, und, weil die Hitze nur von einer Seite in den Topf dringet, das Wasser langsam zum kochen gebracht wird. Derowegen wäre billig, daß man auf eine andere Art der Heerte dächte, da die Wärme besser genutzet würde. Wir finden von dergleichen Gedancken etwas in Böcklers haushältischen Ofen-Kunst; welches auch Herr Sturm in den Anmerckungen über Golomanns Bau-Kunst f. 85, 86 anführet.

Die 29. Aufgabe.

396. **Einen Potagen Heert zu bauen.**

Auflösung.

1. Machet in dem Einschnitte des Fensters unten ein Aschen-Loch ohne Thürlein, damit die Luft zustreichen kan.
2. Darüber leget einen eisernen Rost vor die Kohlen, welchen man mit einem eisernen Thürlein verschliessen kan, und zwar aus solchen eisernen Stäben, wie oben bey den Oefen gedacht worden ist (§. 384).
3. Endlich machet oben noch einen andern Rost, worauf ihr kochen könnt. Es bekommt aber der gantze Heert die Weite eines Quadrat-Schuhes.

So ist geschehen, was man verlangte.

Die

Die 14. Erklärung.

397. **Die Treppe wird in dem Gebäude genennet, worauf man aus einem Stock-wercke in das andere kommen kan.**

Der 1. Zusatz.

398. Daher soll die Haupt-Treppe bald in die Augen fallen, wenn man in das Gebäude kommt, damit man sie nicht lange suchen darf (§. 7, 17).

Der 2. Zusatz.

399. Ingleichen soll sie von unten bis auf den Boden in einem fortgehen (§§. cit.).

Der 3. Zusatz.

400. Und damit die in den untern Stock-wercken von denen nicht incommodiret werden, welche die obern bewohnen, auch die Vor-Gemächer nicht unbrauchbar gemacht werden, und ein jeder das ihm zugehörige wohl verschliessen kan; so soll die Treppe durch kein Vor-Gemach durchgeführet werden.

Der 4. Zusatz.

401. Jedoch muß man auch darauf sehen, daß durch die Treppe nicht die Eurythmie der Seite des Gebäudes gegen den Hof gehindert werde (§. 27).

Der 5. Zusatz.

402. Damit die, welche die Treppe steigen,

gen, sich darauf wohl zurechte finden; so soll sie durch lebendiges Licht so hell, als nur immer möglich ist, erleuchtet werden: und damit sie nicht geblendet werden, so müssen alle Theile mit gleichem Lichte erleuchtet werden.

Der 6. Zusatz.

403. Damit man die Treppe bequem steigen kan, so müssen die Stuffen weder zu hoch, noch zu niedrig seyn, nemlich 6″, wenigstens 4″, höchstens $6\frac{1}{2}$ bis 7″.

Der 7. Zusatz.

404. Wenn man feste auf der Treppe stehen und die Spitzen an den Schuhen nicht zerstoßen, auch nicht mit den Schien-Beinen an die obere Stuffe anstoßen soll; so muß die Stuffe wenigstens einen Fuß breit gemacht, und vornen abgerundet werden.

Der 8. Zusatz.

405. Nachdem viele oder wenige zugleich hinauf und hernieder steigen, muß die Breite der Treppe oder die Länge der Stuffen groß oder klein gemacht werden. Insgemein machet man sie so groß, daß zwo einander darauf ausweichen können, und also in bürgerlichen Gebäuden nicht unter 4′ und nicht über 5′, ja in den geringsten Gebäuden nicht unter $3\frac{1}{2}$, in großen bis 9′.

Der 9. Zusatz.

406. Endlich, damit ihr die Treppe besser erleuchten, die Sachen, welche ihr hinauf zu tragen habt, bequemer hinauf bringen und nicht so gefährlich fallen, auch der Treppe ein herrlicheres Ansehen geben könnet; so sollt ihr je nach 6 oder 9, höchstens nach 11 oder 13 Stuffen einen Ruhe-Platz in das gevierte machen.

Der 10. Zusatz.

407. Wenn man die Höhe des Stockwercks in Zolle bringet, und durch die Höhe der Stuffe dividiret, so bekommt man die Zahl der Stuffen.

Die 1. Anmerckung.

408. Alsdenn nimt man die Höhe des Stockwercks mit einer gehobelten Latte und theilet sie mit dem Zirckel in so viel gleiche Theile, als Stuffen werden sollen, damit die oberste nicht etwan zu hoch oder zu niedrig wird.

Die 2. Anmerckung.

409. Der Zierrath der Stuffen ist ein Stäblein, Plättlein und Ablauf. Die Höhe des ersten ist $\frac{1}{3}$, des andern $\frac{1}{6}$, und des dritten $\frac{1}{2}$ der Höhe der Stuffe. Die Ausladung des ersten ist $\frac{1}{3}$, des anderen $\frac{1}{6}$.

Die 15. Erklärung.

410. Eine Wendel-Treppe **wird genennet, welche um eine Spindel rings herum gehet.**

Der

Der 1. Zusatz.

411. Weil die Stuffen an der Spindel zu schmal, an der Peripherie zu breit sind, so kan man nur mitten auf einer Wendel-Treppe bequem steigen, und große Sachen lassen sich nicht wohl hinauf tragen, weil man sie beständig wenden muß.

Der 2. Zusatz.

412. Wenn man auf einer Stuffe fällt, so kugelt man die gantze Treppe herunter.

Der 3. Zusatz.

413. Derowegen soll man Wendel-Treppen nirgens, als in der höchsten Noth brauchen; und ist noch besser, wenn man nur etliche Wendel-Stuffen an statt der Ruhe-Plätze braucht, wo man nicht viel Raum hat.

Die 16. Erklärung.

414. Eine Romanische Treppe **wird genennet, welche keine Stuffen hat.**

Zusatz.

415. Weil man die Höhe 5 bis 6 mal zu der Länge nehmen muß, wenn man sie bequem steigen will; so erforden sie sehr grossen Raum, und können derowegen nirgens, als in Pallästen großer Herrn gebraucht werden.

Die 30. Aufgabe.

416. **Eine Treppe mit Ruhe-Plätzen zu zeichnen.**

Auf-

Auflösung.

Es sey z. E. eine Treppe zu zeichnen, welche 2 Ruhe-Plätze hat, und in dem ersten Flügel Stuffen, in dem andern 5, in dem dritten wiederum 7: die Länge einer Stuffe sey 6'.

Tab. XXVIII. Fig. 64.

1. Ziehet auf dem Reiß-Brete gewöhnlicher maßen die beyden Linien AB und BD.
2. Traget aus H bis in G die Breite der Stuffen sieben mal, und aus G bis A die Breite des Ruhe-Platzes 6'.
3. Abermals traget auf der Linie BD aus C in F die Breite des Ruhe-Platzes 6', aus F in E die Breite der Stuffe 1' fünf mal, und aus E in D wiederum die Breite des Ruhe-Platzes 6'.
4. Leget die Reiß-Schiene an C, und ziehet die Linie ah; gleicher gestalt durch F die Linie fa, durch E die Linie ea, durch D die Linie da, durch H die Linie hd, und durch G die Linie gg.
5. Endlich leget die Reiß-Schiene an alle Theitungen der Linien HG und EF nach einander; so könnet ihr die Stuffen vollens ausziehen. W. Z. E. W.

Die 31. Aufgabe.

417. Eine Wendel-Treppe zu zeichnen.

Auflösung.

Tab. XXVIII. Fig. 65.

1. Addiret die halbe Dicke der Spindel zu der Länge der Stuffe.
2. Beschreibet mit der Summe einen Circul.
3. Theilet seine Peripherie in so viel gleiche Theile, als ihr Stuffen haben sollt. So
4. Könnt ihr aus dem Mittelpuncte des Circuls die Stuffen gegen die Theilungs-Puncte in der Peripherie ziehen.

Die 1. Anmerckung.

418. Man pflegt der Spindel zu ihrer Dicke $\frac{1}{3}$ von dem Radio des Circuls, darein die Wendel-Treppe kommt, zu geben.

Die 2. Anmerckung.

419. Unterweilen schliesset man auch die Wendel-Treppe in einen Oval-Raum ein.

Der 24. Lehrsatz.

420. **Die Dächer müssen weder allzu-hoch, noch allzu niedrig seyn.**

Beweiß.

Wenn die Dächer sehr hoch sind, so wird dadurch das Gebäude mit einer unnöthigen Last beschwehret, und bey entstehender Feuers-Noth in grössere Gefahr gesetzt. Da nun beydes der Festigkeit des Gebäudes zuwider ist (§. 6); so muß man die Dächer nicht allzu hoch aufführen (§. 15.). **Welches das erstere war.**

Hinge-

Hingegen, wenn die Dächer allzuniedrig sind, so bleibt im Winter der Schnee lange darauf liegen, und der Regen kan nicht wohl abfliessen; wovon das Dach verfaulet. Da nun dieses abermal mit der Festigkeit des Gebäudes streitet (§. 6); so muß das Dach nicht zu niedrig aufgeführet werden. **Welches das andere war.**

Anmerckung.

421. Die bequemsten Dächer nach unsern Witterungen sind, deren Durchschnitt entweder ein gleichseitiger Triangel ist, oder ein anderer Triangel, welcher die halbe Grundlinie zu seiner Höhe hat.

Die 32. Aufgabe.

422. **Den Durch-Schnitt eines französischen Daches,** a la mansarde **genannt, zu zeichnen.**

Tab. XXVIII. Fig. 66.

Auflösung.

1. Auf der schmalen Seite des Gebäudes AE beschreibet einen halben Circul.
2. Theilet denselben in 4 gleiche Theile in B, C, D, nemlich erstlich in zween Theile in C, und dann jede Helfte AC un CE noch einmal in B und D, (§. *124 Geom.*).
3. Ziehet die Sehnen AB, BC, CD und DE. So ist der verlangte Durch-Schnitt fertig.

Zusatz.

423. Diese Dächer recommendiren sich dadurch, daß sie einen sehr geraumen Boden geben.

Die 17. Erklärung.

424. **Ein Pult-Dach wird genennet, welches nur auf einer Seite abhängig ist.**

Der 1. Zusatz.

425. Es schickt sich dannenhero ein Pult-Dach auf ein Gebäude, welches an einer höhern Maure anstehet, und nicht breit ist.

Der 2. Zusatz.

426. Hingegen, wenn ein Gebäude zwischen zwey andern stehet, so muß es auf beyden Seiten abhängig gemacht werden.

Die 18. Erklärung.

427. **Ein Zelt-Dach nennet man, welches auf allen vier Seiten abhängig ist.**

Zusatz.

428. Es schickt sich also auf freystehende Gebäude, absonderlich welche beynahe auf einen Quadrat-Platz, oder auch auf einen völligen Quadrat-Platz erbauet werden.

Anmerckung.

429. In einem Zelt-Dache steht es gar wohl, wenn man den obern oder auch den untern Theil desselben zu einem Althane macht, welcher mit einem zierlichen Geländer und gutem Aestriche versehen wird.

Der 25. Lehrsatz.

430. **Die Dächer sollen entweder mit Ziegeln, oder mit Kupfer gedecket werden.**

Be-

Beweiß.

Man muß die Dächer mit einer Materie decken, welche dem Feuer und Regen wiederstehen kan, und das Gebäude nicht zu sehr beschwehret (§. 36). Die Ziegeln aber und das Kupfer sind dergleichen Materie. Derowegen soll man die Dächer mit Ziegeln oder mit Kupfer decken. W. Z. E. W.

Die 1. Anmerckung.

431. Die kupfernen Platten werden eben wie das Bley, das Blech und der Schiefer auf Bretter genagelt, welche vorher an denen Sparren des Daches sind befestiget worden. Hingegen die Ziegeln werden nur auf die Latten gehänget, welche man vorher an die Dach-Sparren genagelt hat.

Die 2. Anmerckung.

432. Es sind insgemein zweyerley Arten der Dach-Ziegeln: das Flach- und Hohl-Werck. Dieses ist zwar in Feuers-Noth besser als jenes, auch dauerhafter im Regen und Schnee; allein allzuschwehr, und dabey kostbahrer als jenes, absonderlich wegen der vielen Speise, welche die Ziegeln fressen.

Die 3. Anmerckung.

433. Es giebt noch eine andere Art Dach-Ziegeln, welche aus Flach- und Hohl-Wercke zugleich bestehn, aber bey den Teutschen nicht bekant sind. Sie beschwehren das Dach weniger als das Hohl-Werck, und können doch, wie dasselbe, mit einander verbunden werden.

Tab. XXVIII. Fig. 67

Die 19. Erklärung.

434. **Die Fenster, wodurch der Boden erleuchtet wird, werden Kapp-Fenster oder auch Dach-Fenster genennet.**

Der 1. Zusatz.

435. Weil die Kapp-Fenster zwischen zwo Sparren kommen, kein Sparren aber über die Fenster des Gebäudes gelegt werden soll; so müssen die Kapp-Fenster über den Fenstern des Gebäudes stehen.

Der 2. Zusatz.

436. Doch, weil der Boden nicht so helle wie die Zimmer erleuchtet werden darf, und über dieses die Kapp-Fenster in der Höhe einen freyen Zufluß des Lichts haben; so dürfen sie nicht so breit seyn, wie die Fenster der Gemächer.

Die 1. Anmerckung.

437. Man giebt der Breite der Kapp-Fenster $\frac{2}{3}$ oder $\frac{5}{6}$ von der Breite der untern Fenster, oben werden sie mit einem halben Circul oder einem Circul-Bogen, oder auch mit $\frac{1}{4}$ oval geschlossen. Zuweilen macht man sie gantz circulrund oder oval, und nennet es Ochsen-Augen.

Der 3. Zusatz.

438. Man muß aber in den Kapp-Fenstern die Eurythmie sorgfältig in acht nehmen (§. 27), und daher auch die in der obern Reihe zwischen die in der untern legen.

Die 2. Anmerckung.

439. Sonst verzieret man sie wie die übrigen Fenster (§. 286), nur, daß man ihr Gesimse nicht so reich von Gliedern machet.

Die 20. Erklärung.

440. Die Feuer-Maure oder der Schornstein ist der Theil des Gebäudes, wodurch man dem Rauch aus der Küche und dem Ofen abführet.

Der 1. Zusatz.

441. Die größte Vollkommenheit einer Feuer-Maure ist, daß sie nicht rauchet, das ist, daß der Rauch nicht aus ihr in die Küche zurücke tritt.

Der 2. Zusatz.

442. Derowegen muß sie unten so weit seyn, daß sie allen von dem Heerte oder aus dem Ofen aufsteigenden Rauch auf einmal fassen kan, und das Feuer muß einen freyen Zufluß der Luft haben.

Der 3. Zusatz.

443. Und, weil man sie von dem Ruß fegen muß, damit er sich nicht entzündet, und sie dadurch in Brand gestecket wird; so muß sie so weit seyn, daß ein Junge durchkriechen kan.

Der 4. Zusatz.

444. Damit man sie aber desto bequemer durch die Zimmer durchführen kan; so soll sie die Gestalt eines länglichten Vier-Ecks im Durchschnitte haben (§. 17).

Der 5. Zusatz.

445. Weil man durch die Feuer-Mauren die Zimmer nicht schänden muß (§. 18);

so sollen sie, wo dicke Schied-Mauren sind, innerhalb denselben gantz versteckt; in andern Fällen aber innerhalb Camine gebracht werden.

Anmerckung.

446. In dem letztern Falle macht man die Feuer-Mauren zu einer Zierrath der Vorgemächer, und dannenhero thut man der Haupt-Maxime ein Genügen, vermöge welcher erfordert wird, daß man aus dem, was einen Uebel-Stand geben will, einen Wohl-Stand machen soll; welche Maxime von der Schönheit erfordert wird.

Der 6. Zusatz.

447. Um Feuers-Gefahr zu vermeiden, soll billig kein Holtz dem Schornsteine nahe kommen: denn wenn sich der Ruß entzündet, und der Schornstein zerspringet, so kan die Flamme bald um sich greifen, wenn Holtz in der Nähe vorhanden ist.

Der 26. Lehrsatz.

448. **Die Schornsteine müssen über den Forst nach den Regeln der Eurythmie herausgeführet werden.**

Beweiß.

Wenn der Schornstein niedriger ist, als der Forst, und der Wind bläset über das Dach herüber, so jagt er den Rauch zurücke, und läßt ihn nicht hinaus steigen. Eben dieses geschiehet, wenn er von der Seite, wo die Feuer-Maure stehet, starck wider das Dach bläset, indem er zurücke prallet,

prallet, und sich also dem Auffsteigen des Rauches wiedersetzet. Wenn die Sonne scheinet, so werden die Dach-Ziegeln sehr warm, und von dieser Wärme dehnet sich die Luft um die Feuer-Maure mehr aus, als über dem Dache. Da sie nun keinen bequemern Raum findet, wo sie hinweichen kan, als den Schornstein; so widersetzt sie sich abermals dem auffsteigenden Rauche und treibt ihn zurücke. Derowegen muß in allen diesen Fällen die Feuer-Maure rauchen. Da nun ihre größte Vollkommenheit ist, daß sie nicht rauchet (§. 441); so ist allerdings nöthig, daß sie über den Forst des Hauses hinaus geführet werde. **Welches das erstere war.**

Da nun aber die Eurythmie überall in acht zu nehmen ist (§. 27); so muß man sie auch hier nicht vergessen. **Welches das andere war.**

Der 1. Zusatz.

449. Damit aber die Winde sie nicht leicht fassen, und bey entstehendem Sturme gar einwerfen können; so sollen sie sehr nahe an dem Forste heraus geführet, und inwendig unter dem Dache geschleift werden.

Der 2. Zusatz.

450. Wenn ein Gebäude zwischen zwey höhern Gebäuden stehet, so ist schwehrlich zu verhüten, daß die Schornsteine zu gewissen Zeiten nicht rauchen sollten.

Der 27. Lehrsatz.

451. **Es sollen nicht zwo Feuer-Mauren in eine gebracht werden, wenn man nicht mitten einen beständigen Unterscheid hat.**

Beweiß.

Wenn zwo Feuer-Mauren in eine gebracht werden, und in der einen wird der Rauch stärcker hinauf getrieben, als in der andern, so lässet der stärckere den schwächern nicht hinauf. Und also raucht es, wo weniger gefeuert wird. Da nun aber die größte Vollkommenheit einer Feuer-Maure ist, daß sie nicht raucht (§. 441); so sollen nicht zwo Feuer-Mauren in eine gebracht werden, wenn man mitten keinen beständigen Unterscheid hat. W. Z. E. W.

Die 1. Anmerckung.

452. Wenn die Feuer-Maure oben weit ist, so pflegt man sie nur in der Mitte mit einer langen Zunge zu versehen: denn wenn der Rauch beyderseits einmal eine Direction bekommen hat, so kan keiner den andern hindern. Doch ist es sicherer, wenn ein beständiger Unterscheid ist.

Zusatz.

453. Weil sich der Rauch durch alle krumme Gänge leiten läßt; so kan man nach Gefallen eine Feuer-Maure in die andere schleifen.

Die

Die 2. Anmerckung.

454. Dieses hat man insonderheit unter dem Dache öfters nöthig, wenn man die Schornsteine nach den Regeln der Eurythmie an dem Forste heraus führen will (§. 448).

Der 28. Lehrsatz.

455. **Die Schornsteine sollen auf zwanzig Schuh um einen Zoll erweitert werden.**

Beweiß.

Denn je höher der Rauch kommt, je mehr nimmt der Trieb ab. Derowegen muß oben die Feuer-Maure immer etwas weiter werden, damit sich der Rauch zertheilen und desto leichter durch die Luft durchfahren kan, wenn die Feuer-Maure nicht rauchen soll. W. Z. E. W.

Anmerckung.

456. Dieses ist eine Haupt-Regel, welche man in Acht nehmen muß, wenn eine Feuer-Maure nicht rauchen soll. Es ist aber vor sich klar, daß die Feuer-Maure weit oder enge werden muß, nachdem man viel oder wenig feuert. Wenigstens aber ist die Breite 10″, die Länge 15″, höchstens 5′.

Die 21. Erklärung.

457. **Ein Grund-Riß wird genennet, in welchem die Dicke der Mauren und Schied-Mauren nebst ihren Eröfnungen Thüren und Fenstern, ingleichen den Treppen, und folglich die Eintheilung des gantzen Platzes in seine Gemächer vorgestellet wird.**

Die

Die 33. Aufgabe.

Tab. XXVIII. Fig. 68.

458. **Einen Grund-Riß zu einem Gebäude zu machen.**

Auflösung

1. Spannet das Papier auf das Reiß-Bret (§. 153).
2. Traget aus dem Mittel C der Linie AB beyderseits die halbe Breite der Thür, über dieses die Weite der nächsten Fenster von der Thür, die Breiten der Fenster und ihre Weiten von einander, und von den Ecken, und die Dicke der Schied-Mauren in gehörigen Orten.
3. Hingegen auf AD traget aus dem willkührlich angenommenem Puncte E die Dicke der Maure, die Länge der Zimmer und die Dicke der Schied-Mauren zu Ende derselben, ingleichen die Breiten der Gemach-Thüren in gehörigem Orte.
4. Wenn ihr nun beyderseits an die Theilungs-Puncte die Reiß-Schiene anleget, und gerade Linien ziehet; so werden ihre Durchschnitte den gehörigen Riß geben.
5. Zeichnet ihr nun noch die Treppe hinein (§. 416, 4 7), und schattiret den Riß aus, wie es die Figur zeiget; so ist geschehen, was man verlangte.

Die

Die 22. Erklärung.

459. Der Auf-Riß wird derjenige genennet, worinnen die Vörder-Seite des Gebäudes vorgestellet wird mit ihren Fenstern, der Thür, dem Dache und den zugehörigen Gesimsen.

Die 34. Aufgabe.

460. Einen Auf-Riß von einem Gebäude zu machen. Tab. XXX. Fig. 69.

Auflösung.

1. Spannet das Papier auf das Reiß-Bret, und
2. Traget auf die Linie AB alle die Eintheilungen, welche ihr in der vorhergehenden Aufgabe darauf getragen habt.
3. Hingegen auf die Linie AD traget aus dem willkührlich angenommem Puncte E die Höhen aller Theile, als der Fenster, der Thür, der Stockwercke u. s. w.
4. Ziehet durch die Theilungs-Puncte beyder Linien AB und AD gerade Linien nach der Reiß-Schiene:

So geben sich die vornehmsten Theile des Risses. Wenn ihr nun

5. Die Fenster und Thüren mit ihren Gesimsen anfangs im Großen zeichnet (§. 291, 292), und die großen Risse vor euch leget; so
6. Könnet ihr nach den Regeln der Zeichen-Kunst auch die gehörigen Gesimse in den Auf-Riß zeichnen.

Die

Die 1. Anmerckung.

461. Man macht unterweilen auch einen Durchschnitt, welcher das Gebäude vorstellet, wie es erscheinen würde, wenn man die vördere Maure oder Wand wegrisse. Allein hiervon achte ich unnöthig zu reden, weil er den Anfängern etwas schwehr fällt.

Die 2. Anmerckung.

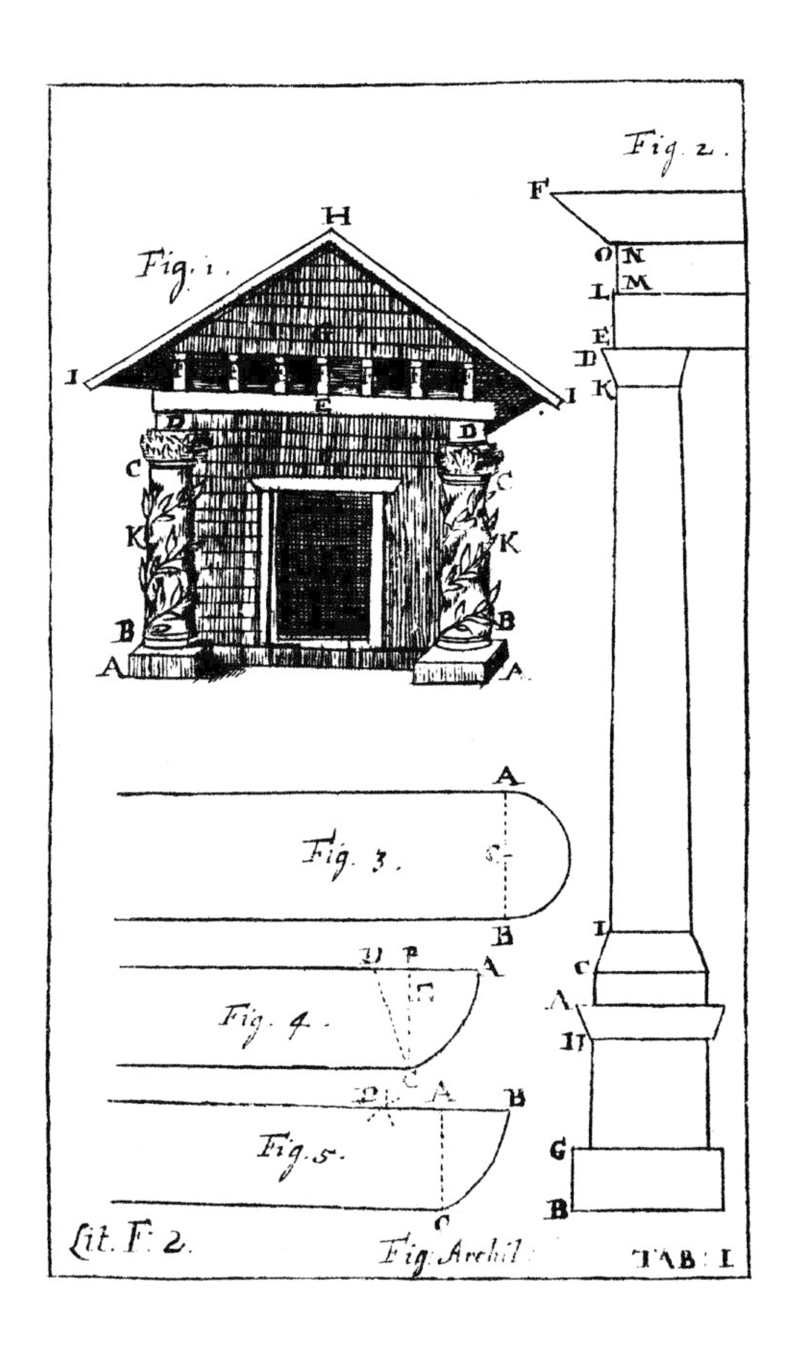
462. Endlich können auch perspectivische Risse gemacht werden, welche das Gebäude vorstellen, wie es von aussen in einer gewissen Weite und Höhe des Auges in die Augen fällt. Von diesen Rissen handelt *Andreas Pozzo* in der Mahler- und Bau-Meister-Perspectiv. Der Grund davon ist unten in der Perspectiv zu finden.

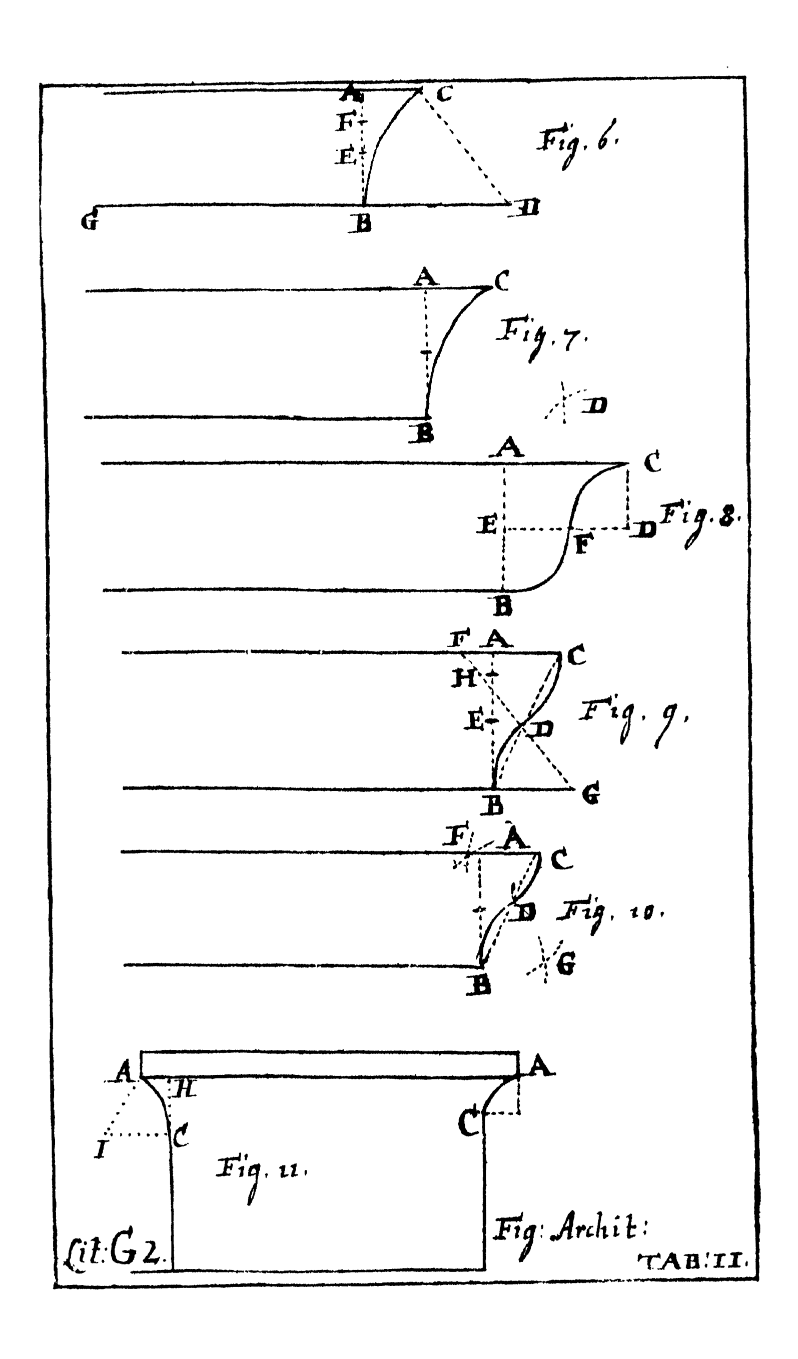
E N D E

der

Bau-Kunst und des gantzen ersten Theils.

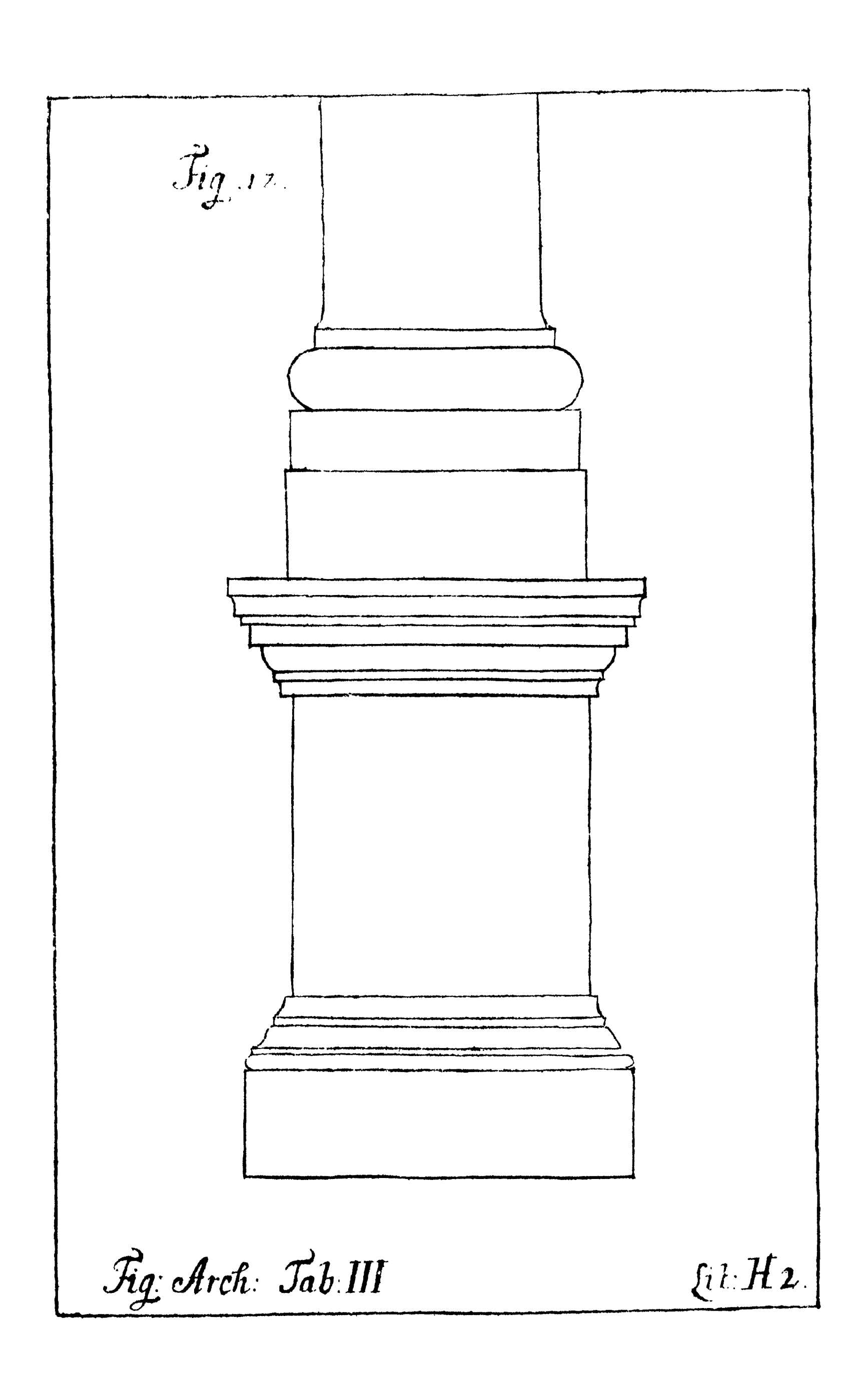


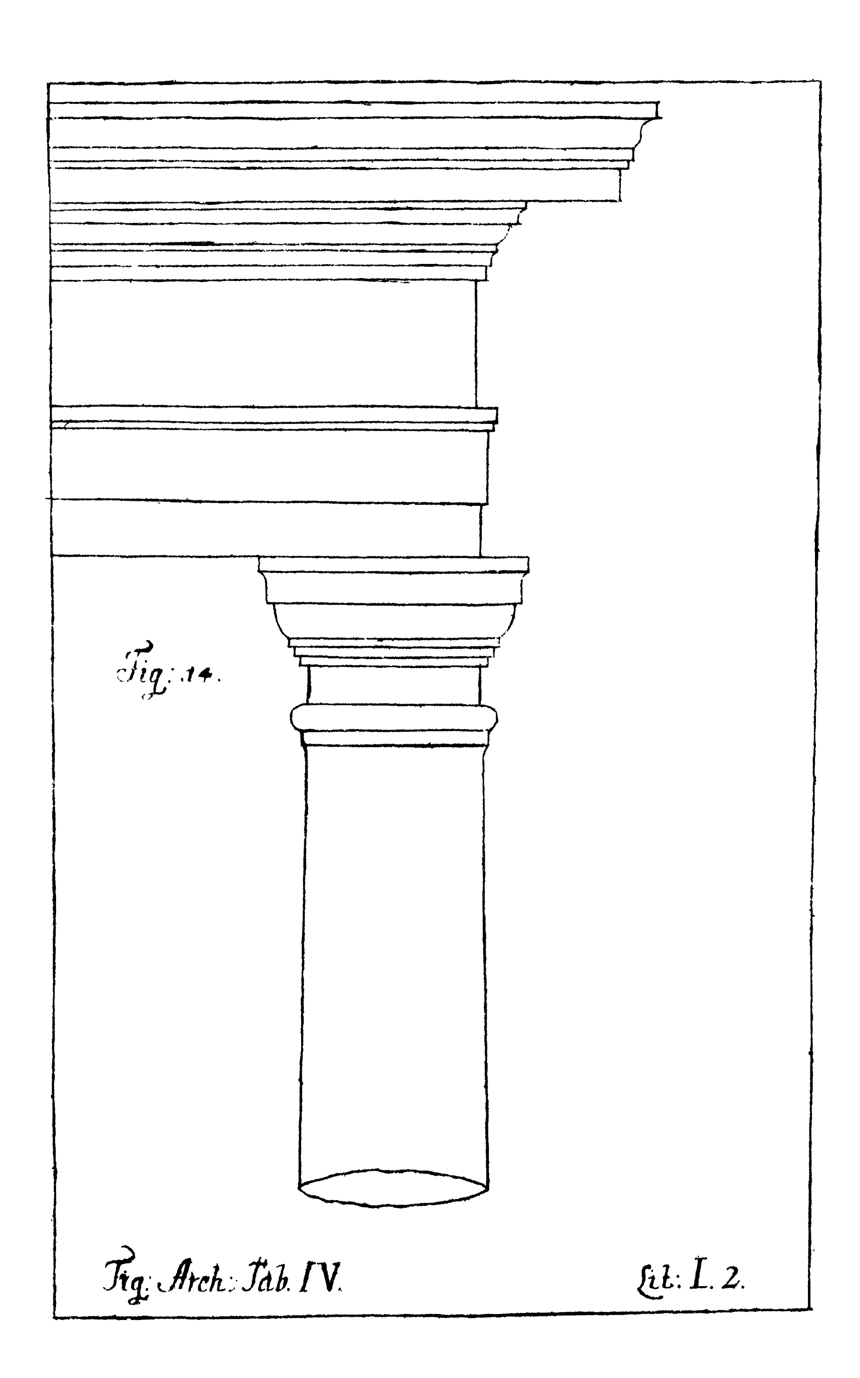

Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Lit. F. 2.
Fig. Archit.
TAB: I

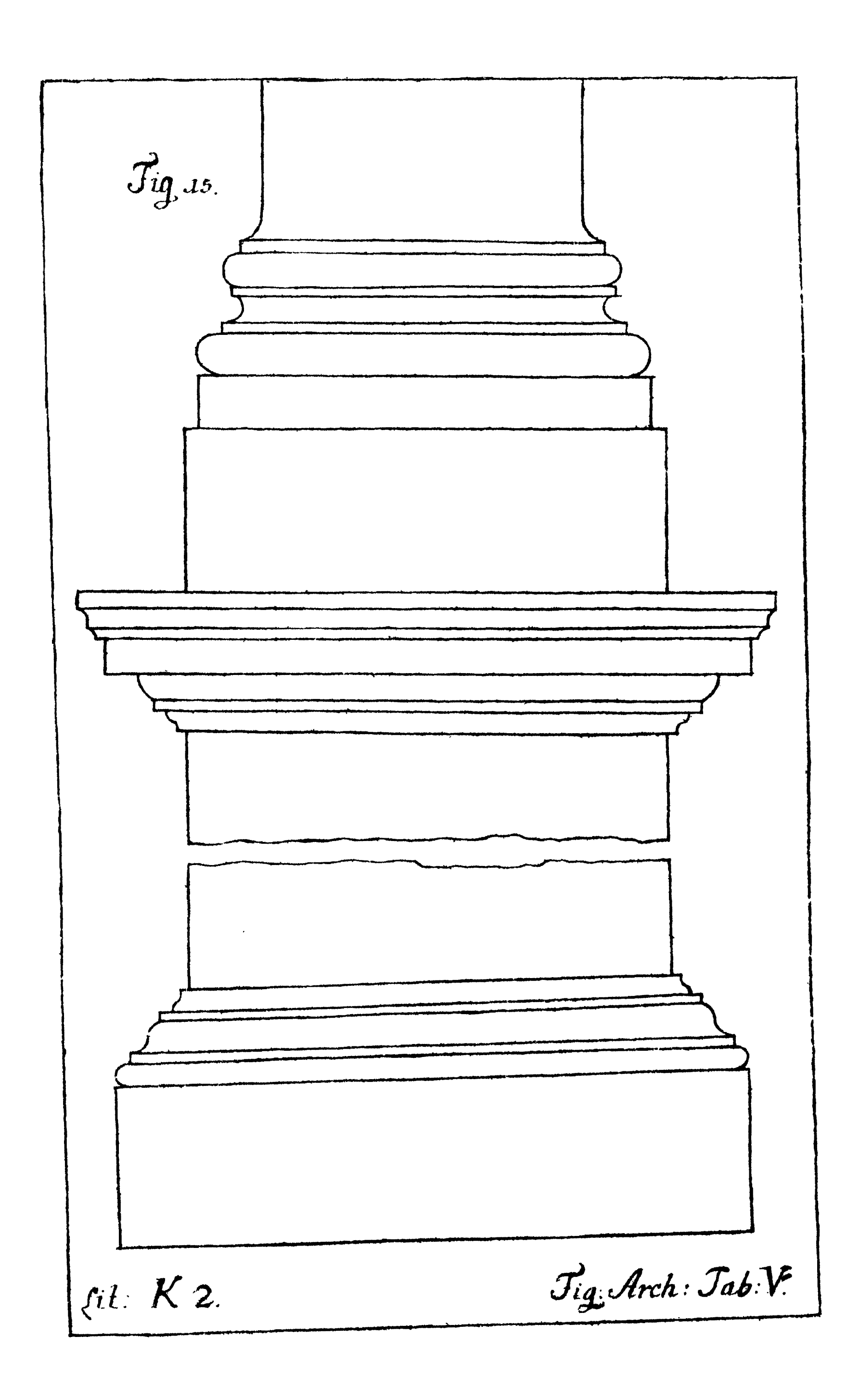


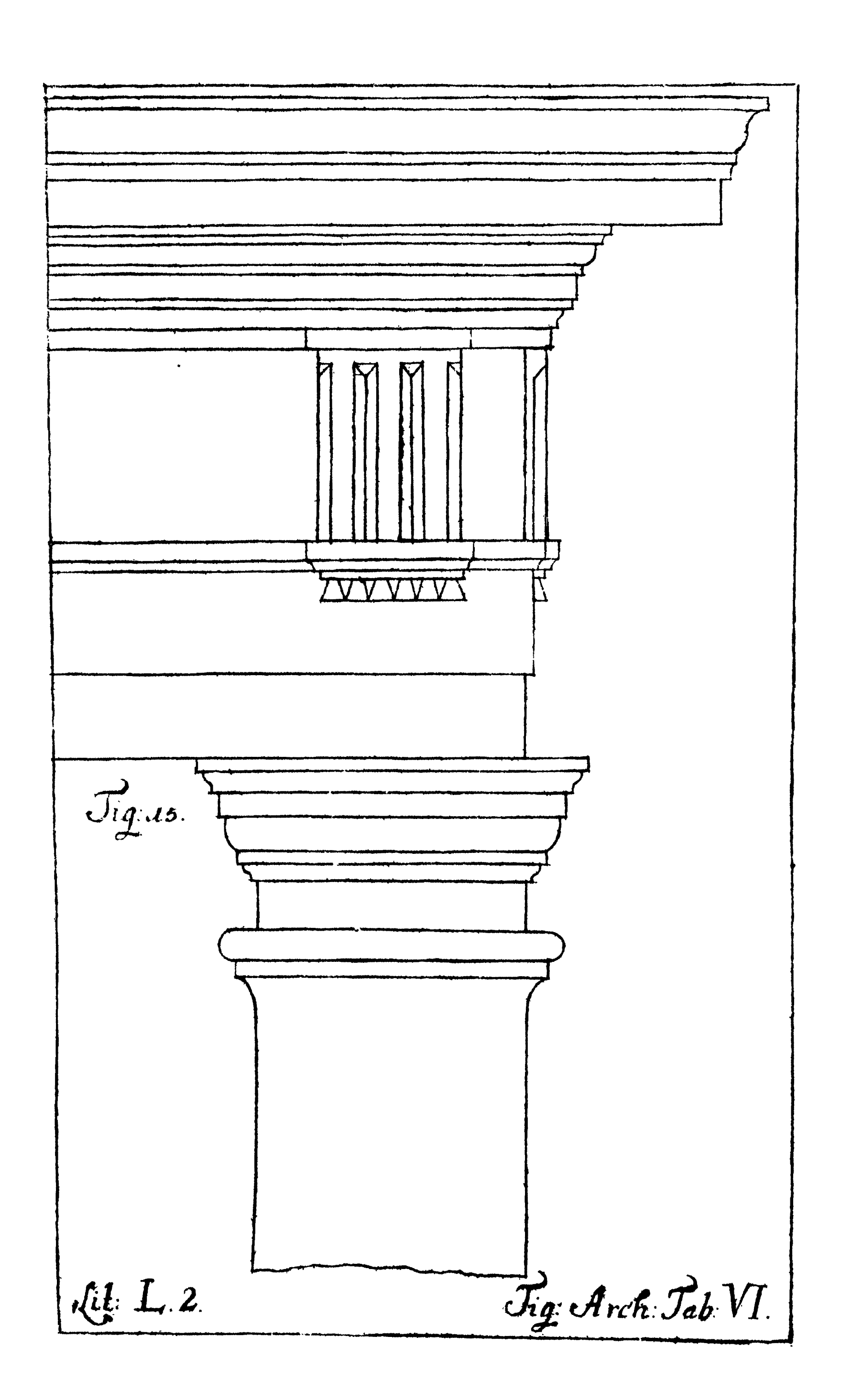
A
C
F
E
Fig. 6.
G
B
D
A
C
Fig. 7.
B
D
A
C
E
D
Fig. 8.
F
B
F
A
C
H
E
D
Fig. 9.
B
G
F
A
C
D
Fig. 10.
B
G
A
H
C
I
Fig. 11.
A
C
Lit: G 2.
Fig: Archit:
TAB: II.

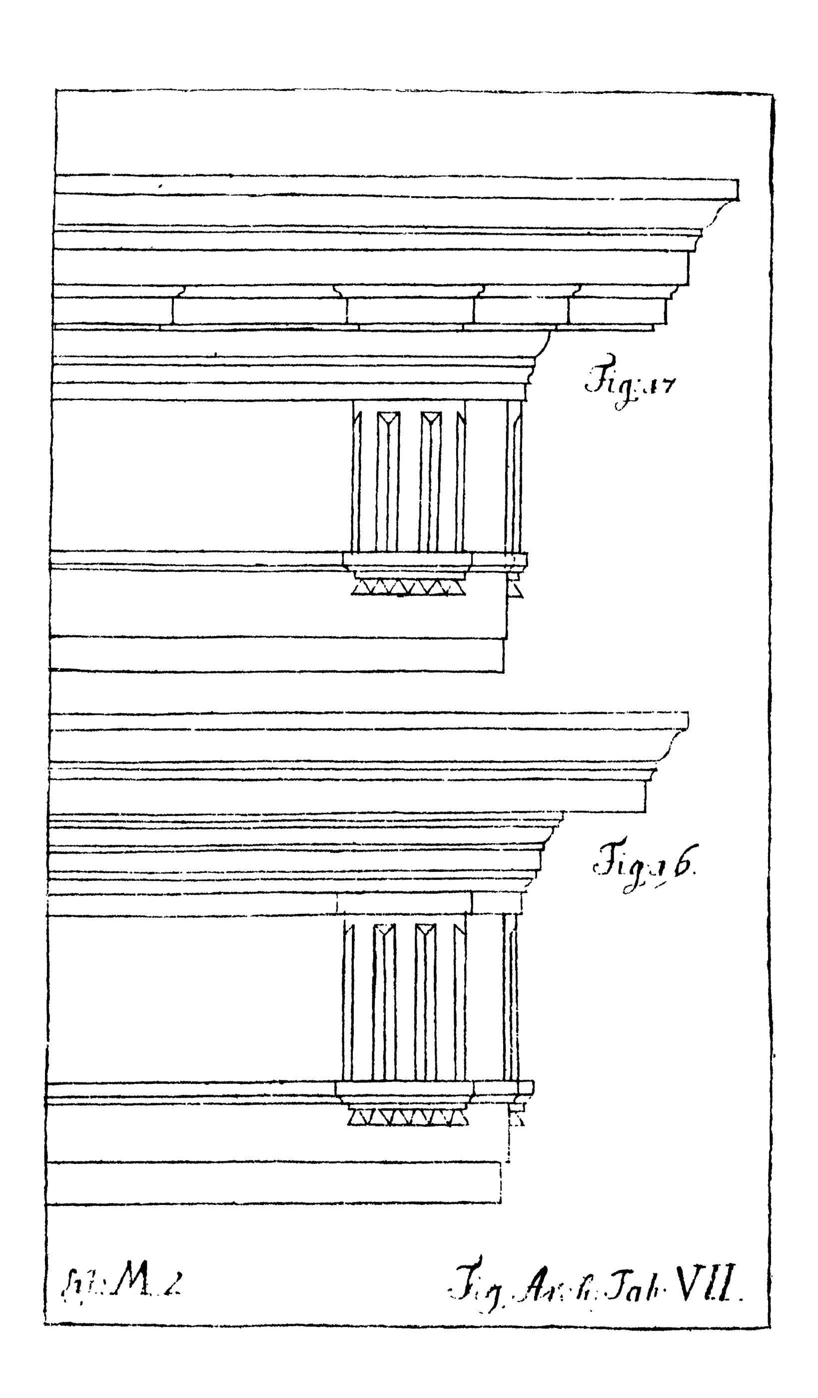


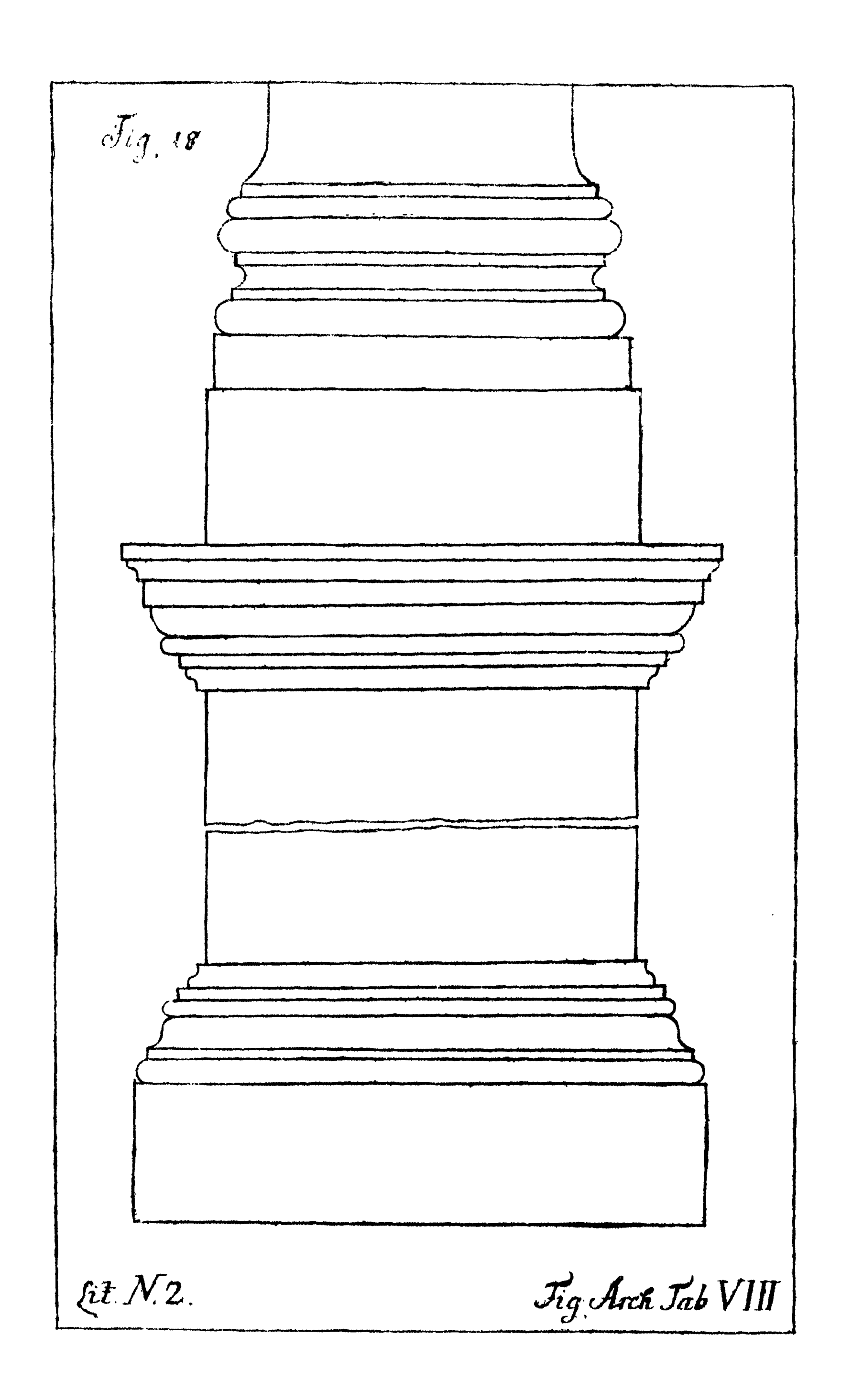

Fig. 17.
Fig: Arch: Tab: III
Lit: H 2.

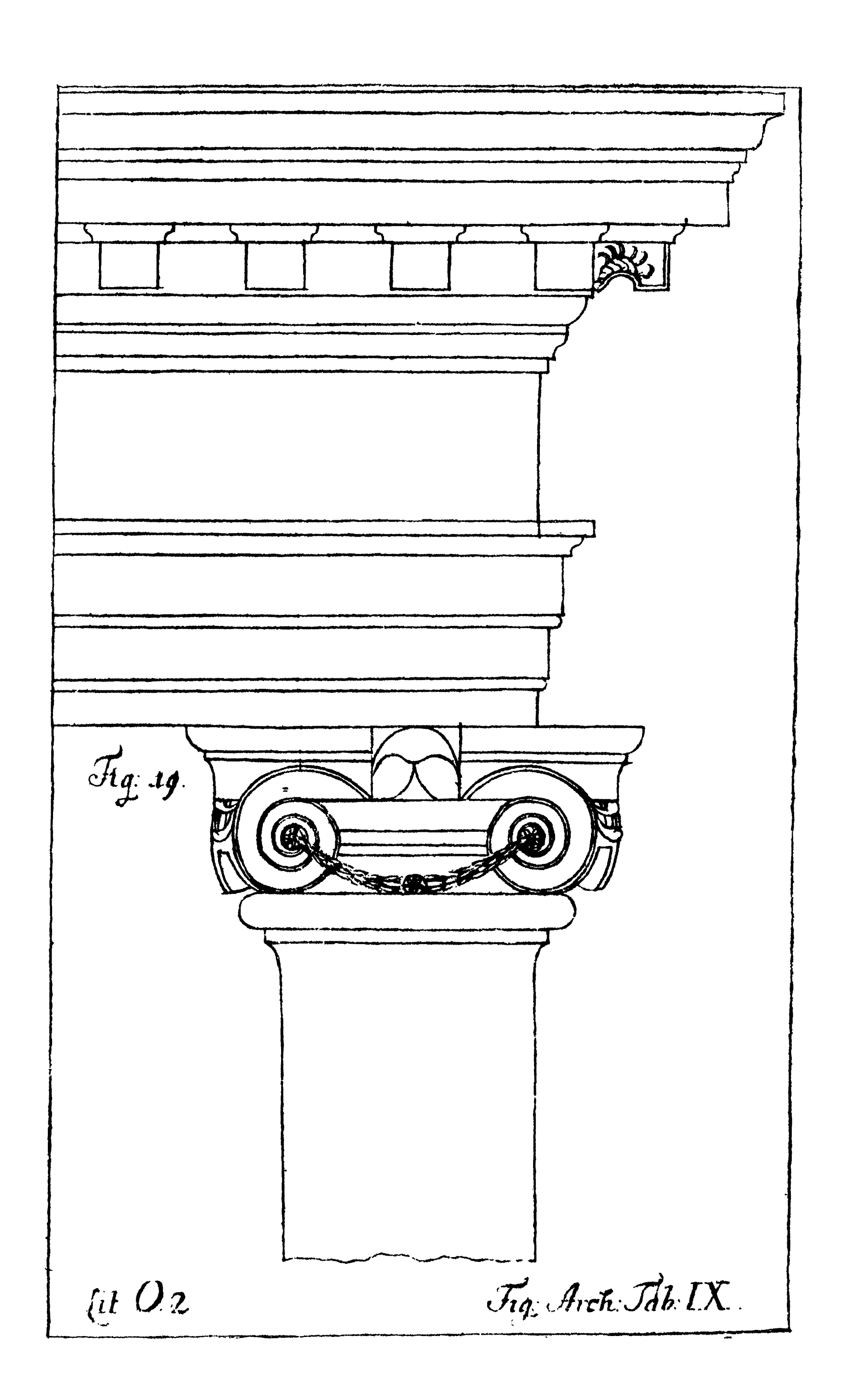

Fig: 14.
Fig: Arch: Tab. IV.
Lit: L. 2.


Fig. 15.
Lit: K 2.
Fig: Arch: Tab: V.

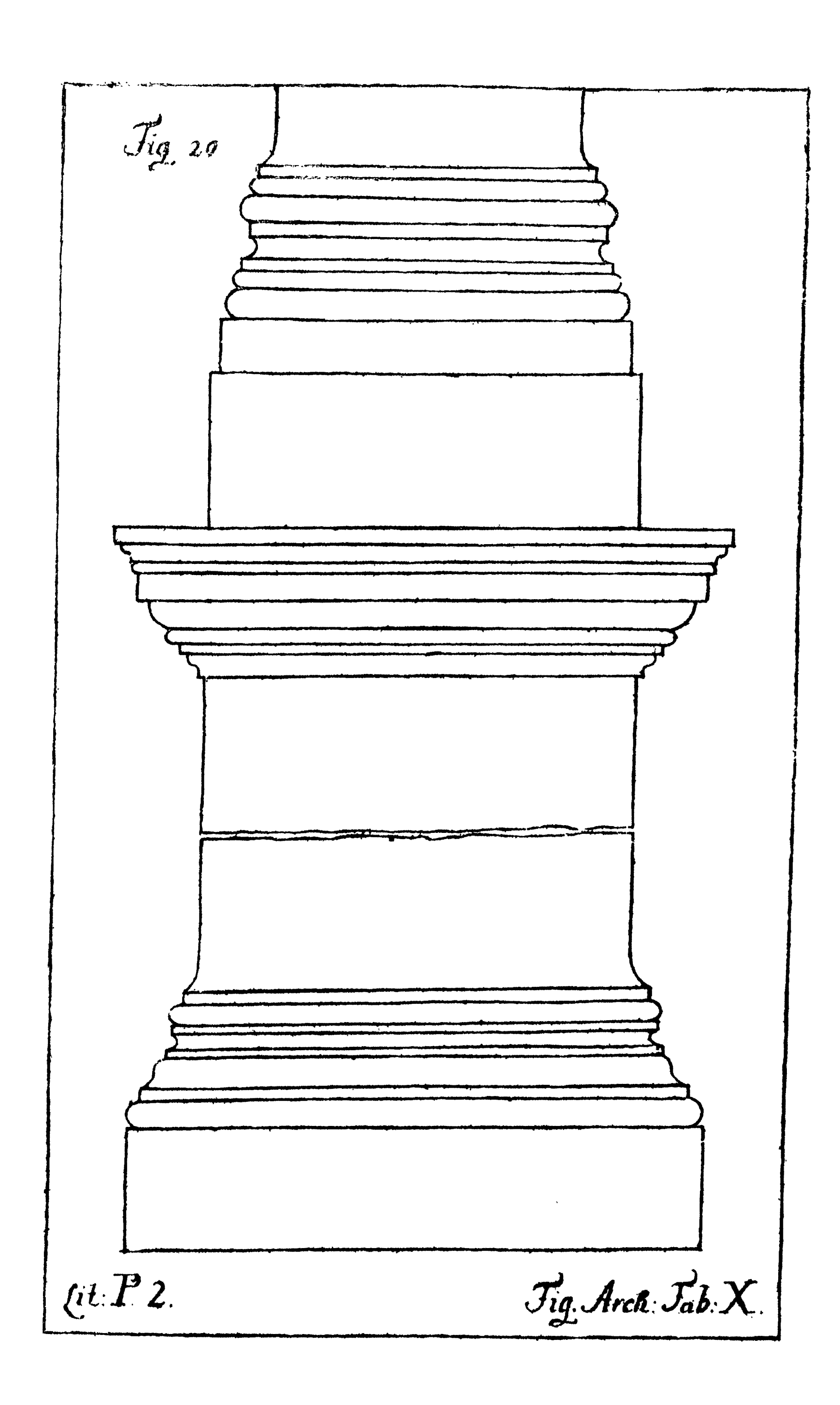

Fig. 15.
Lit: L. 2.
Fig: Arch: Tab: VI.

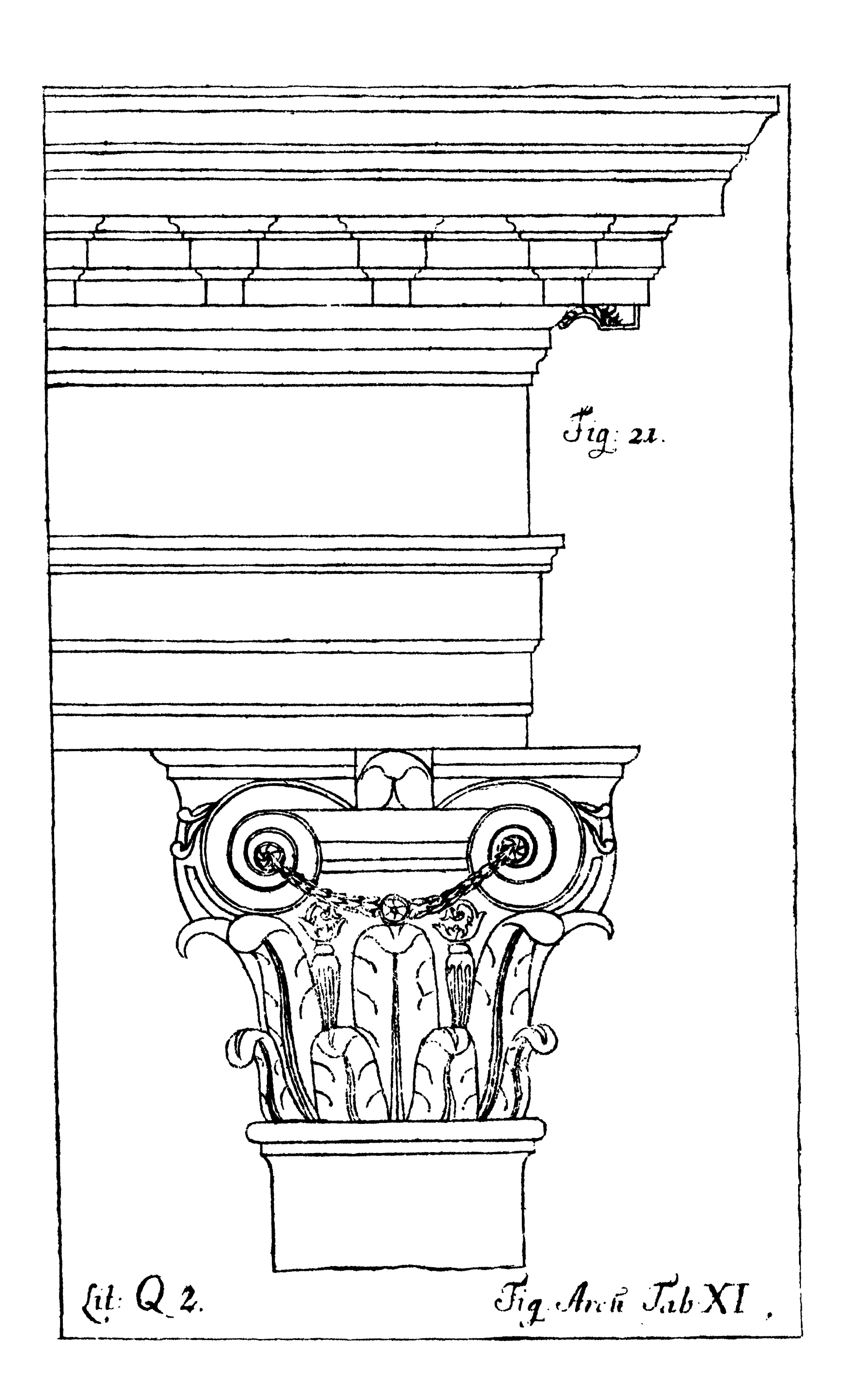

Fig. 17
Fig. 16.
Tab. M. 2
Fig. Arch. Tab. VII.


Fig. 18
Lit. N. 2.
Fig. Arch. Tab VIII

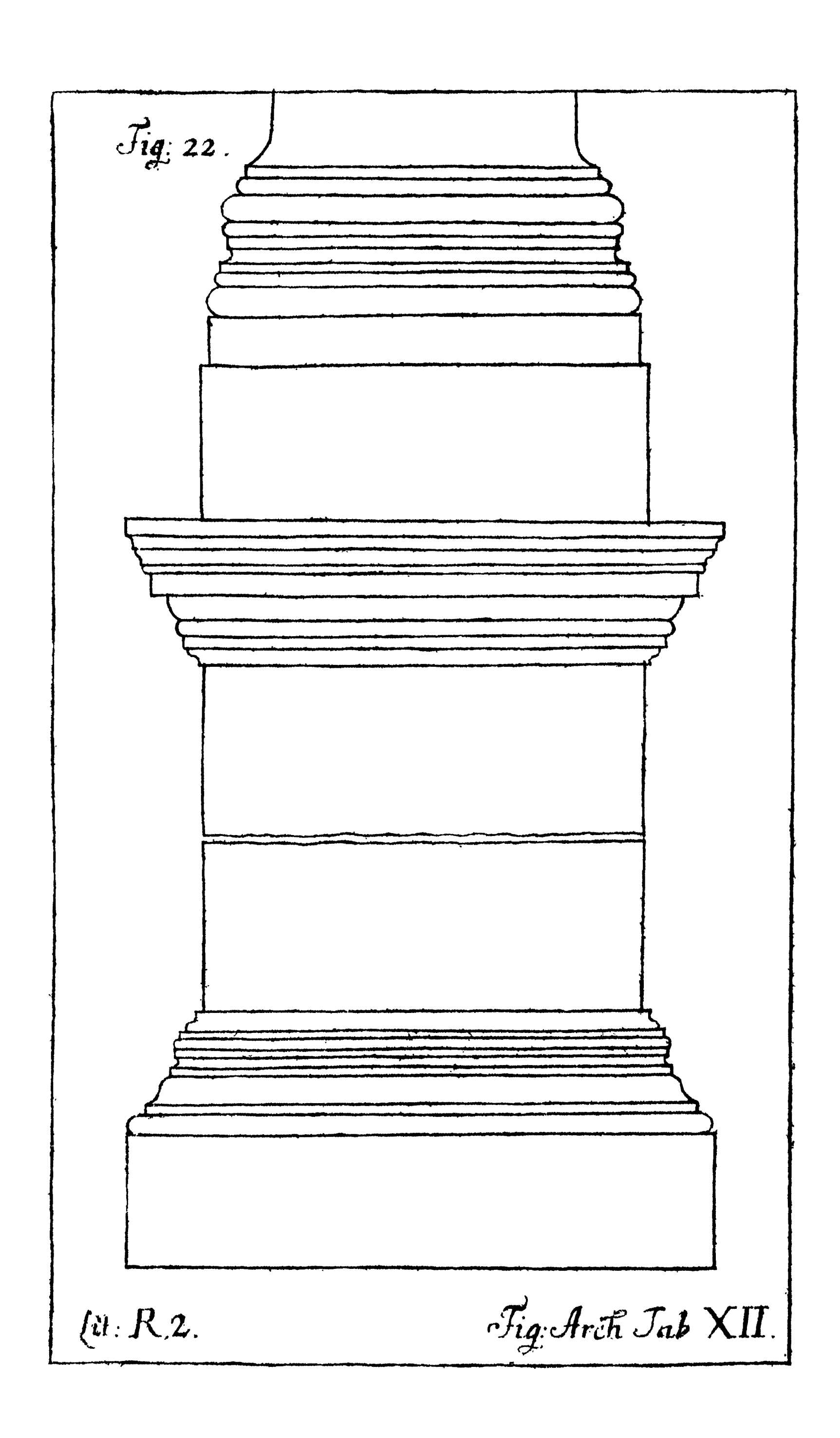

Fig: 19.
Lit O.2
Fig: Arch: Tab: IX.



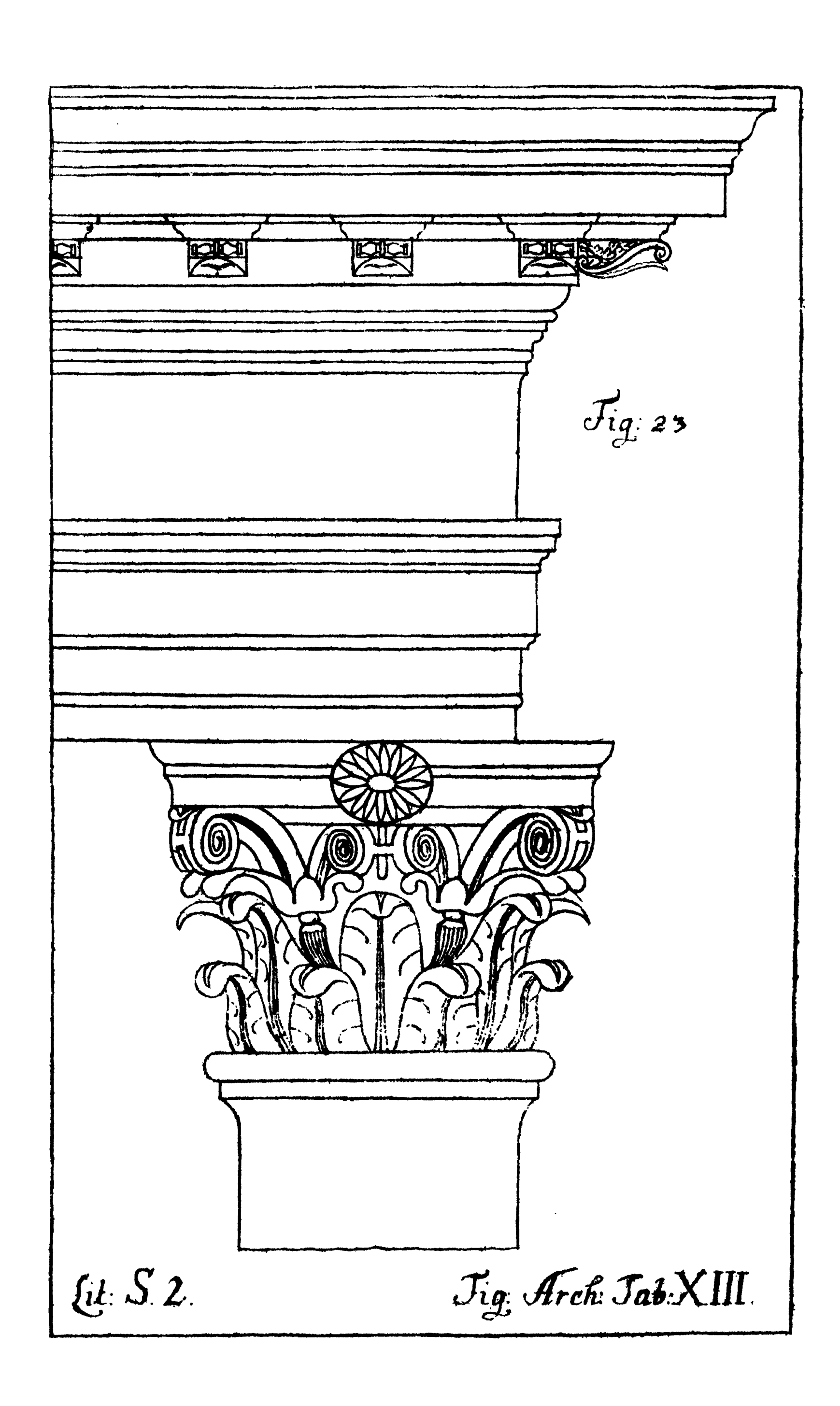

Fig. 20
Lit: P 2.
Fig. Arch: Tab: X.

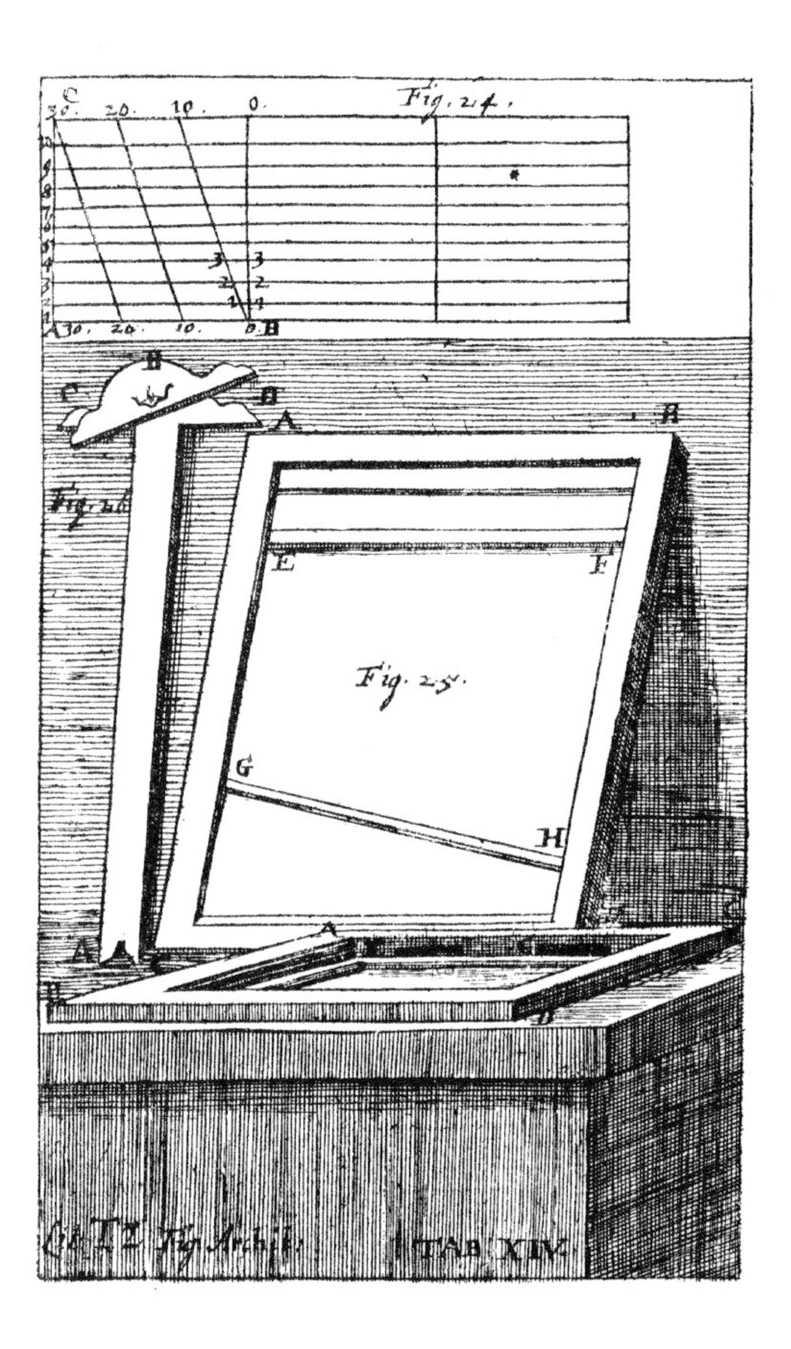

Fig: 21.
Lit: Q 2.
Fig. Arch. Tab. XI.



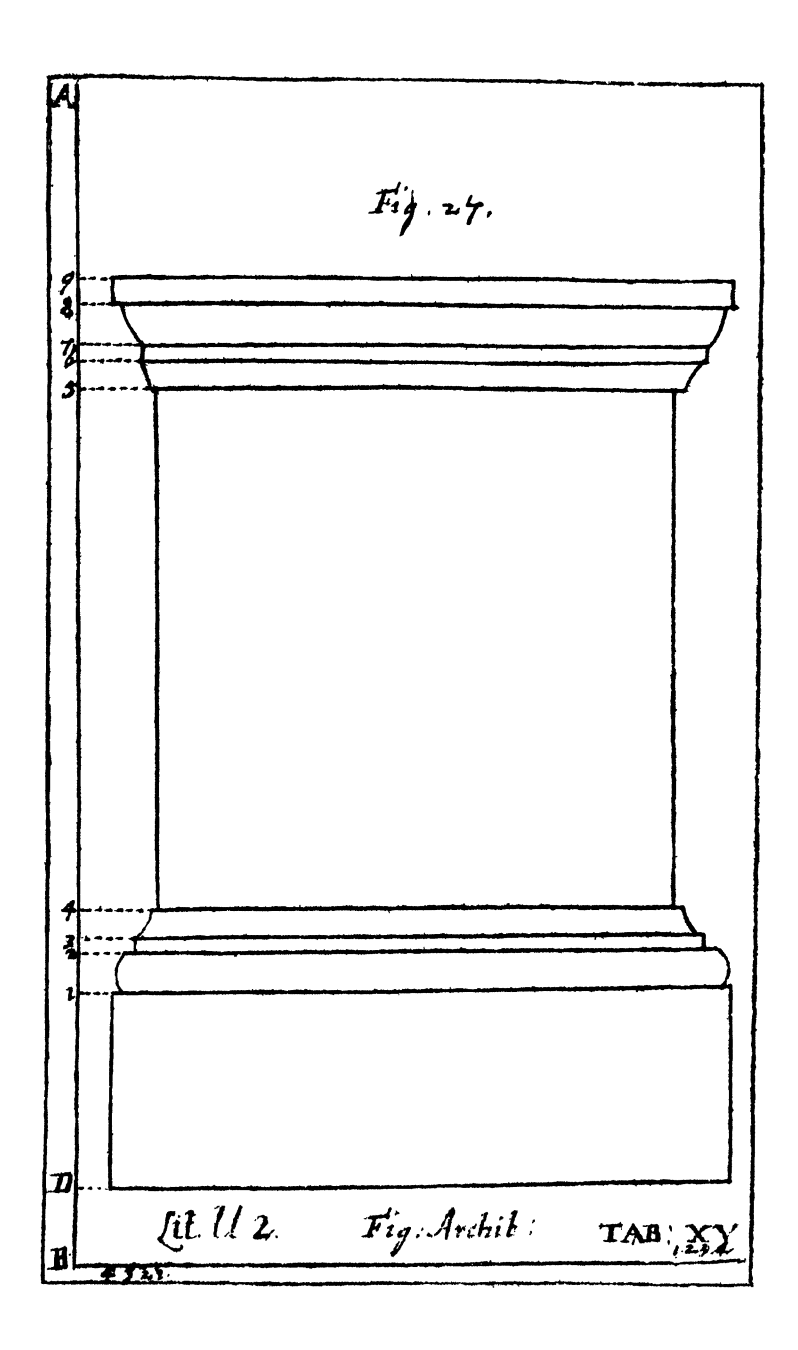

Fig: 22.
Lit: R.2.
Fig: Arch Tab XII.



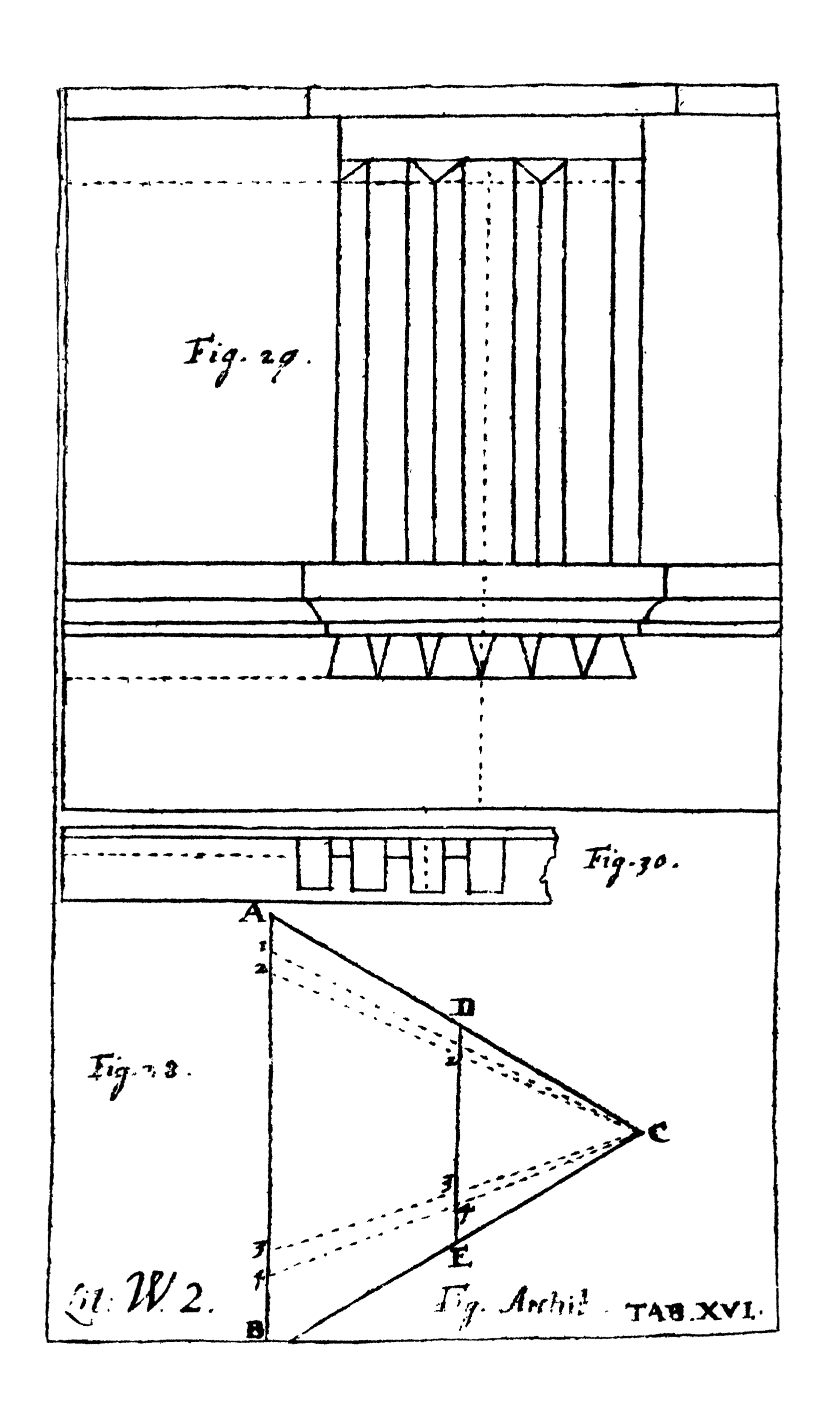

Fig: 23
Lit: S. 2.
Fig: Arch: Tab: XIII.


Fig. 24.
30. 20. 10. 0.
A 30. 20. 10. 0. B
Fig. 25.
E
F
G
H
TAB. XIV.

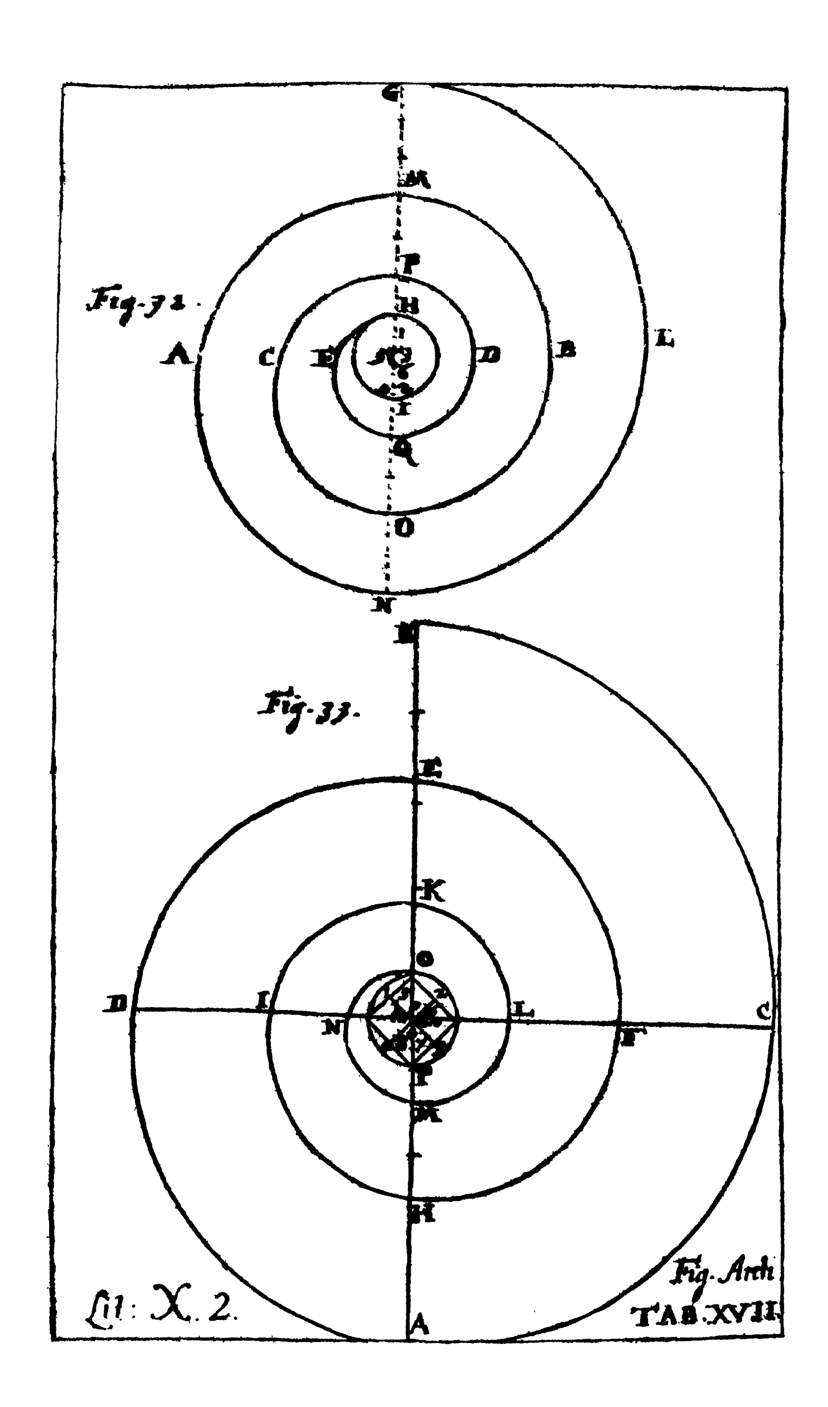


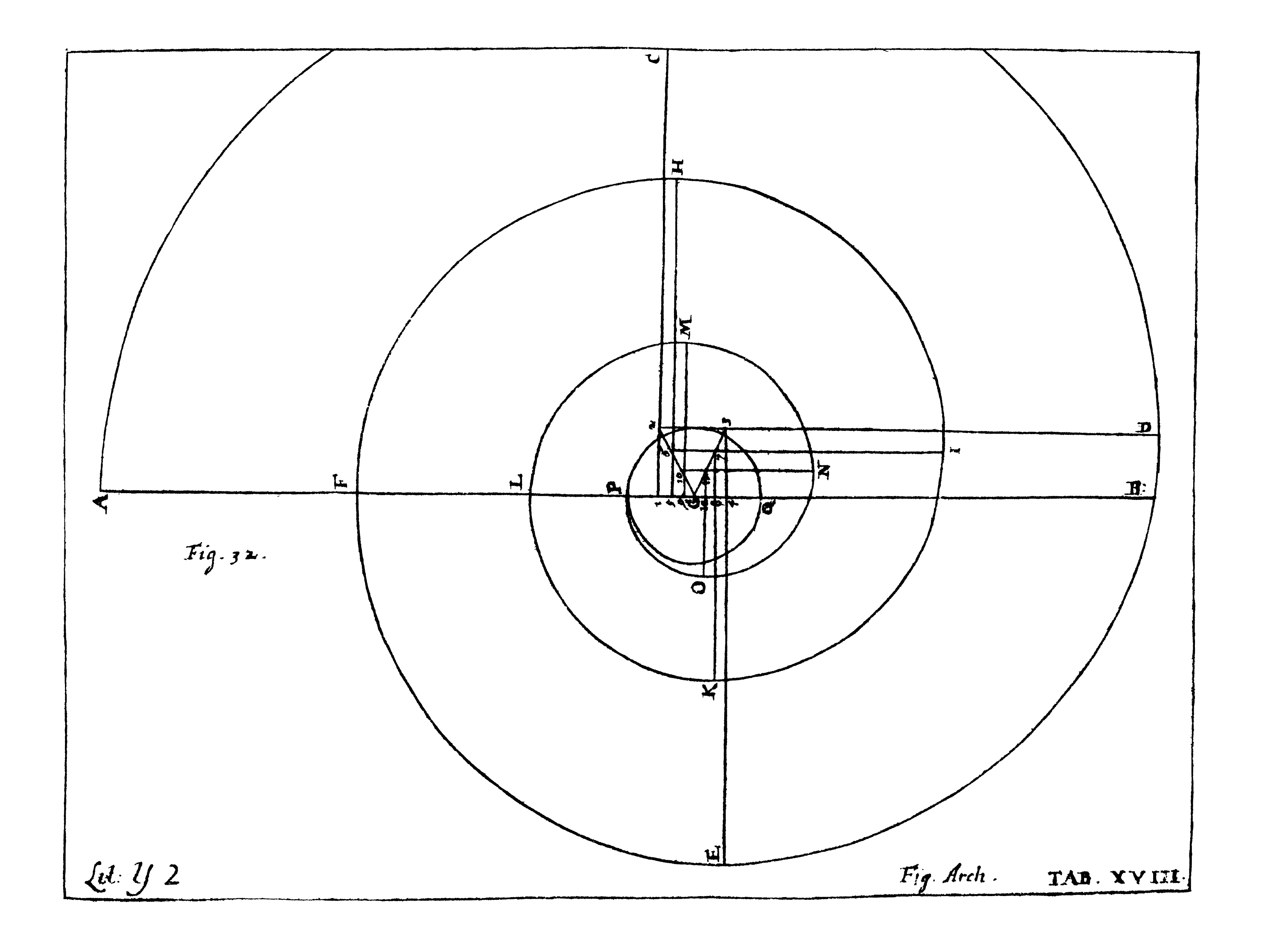

Fig. 24.
A
9
8
7
6
5
4
3
2
1
D
B
Lit. U 2.
Fig: Archit:
TAB: XV



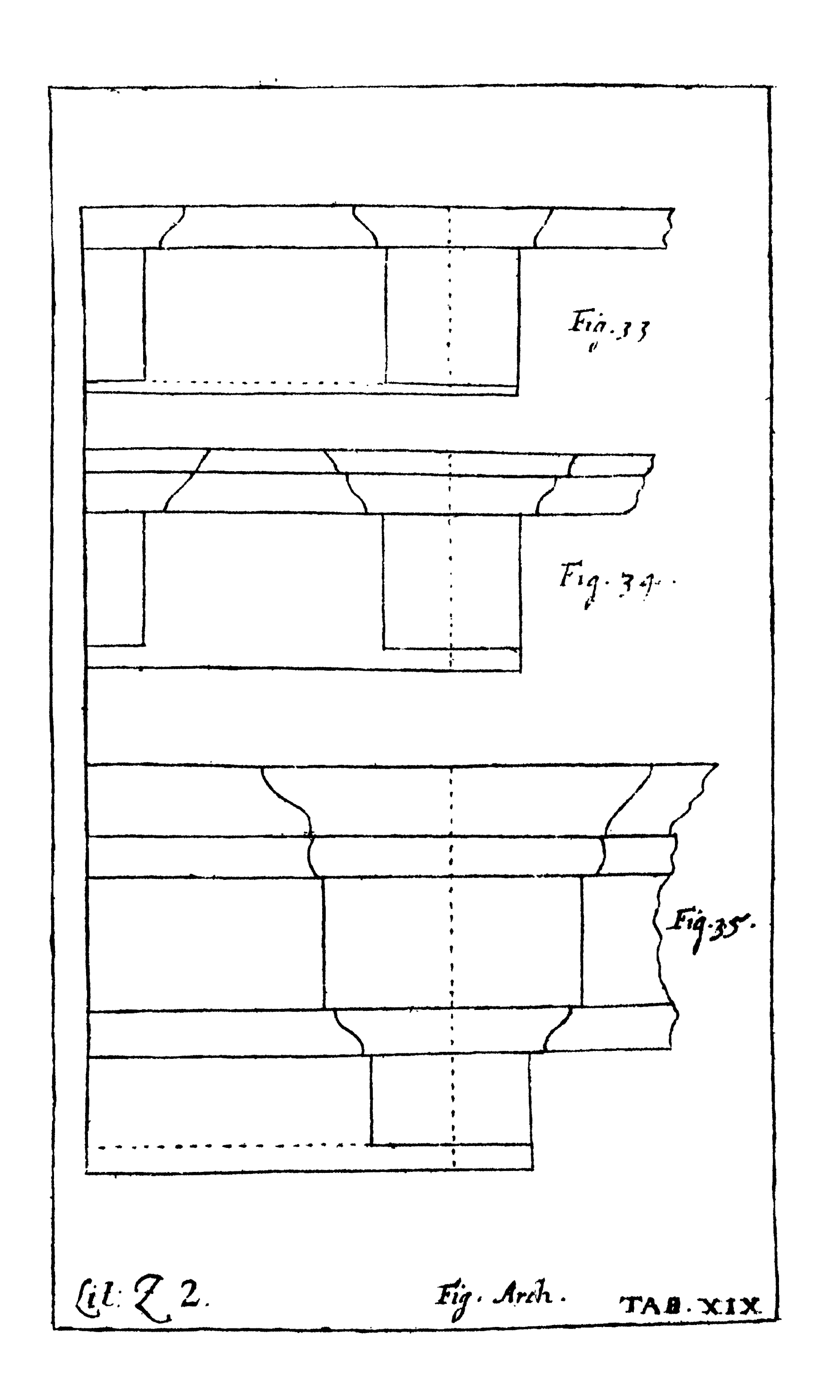

Fig. 29.
Fig. 30.
Fig. 28.
A
B
C
D
E
Lit: W 2.
Fig. Archit.
TAB. XVI.




Fig. 32.
A
C
E
D
B
L
G
M
P
H
I
Q
O
N
Fig. 33.
E
K
O
D
I
N
L
F
C
P
M
H
A
Lil: X. 2.
Fig. Arch.
TAB. XVII.

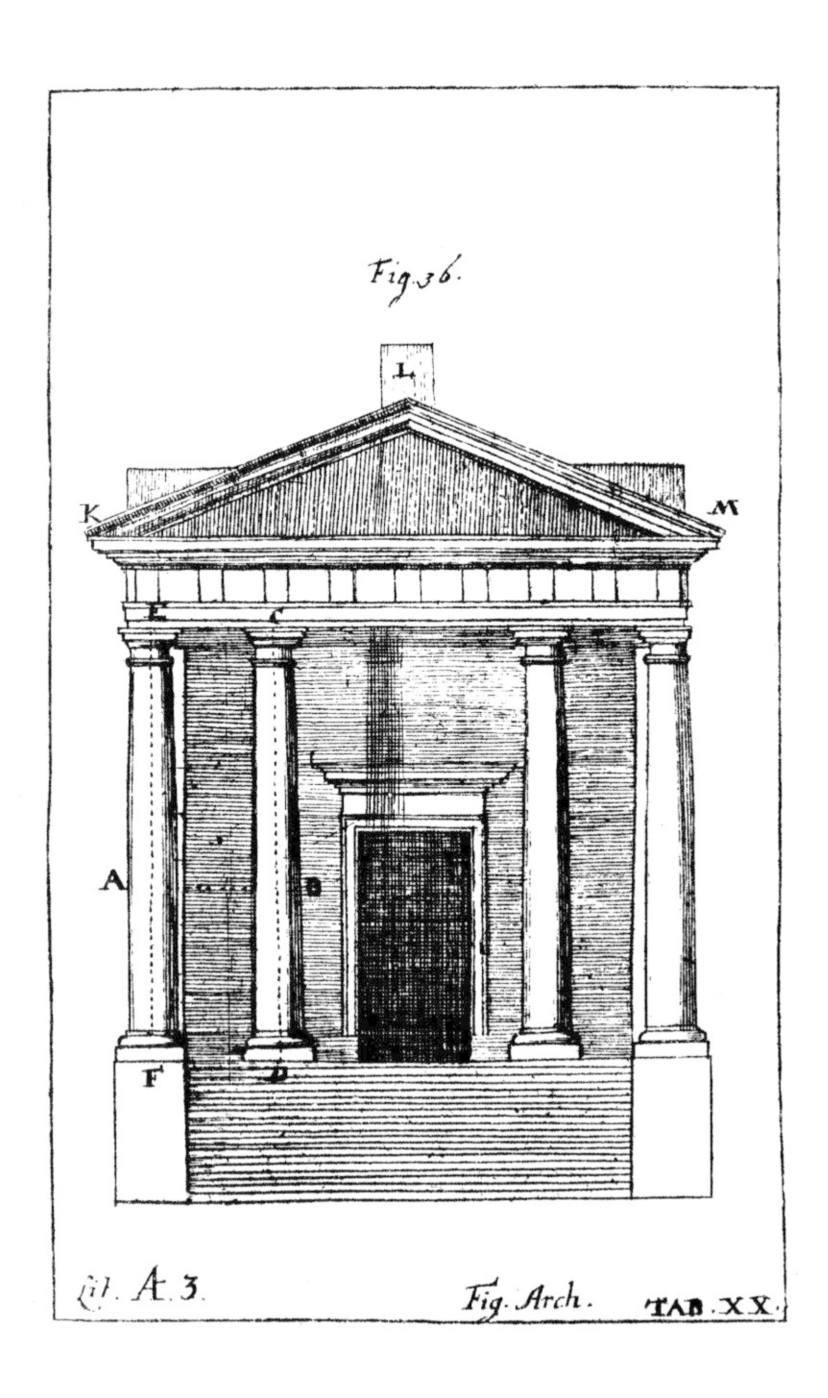

A
F
L
P
Q
N
I
D
B
C
H
M
O
K
E
G
Fig. 32.
Lit: Yy 2
Fig. Arch.
TAB. XVIII.

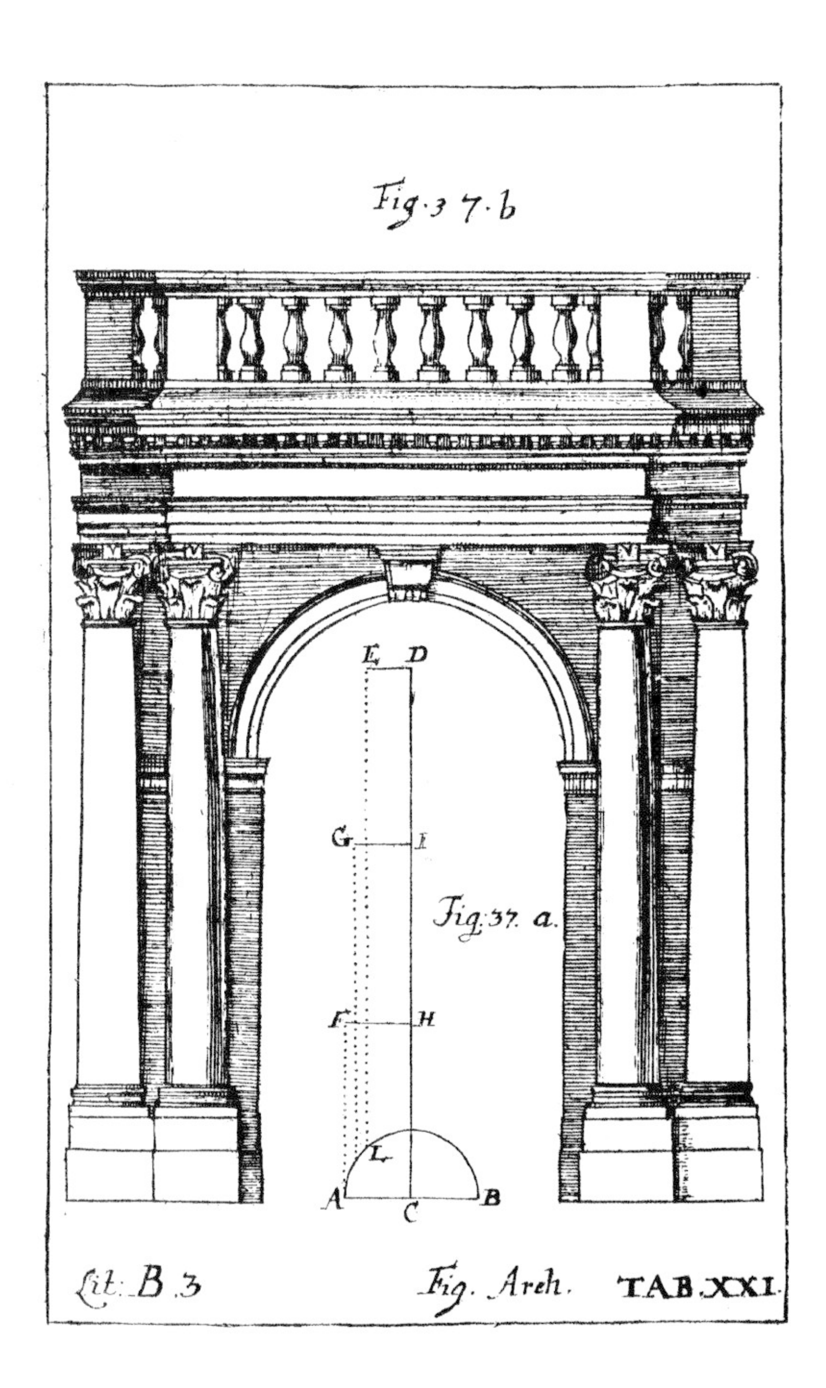




Lit: Z 2. Fig. Arch. TAB. XIX.




Fig. 36.
L
K
M
E
C
A
B
F
D
Lit. Æ. 3.
Fig. Arch.
TAB. XX.


Fig. 37. b
E
D
G
I
Fig. 37. a.
F
H
L
A
C
B
Lit. B 3
Fig. Arch.
TAB. XXI.

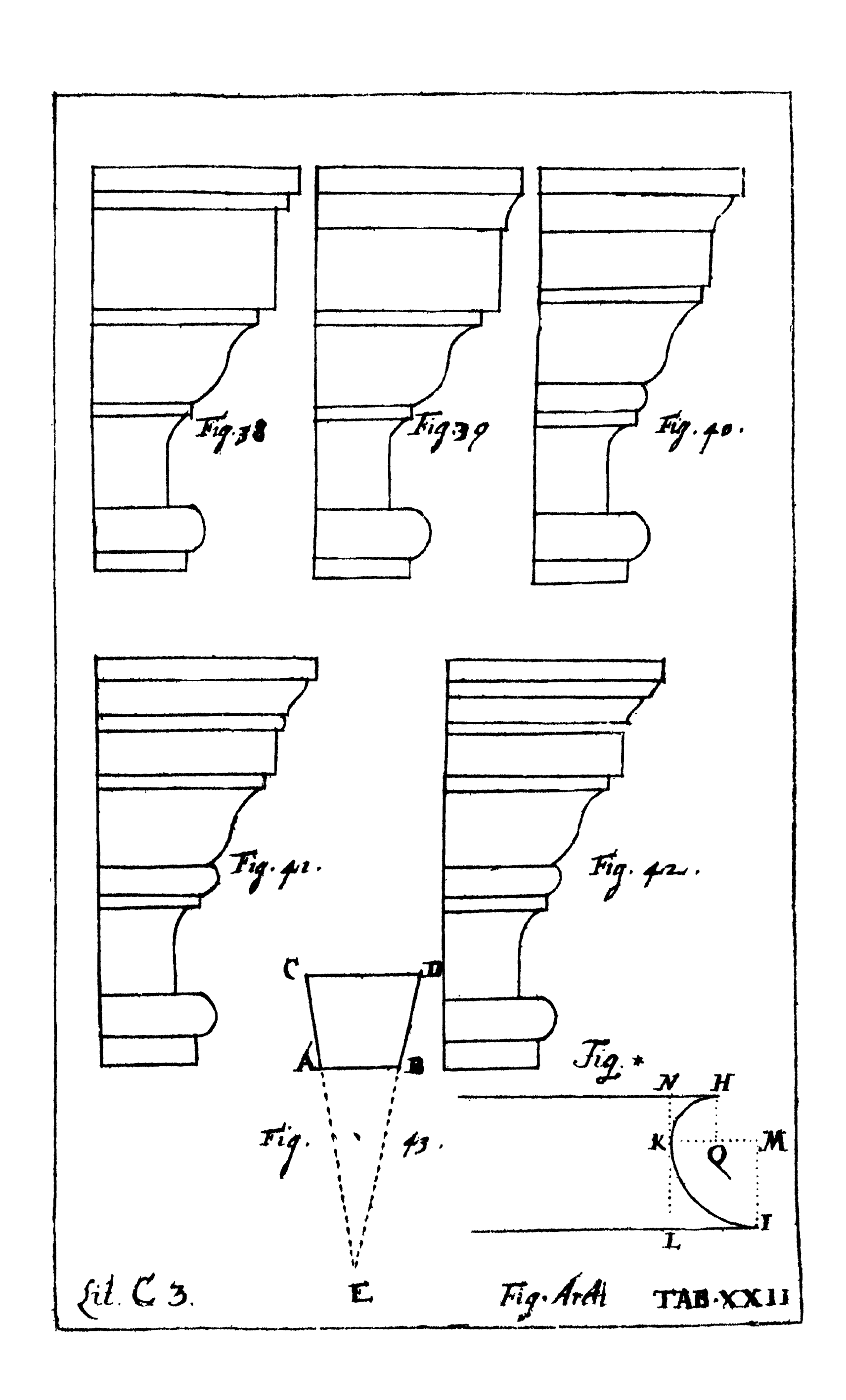


Fig. 38
Fig. 39
Fig. 40.
Fig. 41.
Fig. 42.
C
D
A
B
Fig. 43.
E
Fig. *
N
H
K
Q
M
I
L
Lit. C 3.
Fig. ArAl
TAB. XXII

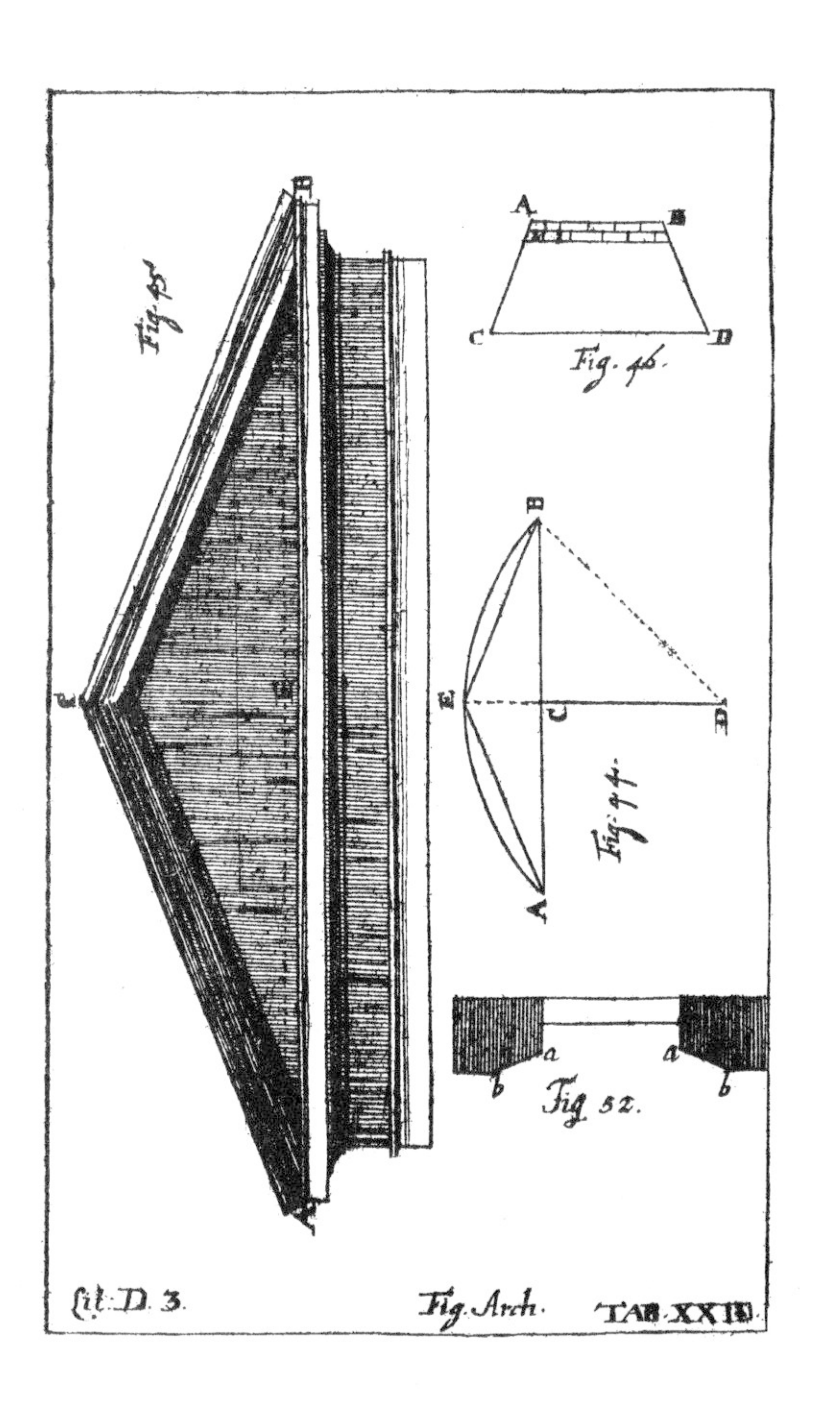
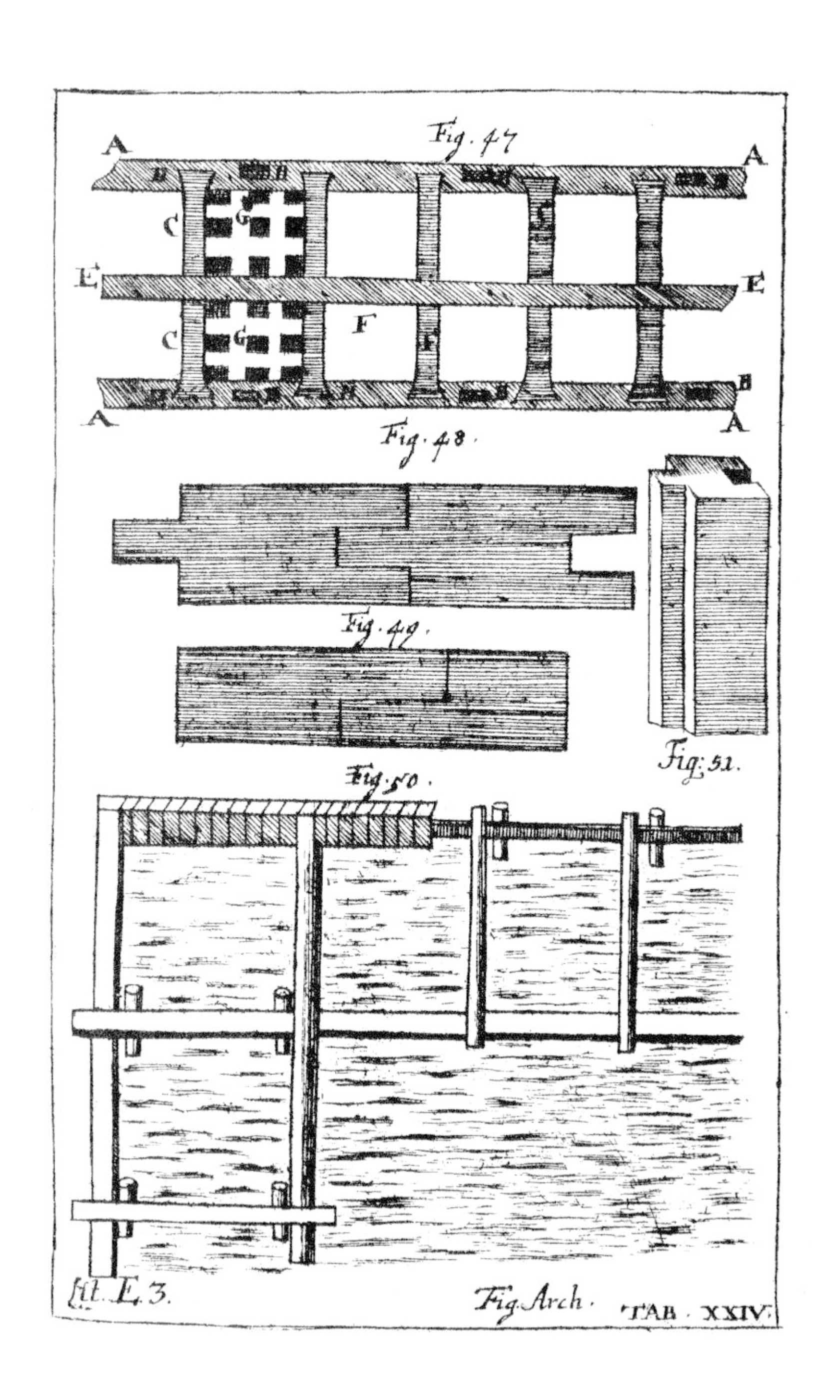


Fig. 45.
A
B
C
D
Fig. 46.
Fig. 44.
E
C
D
A
a
a
b
b
Fig. 52.
Lit. D. 3.
Fig. Arch.
TAB. XXIII.


Fig. 47
A
A
B
C
G
E
E
C
G
F
F
H
B
A
A
Fig. 48
Fig. 49
Fig. 50
Fig. 51
Lit. E. 3.
Fig. Arch.
TAB. XXIV.